

**THÈSE**  
présentée devant  
**L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON**  
pour obtenir le grade de  
**DOCTEUR**  
Spécialité : Mécanique  
par  
**Xavier Quost**

**Modélisation de l'effet du vent**  
sur  
**les trains à grande vitesse**

Étude dynamique et stochastique  
appliquée aux risques de renversement

Soutenue publiquement le 19 Octobre 2005 devant le jury :

MM.	<b>J. PIRANDA</b> , Professeur, LMARC, Besançon	Rapporteur
	<b>C. CREMONA</b> , Professeur, LCPC/FDOA, Paris	Rapporteur
	<b>R. DUFOUR</b> , Professeur, INSA, LYON	Président du Jury
	<b>F. THOUVEREZ</b> , Professeur, ECL, Ecully	Directeur de thèse
	<b>L.M. CLEON</b> , Directeur Adjoint , SNCF, Paris	Membre du Jury
	<b>T. TIELKES</b> , Directeur d'Unité de Recherche, DB, Munich	Membre du Jury
	<b>H. CHOLLET</b> , Chargé de Recherche, INRETS-LTN, Arcueil	Invité par le Jury





S.N.C.F. Direction de l'Innovation et de la Recherche

E.C.L. Laboratoire de Dynamique des Structures

# Modélisation de l'effet du vent sur les trains à grande vitesse

## Étude dynamique et stochastique appliquée aux risques de renversement

Paris, Juillet 2005

Xavier Quost





# ECOLE CENTRALE DE LYON

## Liste des personnes habilitées à diriger des recherches

<b>A</b>	ALLARD Bruno	maître de conférence	CEGELY	INSA
	AIT-EL-HADJ Smail	enseignant	GRESTI	ECL
	AURIOL Philippe	professeur	CEGELY	ECL
<b>B</b>	BAILLY Christophe	professeur	LMFA	ECL
	BATAILLE Jean	professeur	LMFA	UCBL
	BAYADA Guy	professeur	MAPLY	INSA
	BENHADID Hamda	professeur	LMFA	UCBL
	BERGHEAU Jean-Michel	professeur	LTDS	ENISE
	BEROUAL Abderrahmane	professeur	CEGELY	ECL
	BERTOGLIO Jean-Pierre	directeur de recherche	LMFA	CNRS
	BLANC-BENON Philippe	directeur de recherche	LMFA	CNRS
	BUFFAT Marc	professeur	LMFA	UCBL
	BURAIIS Noël	maître de conférence	CEGELY	ECL
	BUREAU Jean-Claude	professeur	CEGELY	INSA
<b>C</b>	CAMBON Claude	directeur de recherche	LMFA	CNRS
	CAMBOU Bernard	professeur	LTDS	ECL
	CARRIERE Philippe	chargé de recherche	LMFA	CNRS
	CHAMBAT Michèle	professeur	MAPLY	UCBL
	CHAMPAGNE Jean-Yves	maître de conférence	LMFA	INSA
	CHAMPOUSSIN J-Claude	professeur	LMFA	ECL
	CHANTE Jean-Pierre	professeur	CEGELY	INSA
	CHEN Liming	professeur	ICTT	ECL
	CLERC Guy	professeur	CEGELY	UCBL
	CLOAREC Jean-Pierre			
	COQUILLET Bernard	maître de conférence	LTDS	ECL
	CREPEL Pierre	chargé de recherche	MAPLY	CNRS
<b>D</b>	DAVID Bertrand	professeur	ICTT	ECL
<b>E</b>	ESCODIE Dany	directeur de recherche	LMFA	CNRS
<b>F</b>	FERRAND Pascal	directeur de recherche	LMFA	CNRS
	FOUVRY Siegfried	chargé de recherche	LTDS	CNRS
<b>G</b>	GAFFIOT Frédéric	professeur	LEOM	ECL
	GAGNAIRE Alain	maître de conférence	LEOM	ECL
	GALLAND Marie-Annick	maître de conférence	LMFA	ECL
	GARRIGUES Michel	directeur de recherche	LEOM	CNRS
	GAY Bernard	professeur	LMFA	UCBL
	GENCE Jean-Noël	professeur	LMFA	UCBL

# ECOLE CENTRALE DE LYON

## Liste des personnes habilitées à diriger des recherches

	GRENET Geneviève	directeur de recherche	LEOM	CNRS
	GUIRALDENQ Pierre	professeur émérite	IFOS	ECL
<b>H</b>	HAMADICHE Mahmoud	maître de conférence	LMFA	UCBL
	HEIBIG Arnaud	professeur	MAPLY	INSA
	HELLOUIN Yves	maître de conférence	-	ECL
	HENRY Daniel	chargé de recherche	LMFA	CNRS
	HERTZ Dominique	past	LTDS	ECL
	HOLLINGER Guy	directeur de recherche	LEOM	CNRS
<b>I</b>	ICHCHOU Mohamed	maître de conférence	LTDS	ECL
<b>J</b>	JAFFREZIC-RENAULT Nicole	directeur de recherche	CEGELY	CNRS
	JEANDEL Denis	professeur	LMFA	ECL
	JEZEQUEL Louis	professeur	LTDS	ECL
	JOSEPH Jacques	professeur	LEOM	ECL
	JUVE Daniel	professeur	LMFA	ECL
	JUVE Denyse	ingénieur de recherche	LMFA	ECL
<b>K</b>	KAPSA Philippe	directeur de recherche	LTDS	CNRS
	KRÄHENBÜHL Laurent	directeur de recherche	CEGELY	CNRS
	KRAWCZYK Stanislas	directeur de recherche	LEOM	CNRS
<b>L</b>	LACHAL Aimé	PRAG	MAPLY	INSA
	LANCE Michel	professeur	LMFA	UCBL
	LANGLADE-BOMBA Cécile	maître de conférence	LTDS	ECL
	LE BOT Alain	chargé de recherche	LTDS	CNRS
	LE HELLEY Michel	professeur	-	ECL
	LE RIBAUT Catherine	chargée de recherche	LMFA	CNRS
	LEBOEUF Francis	professeur	LMFA	ECL
	LOHEAC Jean-Pierre	maître de conférence	MAPLY	ECL
	LOUBET Jean-Luc	directeur de recherche	LTDS	CNRS
	LYONNET Patrick	professeur	LTDS	ENISE
<b>M</b>	MAITRE Jean-François	professeur émérite	MAPLY	ECL
	MARION Martine	professeur	MAPLY	ECL
	MARTELET Claude	professeur	CEGELY	ECL
	MARTIN Jean-Michel	professeur	LTDS	ECL
	MARTIN Jean-René	professeur émérite	LEOM	ECL
	MASSON Jean-Pierre	professeur	CEGELY	UCBL
	MATHIA Thomas	directeur de recherche	LTDS	CNRS

# ECOLE CENTRALE DE LYON

## Liste des personnes habilitées à diriger des recherches

	MOREL Robert	professeur	LMFA	INSA
	MOUSSAOUI Mohand	professeur	MAPLY	ECL
	MUSY François	maître de conférence	MAPLY	ECL
<i>N</i>	NICOLAS Alain	professeur	CEGELY	ECL
	NICOLAS Laurent	directeur de recherche	CEGELY	CNRS
<i>P</i>	PERKINS Richard	professeur	LMFA	ECL
	PERRET-LIAUDET Joël	maître de conférence	LTDS	ECL
	PHANER-GOUTORBE Magali	maître de conférence	LEOM	ECL
	POUSIN Jérôme	professeur	MAPLY	INSA
	PONSONNET Laurence	maître de conférence	CEGELY	ECL
	PREVOT Patrick	professeur	ICTT	INSA
<i>R</i>	REBOUX Jean-Luc	professeur	LTDS	ENISE
	RETIF Jean-Marie	maître de conférence	CEGELY	INSA
	ROBACH Yves	professeur	LEOM	ECL
	ROGER Michel	professeur	LMFA	ECL
	ROJAT Gérard	professeur	CEGELY	UCBL
	ROUSSEAU Jacques	professeur émérite	LTDS	ENISE
	ROUY Elisabeth	professeur	MAPLY	ECL
<i>S</i>	SALVIA Michelle	maître de conférence	LTDS	ECL
	SANDRI Dominique	maître de conférence	MAPLY	UCBL
	SCHATZMAN Michelle	directeur de recherche	MAPLY	CNRS
	SCOTT Julian	professeur	LMFA	ECL
	SIDOROFF François	professeur	LTDS	ECL
	SIMOENS Serge	chargé de recherche	LMFA	CNRS
	SOUTEYRAND Ellane	directeur de recherche	LEOM	CNRS
	STREMSDOERFER Guy	professeur	LTDS	ECL
	SUNYACH Michel	professeur	LMFA	UCBL
<i>T</i>	TARDY Jacques	directeur de recherche	LEOM	CNRS
	THOMAS Gérard	professeur	AGEP UCBL	ECL
	THOUVEREZ Fabrice	maître de conférences	LTDS	ECL
	TREBINJAC Isabelle	maître de conférences	LMFA	ECL
	TREHEUX Daniel	professeur	LTDS	ECL
<i>V</i>	VANNES André-Bernard	professeur émérite	LTDS	ECL
	VIKTOROVITCH Pierre	directeur de recherche	LEOM	CNRS
	VINCENT Léo	professeur	LTDS	ECL
	VOLPERT Vitaly	directeur de recherche	MAPLY	CNRS



# Table des matières

Résumé-Abstract	xvii
Remerciements	xix
Introduction	xxi
<b>I Modélisation en dynamique ferroviaire</b>	<b>1</b>
<b>1 Introduction à la dynamique ferroviaire</b>	<b>3</b>
Introduction . . . . .	4
1.1 Véhicules et infrastructures ferroviaires . . . . .	6
1.1.1 La rame TGV . . . . .	6
1.1.2 La voie . . . . .	16
1.2 Les risques en dynamique ferroviaire . . . . .	21
1.2.1 Généralités . . . . .	21
1.2.2 Cas des vents traversiers . . . . .	21
1.2.3 Le couple roue-rail . . . . .	23
1.3 Cinématique du contact roue-rail . . . . .	24
1.3.1 Profils et position latérale de l'essieu . . . . .	26
1.3.2 Pseudo-glissements . . . . .	30
1.3.3 Pseudo-glissements pour une conicité constante . . . . .	31
1.3.4 Efforts au contact . . . . .	32
1.4 Quelques résultats de dynamique ferroviaire . . . . .	33
1.4.1 Lacet cinématique . . . . .	33
1.4.2 Lacet dynamique de l'essieu . . . . .	36
1.4.3 Dynamique du bogie . . . . .	37
1.4.4 Inscription en courbe, compromis avec le lacet . . . . .	38
1.4.5 Déraillement de l'essieu . . . . .	40
Conclusion . . . . .	41
Références . . . . .	43

<b>2</b>	<b>Modélisation avancée du contact roue-rail</b>	<b>47</b>
	Introduction . . . . .	48
2.1	Le problème normal . . . . .	50
2.1.1	Théorie de Hertz . . . . .	50
2.1.2	Courbures de la roue et du rail . . . . .	52
2.2	Problème tangent . . . . .	56
2.2.1	Zone d'adhésion et de dérapage . . . . .	56
2.2.2	Lois de glissement analytiques . . . . .	57
2.2.3	FASTSIM . . . . .	63
2.2.4	Application de FASTSIM : Pseudo-glissement de traction seul . . . .	65
2.2.5	Application de FASTSIM : Pseudo-glissement de spin seul . . . . .	68
2.2.6	Conclusion sur FASTSIM . . . . .	68
	Conclusion sur les méthodes analytiques . . . . .	72
2.3	Modélisation semi-Hertzienne . . . . .	73
2.3.1	Intersection géométrique de deux solides réguliers . . . . .	73
2.3.2	Discrétisation le long du profil . . . . .	75
2.3.3	Application aux cas de courbures non constantes . . . . .	76
	Conclusion sur la formulation par bande . . . . .	80
2.4	Application de la méthode par bande . . . . .	81
2.4.1	Validation du calcul d'empreinte de contact . . . . .	81
2.4.2	Application aux calculs en dynamique ferroviaire . . . . .	92
	Conclusion : calcul de zones de contact . . . . .	98
	Références . . . . .	103
<b>3</b>	<b>Réalisation d'un code de dynamique Ferroviaire</b>	<b>107</b>
	Introduction . . . . .	108
3.1	Couplage Contact-Dynamique . . . . .	108
3.1.1	Équations du contact de l'essieu et de la voie . . . . .	109
3.1.2	Méthode indirecte basée sur l'essieu. . . . .	114
3.1.3	Méthode indirecte basée sur les rails. . . . .	116
3.1.4	Méthode directe par indentation . . . . .	118
3.1.5	Méthode directe par voile de roue . . . . .	119
3.1.6	Conclusion sur l'intégration d'un noyau de contact roue-rail. . . . .	122
3.1.7	Fonctionnement du noyau contact de CRR . . . . .	122
3.2	Dynamique ferroviaire en courbe . . . . .	125
3.2.1	Repérage des solides . . . . .	125
3.2.2	Équations du mouvement d'un solide . . . . .	129
3.2.3	Fonctionnement de CRRv8 . . . . .	133
3.2.4	Conclusion . . . . .	134
3.3	Interactions entre solides . . . . .	136

3.3.1	Liaisons mono-directionnelles . . . . .	136
3.3.2	Liaisons tri-dimensionnelles . . . . .	140
3.3.3	Modélisation de la voie . . . . .	142
3.3.4	Conclusion sur la modélisation mécanique . . . . .	143
3.4	Validation du code CRRv8. . . . .	144
3.4.1	Modélisation du véhicule . . . . .	144
3.4.2	Premier cas test : calcul de la vitesse critique . . . . .	145
3.4.3	Deuxième cas test : défauts d'écartement . . . . .	147
3.4.4	Troisième cas : défaut de nivellement . . . . .	149
3.4.5	Quatrième cas : défaut de Dressage . . . . .	151
3.4.6	Conclusion sur la validation . . . . .	151
	Conclusion . . . . .	154
	Références . . . . .	155

## II Renversement d'un véhicule par le vent 157

### 4 Étude mécanique du renversement 159

	Introduction . . . . .	160
4.1	Renversement sous une rampe de force . . . . .	161
4.1.1	Poutre articulée : Système 1 . . . . .	161
4.1.2	Motrice rotulée : Système 2 et Système 3 . . . . .	162
4.1.3	Le délestage comme critère de risque . . . . .	164
4.1.4	Système 1 : calcul analytique . . . . .	170
4.1.5	Force limite et centre de poussée . . . . .	170
4.1.6	Comportement du contact roue-rail . . . . .	173
4.1.7	Conclusion sur le renversement quasi-statique . . . . .	180
4.2	Comportement du système soumis à un pic de force . . . . .	181
4.2.1	Présentation des rafales . . . . .	181
4.2.2	Méthodologie : mise en forme des résultats . . . . .	185
4.2.3	Réponse aux rafales . . . . .	188
	Conclusion intermédiaire . . . . .	198
4.3	Comparaison CRRv8, Vampire et mesure CSTB . . . . .	199
4.3.1	Déchargement et levée de roue dans VAMPIRE . . . . .	199
4.3.2	Essais CSTB . . . . .	203
4.3.3	Conclusion sur la comparaison . . . . .	215
	Conclusion . . . . .	215
	Références . . . . .	217

<b>5</b>	<b>Modélisation avancée du vent</b>	<b>219</b>
	Introduction . . . . .	220
5.1	Modèle probabiliste de la turbulence . . . . .	221
5.1.1	Processus et Lois marginales . . . . .	222
5.1.2	Corrélation dans le temps . . . . .	222
5.1.3	Corrélation dans l'espace . . . . .	224
5.1.4	Définition des rafales déterministes . . . . .	227
5.1.5	Modélisation de la turbulence et approche stochastique . . . . .	232
5.2	Efforts appliqués sur le train . . . . .	233
5.2.1	Turbulence atmosphérique pour un corps en mouvement . . . . .	233
5.2.2	Fonctions de corrélation dans le repère du train . . . . .	234
5.2.3	Densité spectrale de puissance . . . . .	234
5.2.4	Efforts sur le véhicule . . . . .	239
5.3	Génération de champ de vent . . . . .	245
5.3.1	Méthodes par matrice circulante . . . . .	246
5.3.2	Propriétés des matrices circulantes . . . . .	246
5.3.3	Corrélation d'un bruit blanc . . . . .	247
	Conclusion . . . . .	248
<b>6</b>	<b>Calcul des abaques de sensibilité du matériel</b>	<b>249</b>
	Introduction . . . . .	250
6.1	Abaques déterministes . . . . .	250
6.2	Abaques aléatoires . . . . .	254
6.2.1	Méthodologie . . . . .	254
6.2.2	Résultats . . . . .	258
6.3	Convergence de la méthode . . . . .	260
6.3.1	Convergence des champs de vent . . . . .	260
6.3.2	Convergence du déchargement . . . . .	268
6.4	Analyse des résultats . . . . .	270
6.4.1	Énergie du torseur d'effort vu du train . . . . .	270
6.4.2	Réponse non linéaire du système . . . . .	273
6.4.3	Approximation Gaussienne . . . . .	275
	Conclusion . . . . .	278
	Conclusion de la deuxième partie . . . . .	278
	Références . . . . .	249
	<b>Conclusion</b>	<b>279</b>
	Références . . . . .	279



<b>III</b>	<b>Compléments et Annexes</b>	<b>283</b>
<b>A</b>	<b>Le CORAIL</b>	<b>285</b>
<b>B</b>	<b>Aiguillage</b>	<b>291</b>
	Références . . . . .	291
<b>C</b>	<b>Outils de probabilité</b>	<b>293</b>
	C.1 Variable aléatoire . . . . .	293
	C.2 Processus stochastique . . . . .	294
	C.3 Stationnarité et Ergodicité . . . . .	294
	C.3.1 Stationnarité . . . . .	294
	C.3.2 Ergodicité . . . . .	295
	C.4 Processus Gaussien . . . . .	296
	C.5 Processus dérivé et dépassement de seuil . . . . .	296



# Table des figures

1	Fil conducteur de la thèse . . . . .	xxiii
1.1	Rame TGV : Voitures porteuses et portées . . . . .	7
1.2	Schéma des liaisons entre coté porteur et bogie, face et profil . . . . .	8
1.3	Bogie d'une locomotive BB 26000 . . . . .	9
1.4	Suspensions primaires de bogie TGV moteur (Y230) . . . . .	10
1.5	Vue de côté d'un bogie Y230 (TGV bogie moteur) . . . . .	10
1.6	Vue de dessus d'un bogie Y230 (TGV bogie moteur) . . . . .	11
1.7	Liaison d'entraînement du bogie Y230 . . . . .	11
1.8	Suspension secondaire d'un bogie moteur Y244 . . . . .	12
1.9	Vue de dessus d'un bogie Y237 (TGV bogie porteur) . . . . .	13
1.10	Vue de côté d'un bogie Y237 (TGV bogie porteur) . . . . .	13
1.11	Coussin pneumatique Atlantique . . . . .	14
1.12	Côté porteur et bogie Duplex (vue 3D) . . . . .	15
1.13	Côté porteur et bogie Duplex vu de face . . . . .	15
1.14	Schéma du profil de la voie . . . . .	16
1.15	Paramètres du tracé de voie . . . . .	17
1.16	Défauts de pose . . . . .	17
1.17	Voiture MAUZIN (Mesure de la géométrie de la voie) . . . . .	18
1.18	Table d'enregistrement d'une voiture MAUZIN . . . . .	19
1.19	Voiture MELUSINE intégrée dans une rame TGV réseau . . . . .	19
1.20	Ballant des essieux d'une motrice TGV Duplex soumis au vent . . . . .	23
1.21	Profils de roue SNCF GV et de rail UIC 60 . . . . .	25
1.22	Repérage de l'essieu . . . . .	25
1.23	Avance, Ballant, Pompage, Tangage, Roulis, Lacet . . . . .	26
1.24	Déplacement latéral d'un essieu : définition des paramètres . . . . .	26
1.25	Angles au contact droit et gauche en fonction du ballant d'essieu . . . . .	27
1.26	Rayons de roulement gauche et droit en fonction du ballant . . . . .	28
1.27	Position verticale et Roulis d'essieu en fonction du ballant . . . . .	28
1.28	Orientation des pseudo-glissements entre roue et rail du coté gauche . . . . .	29
1.29	Essieu : calcul des pseudo-glissements . . . . .	30
1.30	Analogie entre contact roulant et poutre en cisaillement . . . . .	32

1.31	Mouvement d'un bi-cône sur deux files de rail . . . . .	35
1.32	Essieu lié . . . . .	36
1.33	Évolution de la vitesse critique avec les raideurs du primaire . . . . .	38
1.34	Inscription d'un essieu en courbe . . . . .	39
1.35	Déraillement d'un essieu . . . . .	40
2.1	Fil conducteur de la thèse : modèle de contact . . . . .	48
2.2	Contact entre deux solides : définitions des courbures . . . . .	50
2.3	Contact entre deux solides : rapprochement et ellipse Hertzien . . . . .	52
2.4	Profils de roue et de rail et séparation verticale . . . . .	53
2.5	Courbures A et B sur une Roue GV . . . . .	54
2.6	Courbures $B_g$ et $B_d$ des points de contact en fonction du ballant d'essieu . .	54
2.7	Courbures $A_g$ et $A_d$ des points de contact en fonction du ballant d'essieu . .	55
2.8	Adhésion et dérapage dans le cas du contact roulant . . . . .	56
2.9	Théorie de Carter et Fromm: contrainte $\sigma_{zx}$ et limite de traction . . . . .	57
2.10	Contrainte tangente dans l'aire d'adhésion et l'aire de contact . . . . .	58
2.11	Partie linéaire et saturée d'une loi de contact . . . . .	58
2.12	Définitions des efforts de contact $F_x$ et $F_y$ . . . . .	59
2.13	Efforts tangents saturés et non saturés . . . . .	60
2.14	Formes de la zone d'adhésion pour Vermeulen-Johnson et pour Kalker . . . .	61
2.15	Méthode FASTSIM pour le calcul des contraintes tangentes. . . . .	64
2.16	Contrainte $\sigma_{zx}$ à $y = 0$ ( $\nu_x$ seul) . . . . .	66
2.17	Contrainte $\sigma_{zx}$ pour $y = cst$ ( $\nu_x$ seul) . . . . .	66
2.18	Saturation de la zone de contact ( $\nu_x$ seul) . . . . .	67
2.19	Lignes d'iso-contraintes $\sigma_{zx}$ ( $\nu_x$ seul) . . . . .	67
2.20	Contrainte $\sigma_{zy}$ pour $y = cst$ (Spin seul) . . . . .	68
2.21	Zones d'iso-contraintes de $\sigma_{zx}$ (Spin seul) . . . . .	69
2.22	Zones d'iso-contraintes de $\sigma_{zy}$ (Spin seul) . . . . .	70
2.23	Contrainte $\sigma_{zy}$ pour $y = 0$ (Spin seul) . . . . .	70
2.24	Zone de saturation, spin fort (Spin seul) . . . . .	71
2.25	Zone de saturation, spin faible (Spin seul) . . . . .	71
2.26	Renversement simulé au CSTB Nantes, caméra rapide sur la roue porteuse .	72
2.27	Intersection géométrique et contact Hertzien . . . . .	74
2.28	STRIPES : définition des paramètres . . . . .	76
2.29	Correction de l'interpénétration sur plusieurs zones de contact . . . . .	77
2.30	STRIPES : Méthode générale . . . . .	78
2.31	Méthode d'approximation de FASTSIM proposée par Ayasse . . . . .	80
2.32	Validation de STRIPES, premier profil . . . . .	81
2.33	Validation de STRIPES, premier cas, empreinte sous $18kN$ . . . . .	82
2.34	Validation de STRIPES, premier cas, empreinte sous $200kN$ . . . . .	83

2.35	Validation de STRIPES, premier cas, effort-déplacement . . . . .	83
2.36	Validation de STRIPES, premier cas, répartition des charges . . . . .	84
2.37	Validation de STRIPES, deuxième profil . . . . .	85
2.38	Validation de STRIPES, deuxième cas, empreinte sous $200kN$ . . . . .	86
2.39	Validation de STRIPES, deuxième cas, effort-déplacement . . . . .	86
2.40	Validation de STRIPES, deuxième cas, répartition des charges . . . . .	87
2.41	Validation de STRIPES, troisième profil . . . . .	88
2.42	Validation de STRIPES, troisième cas, empreinte sous $23kN$ . . . . .	89
2.43	Validation de STRIPES, troisième cas, empreinte sous $37kN$ . . . . .	90
2.44	Validation de STRIPES, troisième cas, empreinte sous $200kN$ . . . . .	90
2.45	Validation de STRIPES, troisième cas, effort-déplacement . . . . .	91
2.46	Validation de STRIPES, troisième cas, répartition des charges . . . . .	91
2.47	Torseur d'effort représentatif du vent appliqué au centre de gravité de la caisse	92
2.48	Ballant des deux premiers essieux : pas de glissement . . . . .	93
2.49	Ballant des deux premiers essieux : calcul des glissement par FASTSIM . . .	94
2.50	Ballant des deux premiers essieux : calcul des glissements par FASTSIM et par la méthode d'Ayasse . . . . .	94
2.51	Lacet du premier bogie . . . . .	95
2.52	Comparaison avec vampire . . . . .	95
2.53	Angles au contact de la roue gauche du deuxième essieu pour vampire et CRR	96
2.54	Comparaison avec vampire (Vitesse vent 16 m/s) . . . . .	96
2.55	Comparaison avec vampire transitoire de contact au boudin . . . . .	97
3.1	Fil conducteur de la thèse : interface mécanique/contact . . . . .	109
3.2	Inclusion du contact roue-rail : paramétrage . . . . .	110
3.3	Interfaçage du contact roue-rail par l'EQDF de l'essieu . . . . .	116
3.4	Interfaçage du contact roue-rail par l'EQDF de la voie . . . . .	117
3.5	Interfaçage du contact roue-rail par calcul d'indentation . . . . .	118
3.6	Interfaçage du contact roue-rail par calcul du voile de roue . . . . .	121
3.7	Différents codes de dynamique ferroviaire . . . . .	122
3.8	Principe du noyau de contact roue rail . . . . .	124
3.9	Fil conducteur de la thèse : Équation de la mécanique . . . . .	125
3.10	Repère ferroviaire de deux solides le long du tracé de ligne . . . . .	126
3.11	Passage du repère absolu au repère ferroviaire . . . . .	126
3.12	Passage du repère ferroviaire au repère du solide . . . . .	128
3.13	Schéma de fonctionnement de CRRv8 . . . . .	134
3.14	Fil conducteur de la thèse : Interaction entre solides . . . . .	136
3.15	Liaison mono-directionnelle simple . . . . .	137
3.16	Liaison mono-directionnelle double . . . . .	138
3.17	Liaison mono-directionnelle double avec masse intermédiaire . . . . .	139

3.18	Modèle de Voie . . . . .	142
3.19	Calcul de vitesse critique sous CRR : vitesses de 104 et 110 m/s . . . . .	145
3.20	Pompage de l'essieu pour un défaut d'écartement sinusoïdal . . . . .	147
3.21	Efforts $F_y$ pour un défaut d'écartement sinusoïdal . . . . .	148
3.22	Pompage de l'essieu pour un défaut de nivellement sinusoïdal . . . . .	149
3.23	Efforts $F_z$ pour un défaut de nivellement sinusoïdal . . . . .	150
3.24	Ballant de l'essieu pour un défaut de dressage sinusoïdale . . . . .	151
3.25	Efforts $F_y$ dus aux frottements pour un défaut de dressage sinusoïdal . . . . .	152
3.26	Lacet de l'essieu pour un défaut de dressage sinusoïdal . . . . .	152
3.27	Angles au contact pour un défaut de dressage sinusoïdal . . . . .	153
4.1	Fil conducteur de la thèse : renversement mécanique . . . . .	160
4.2	Système Articulé . . . . .	162
4.3	Motrice rotulée . . . . .	163
4.4	Motrice rotulée : liaison entre essieu et voie . . . . .	164
4.5	Point de soulèvement des quatre systèmes soumis à une rampe . . . . .	166
4.6	Délestage des quatre systèmes soumis à une rampe . . . . .	167
4.7	Ballant du centre de gravité des quatre systèmes soumis à une rampe . . . . .	168
4.8	Levée de roues des quatre systèmes soumis à une rampe . . . . .	168
4.9	$\chi$ des quatre systèmes soumis à une rampe . . . . .	169
4.10	Iso- $\chi$ 90%, 100%, 105% et 600% du système 1 . . . . .	171
4.11	Iso- $\chi$ 90% et 100% des quatre systèmes . . . . .	172
4.12	Critère $Y/Q$ maximum en fonction de $kk$ . . . . .	172
4.13	Les cinq étapes du renversement quasi-statique ( $kk = 0$ ) . . . . .	173
4.14	Visualisation des essieux à $t = 20s$ . . . . .	174
4.15	Visualisation des essieux à $t = 27s$ . . . . .	175
4.16	Visualisation des essieux à $t = 32s$ . . . . .	175
4.17	Visualisation des essieux à $t = 34s$ . . . . .	176
4.18	Visualisation des essieux à $t = 45s$ . . . . .	176
4.19	Visualisation des essieux à $t = 55s$ . . . . .	177
4.20	Visualisation des essieux à $t = 55.5s$ . . . . .	177
4.21	Visualisation des essieux à $t = 56.2s$ . . . . .	178
4.22	Visualisation des essieux à $t = 57s$ . . . . .	178
4.23	Angle maximum de contact de la roue porteuse pour $kk = 0m$ et $kk = -1.1m$ . . . . .	179
4.24	Rafale Ballon de Rugby pour différentes longueurs de rafale . . . . .	182
4.25	Rafale Chapeau Chinois pour différentes longueurs de rafale . . . . .	183
4.26	Rafale Allemande pour différentes longueurs de rafale . . . . .	183
4.27	Forme du vent déterministe utilisée pour tester le renversement . . . . .	184
4.28	Forme de l'effort $F_y$ utilisée pour tester le renversement . . . . .	184
4.29	Évolution du $\chi$ en fonction de la vitesse moyenne du vent . . . . .	185

4.30	Les trois critères $\chi$ , $\Delta Q$ et $\Delta Z$ à l'instant de la rafale . . . . .	186
4.31	Maximum de chaque critère en fonction de la vitesse moyenne du vent . . . .	187
4.32	Courbes d'iso-critères fonction de la longueur de rafale (Sys 3, Chapeau chinois)	187
4.33	Courbe iso- $\chi$ pour le système 1 (Ballon de Rugby) . . . . .	188
4.34	Marge entre soulèvement et renversement du système 1 (Ballon de Rugby) .	189
4.35	Courbe iso- $\chi$ pour le système 3 (Ballon de Rugby) . . . . .	190
4.36	Marge entre soulèvement et renversement du système 3 (Ballon de Rugby) .	190
4.37	Courbe iso- $\chi$ pour le système 4 (Ballon de Rugby) . . . . .	191
4.38	Soulèvement et renversement des quatre systèmes (Ballon de Rugby) . . . .	192
4.39	Soulèvement et renversement des quatre systèmes (Chapeau Chinois) . . . .	193
4.40	Ballant et roulis des système 1 et 2 (Chapeau Chinois, $L = 100m, U = 24m/s$ )	194
4.41	Soulèvement et renversement du système 3 (Allemande) . . . . .	194
4.42	Comportement du système 4 aux rafales Ballon de Rugby et Chapeau Chinois	195
4.43	Influence du lacet (Ballon Rugby) . . . . .	196
4.44	Influence du lacet (Chapeau Chinois) . . . . .	197
4.45	Ballant des trois modèles de motrice . . . . .	199
4.46	Roulis de caisse des trois modèles de motrice . . . . .	200
4.47	Déchargement des trois modèles de motrice (sans filtrage) . . . . .	201
4.48	Déchargement des trois modèles de motrice . . . . .	201
4.49	Levée de roue des trois modèles de motrice . . . . .	202
4.50	Déchargement du bogie avant (csd60a) . . . . .	204
4.51	Levée de roue du bogie avant (csd60a) . . . . .	204
4.52	Déchargement du bogie avant (csd60b) . . . . .	205
4.53	Levée de roue du bogie avant (csd60b) . . . . .	205
4.54	Déchargement du bogie avant (tsd60a) . . . . .	206
4.55	Levée de roue du bogie avant (tsd60a) . . . . .	207
4.56	Déchargement du bogie avant (tsd60b) . . . . .	207
4.57	Levée de roue du bogie avant (tsd60b) . . . . .	208
4.58	Déchargement du bogie avant (rlsd60a) . . . . .	209
4.59	Levée de roue du bogie avant (rlsd60a) . . . . .	210
4.60	Déchargement du bogie avant (rlsd50a) . . . . .	210
4.61	Levée de roue du bogie avant (rlsd50a) . . . . .	211
4.62	Déchargement du bogie avant (rrsd60a) . . . . .	212
4.63	Levée de roue du bogie avant (rrsd60a) . . . . .	213
4.64	Déchargement du bogie avant (rrsd60b) . . . . .	213
4.65	Levée de roue du bogie avant (rrsd60b) . . . . .	214
5.1	Fil conducteur de la thèse : Renversement mécanique . . . . .	220
5.2	Vitesse du vent en un point de l'espace . . . . .	221
5.3	Tracé de $C_{uu}(\tau)$ et de $C_{vv}(\tau)$ . . . . .	224

5.4	Densités spectrales $S_{uu}$ et $S_{vv}$ : théoriques et calculées (fft) . . . . .	225
5.5	Corrélation dans l'espace . . . . .	226
5.6	Ballon de Rugby et Ballon de Rugby modulé (méthodologie ln5) . . . . .	227
5.7	Caractéristiques d'une rafale . . . . .	228
5.8	Longueur de la rafale Chapeau Chinois . . . . .	230
5.9	Comparaison entre rafale Rugby simple et Rugby bruité . . . . .	231
5.10	Repères du vent et repère ferroviaire . . . . .	233
5.11	Évolution de $\widetilde{S_{uu}}$ en fonction de la vitesse du train . . . . .	236
5.12	Évolution de $\widetilde{S_{vv}}$ en fonction de la vitesse du train . . . . .	237
5.13	Évolution de $\widetilde{S_{uu}}$ en fonction de l'incidence . . . . .	238
5.14	Évolution de $\widetilde{S_{vv}}$ en fonction de l'incidence . . . . .	238
5.15	Coefficients Aérodynamiques globaux en fonction de l'incidence du vent apparent sur la caisse . . . . .	240
5.16	Pondération des tranches sur une motrice TGV Duplex, incidence de $15^\circ$ . .	241
5.17	Pondération des tranches sur une motrice TGV Duplex, incidence de $45^\circ$ . .	242
5.18	Densité spectrale du déchargement du bogie 1 en considérant $S_{vv} = 0$ . . . .	244
5.19	Densité spectrale du déchargement du bogie 1 . . . . .	244
6.1	Fil conducteur de la thèse : Renversement mécanique . . . . .	250
6.2	Calcul des abaques déterministes dans le cadre du projet Vents Traversiers .	251
6.3	Abaque déterministe pour les deux modèles de rafale (Vitesse Maximale du Vent) . . . . .	252
6.4	Comparaison avec les Abaques DEUFRAKO . . . . .	253
6.5	Comparaison entre les coefficients aérodynamiques par tranche et DEUFRAKO	253
6.6	Effort déterministes et stochastiques . . . . .	254
6.7	Critère du $\chi$ pour un tir . . . . .	255
6.8	Fonction de probabilité du déchargement des quatre essieux . . . . .	256
6.9	$\chi$ atteint pour un taux de rejet de 0.1% . . . . .	257
6.10	Calcul des Abaques Stochastiques proposé dans cette thèse . . . . .	257
6.11	Comparaison avec les abaques déterministes . . . . .	258
6.12	Comparaison avec les abaques déterministes (écart) . . . . .	259
6.13	Convergence de $\sigma_u$ et $\sigma_v$ . . . . .	261
6.14	Corrélation de $u$ à $\eta$ donné . . . . .	262
6.15	Corrélation de $u$ à $\tau$ donné . . . . .	263
6.16	Corrélation de $u$ . . . . .	264
6.17	Axe maximum de la corrélation . . . . .	264
6.18	Corrélation de $u$ étendue . . . . .	265
6.19	Nombre de dépassements des champs de vent à trois fois l'écart-type . . . .	266
6.20	Convergence de l'écart type de $F_y$ . . . . .	267
6.21	Convergence de la moyenne de $\chi_b$ . . . . .	268



6.22	Convergence de l'écart type de $\chi_b$ . . . . .	269
6.23	Estimation de $\chi_{1000}$ en fonction du nombre de tirs . . . . .	269
6.24	Comparaison entre les DSP de l'effort $F_y$ estimé par un développement limité et calculé à partir des tirs (incidence de 90 ° et 70 °) . . . . .	271
6.25	Comparaison entre les DSP de l'effort $F_y$ estimé par un développement limité et calculé à partir des tirs (incidence de 50 ° et 30 °) . . . . .	271
6.26	Comparaison entre les DSP de $\chi$ calculé via un système linéaire pour les deux méthodes de calcul de $S_{F_y F_y}$ (incidence de 90 ° et 70 °) . . . . .	272
6.27	Comparaison entre les DSP de $\chi$ calculé via un système linéaire pour les deux méthodes de calcul de $S_{F_y F_y}$ (incidence de 50 ° et 30 °) . . . . .	272
6.28	Comparaison entre les DSP de $\chi$ estimé via une approximation linéaire du modèle et calculé à partir des tirs (incidence de 90 ° et 70 °) . . . . .	273
6.29	Comparaison entre les DSP de $\chi$ estimé via une approximation linéaire du modèle et calculé à partir des tirs (incidence de 50 ° et 30 °) . . . . .	273
6.30	Densité spectrale de $\chi$ . . . . .	274
6.31	Approximation Gaussienne de la loi de probabilité . . . . .	275
6.32	Approximation Gaussienne de la loi de probabilité, taux de rejet a 0.1% . . .	276
6.33	Densité spectrale de $\chi$ . . . . .	277
6.34	Densité spectrale de $\chi$ pour une situation de renversement . . . . .	277
A.1	Dessin d'un bogie Y32a . . . . .	286
A.2	Suspension primaire du bogie Y32a . . . . .	287
A.3	Suspension secondaire du bogie Y32a : vertical et latéral . . . . .	288
A.4	Suspension secondaire du bogie Y32a : Anti-roulis . . . . .	288
A.5	Freinage par disque du bogie Y32a . . . . .	289
A.6	Liaison d'entraînement du bogie Y32a . . . . .	289
A.7	Système anti-lacet du bogie Y32a . . . . .	289
A.8	Attelage tampon-chaîne, Conduite Principale (freinage) et Conduite Général (auxiliaires) . . . . .	290
B.1	Coeur d'aiguillage : normal et mobile . . . . .	291
B.2	Principe de fonctionnement d'un aiguillage . . . . .	292
B.3	Principe de fonctionnement d'un aiguillage à coeur mobile . . . . .	292



# Liste des tableaux

1.1	Rames TGV exploitées par la SNCF . . . . .	7
1.2	Épaisseur des sous-couches . . . . .	16
1.3	Insuffisance de dévers maximum . . . . .	39
2.1	Empreintes de contact en fonction du ballant d'essieu 1/3 . . . . .	99
2.2	Empreintes de contact en fonction du ballant d'essieu 2/3 . . . . .	100
2.3	Empreintes de contact en fonction du ballant d'essieu 3/3 . . . . .	101
3.1	Trois types de liaisons tri-dimensionnelle . . . . .	142
4.1	Données du système articulé . . . . .	162
4.2	Hauteur de soulèvement des roues au passage du point de renversement (mètre)	166
5.1	Évolution des ratios entre $\widetilde{S}_{ii}$ et $S_{ii}$ pour différentes fréquences et différentes vitesses de train . . . . .	237
6.1	Écart entre l'écart type estimé par la méthode approchée et estimé à partir de réalisation des champs de vent . . . . .	270
A.1	Quelques véhicules des années 80 homologués pour des vitesses de 200 km/h	285



# Résumé-Abstract

L'objet de cette thèse est l'étude du renversement des trains à grande vitesse soumis à des forts vents latéraux. Pour simuler le phénomène deux axes de recherches ont été dégagés. Le premier axe traite de la mécanique du contact roue-rail et de la mécanique des solides et des liaisons en grands déplacements. Cet axe a donné lieu à l'incorporation du modèle de contact roue-rail STRIPES dans un modèle dynamique de véhicule réécrit pour l'occasion. Au terme de cette modélisation, la cinématique de soulèvement de l'essieu a été approfondie et un critère global comprenant le déchargement et le soulèvement de l'essieu a été proposé.

Le deuxième axe de recherche traite de la modélisation de la turbulence vue par un véhicule en mouvement. En se basant sur la modélisation de la turbulence de Von Karman, et en appliquant les travaux de Cooper une formulation de la turbulence vue du train a été proposée. Cette formulation se prête bien aux calculs de sensibilité des véhicules par une méthode de Monte-carlo. Avec une méthode de tir adaptée, et un nombre contrôlé de simulation, la courbe de sécurité vis-à-vis du renversement est construite, les apports de cette méthode par rapport aux pratiques existantes sont analysés et l'origine des différences est discutée.

The aim of this thesis is the study of the rollover of the high-speed trains subjected to strong lateral winds. To simulate this phenomenon research was carried out following two axes. The first axis deals with wheel-rail contact mechanics, solids mechanic and suspension models featuring large displacements. The STRIPES wheel-rail contact model was incorporated into specially developed software, which was assessed against existing classical railway multi-body software. As a conclusion of this mechanical study, the lift kinematics of a wheel-set was computed, and an innovating criteria for evaluating both unloading and wheel uplift is submitted.

The second research axis deals with modeling of the turbulence as seen by a moving vehicle. From Von Karman turbulence modeling, and thanks to Cooper works a formulation of turbulence as seen by the train was proposed. This formulation is suitable for the study of vehicle sensitivity to strong wind by Monte-Carlo simulations. With an appropriate method of wind field generation, vehicle safety curve is computed. Differences with standard methods are analyzed and discussed.



# Remerciements

Ce travail de thèse n'aurait pas été possible sans quatre personnes que je tiens à remercier pour leur soutien quotidiens et la patience dont ils ont fait preuve à mon égard.

Monsieur Gautier, vous qui m'avez proposé cette thèse sans vous douter des séances de tortures auxquelles nous allions nous adonner sur ce sujet. Julien Vincent pour m'avoir avant ton départ insufflé suffisamment d'élan pour trois ans et très régulièrement, après ton départ, encouragé par tes réflexions techniques sur les sujets sur lesquels je séchais. Adrien Bobillot, arrivé quasiment en milieu de thèse après les développements théoriques les plus ardues, pour le courage dont tu as fait preuve en montant dans le train en route. Et bien entendu à Fabrice Thouverez, pour avoir été là pour répondre aux questions scientifiques posées à brûle-pourpoint et pour m'encourager à rendre cet exposé le plus lisible possible.

Je remercie bien sûr Monsieur Cléon pour ses interventions aux moments de doute les plus sombres, et Messieurs Renard et Jezequel pour leur confiance.

Bien entendu Nicolas Paradot, Florence Margiocchi, Gille Saussines, Benoit Pirat et tous les collègues de I&R pour leur bonne humeur au café le matin et le reste de la journée. Et surtout Corinne Saubesty qui n'a jamais douté de la bonne fin de ces travaux.

Les collègues et amis du laboratoire, Monsieur Lainé, Olivier Dessombz, Sylvain, Damien, Pierre et tous les autres.

Les personnes qui m'ont permis de mener à bien des calculs pléthoriques, Josiane, Damien, Bernard, Jean-Christophe, Ali et les co-thésards Maguelonne, Carolina, Jean-Pierre, Gaelle, Julien, Aude, Estelle, Eva et Frederico, les stagiaires, Marc, Phillipe, Antoine, Adelyne, Jean Phillipe, Agnès et Pierre Laurent enfin les prestataires Sophie, Bruno, Hervet et Jerome.

Bien entendu, je remercie les personnes avec qui j'ai travaillé, Yann Forton et Olivier Bouillet pour la partie mécanique et la programmation. Notre coopération a souvent permis de faire des miracles.

Hugues Chollet, Jean Bernard Ayasse et Michel Sebes pour leur accueil à Arcueil. Tout ce que je sais du contact roue-rail est leur oeuvre.

Enfin, je remercie ma famille et mes amis qui ont eu le courage d'ouvrir les pavés de deux

cents pages pour y chercher les fautes et les petites bêtes, ligne après ligne. Les voir réussir à me relire m'a beaucoup rassuré et aidé à admettre que ce rapport était peut être lisible.



# Introduction

La ligne grande vitesse entre Valence et Marseille compte de nombreux ouvrages d'art de grande hauteur dans une zone connue comme particulièrement exposée à de forts vents. Dans ce cadre, et compte tenu de la vitesse importante des circulations, la sécurité des TGV vis-à-vis du risque de renversement en cas de forts vents se devait d'être étudiée.

Les études menées avant l'ouverture de la ligne ont montré l'existence d'un risque prévisible de renversement dans certaines situations. Ce risque a été maîtrisé en posant des protections le long de la ligne et en adaptant une stratégie de ralentissement des trains en cas de vents forts, afin d'éviter que les véhicules ne se renversent.

La SNCF a alors lancé un programme d'étude en coopération la DB (chemin de fer allemand) dans le cadre des coopérations DEUFRAKO. Ce travail en commun a abouti à une méthode de calcul de la sensibilité des véhicules et l'élaboration d'une méthode de calcul de risque (méthode DEUFRAKO). Cette méthode est aujourd'hui proposée à la commission Européenne dans le cadre des spécifications techniques d'interopérabilité.

Toutefois, il manquait une estimation de la marge entre le déchargement à 90% considéré comme un critère conservatif et le vrai renversement ainsi qu'une méthodologie d'étude prenant en compte la nature non linéaire du comportement du véhicule et la nature turbulente du vent. La direction de l'Innovation et de la Recherche (SNCF) a alors proposé un travail de doctorat s'intéressant plus précisément à ces questions. Ce travail a été mené en collaboration avec le laboratoire de Dynamique des Structures de l'Ecole Centrale Lyon et dans le cadre d'une convention liant la Direction de l'Innovation et de la Recherche au Laboratoire des Technologies Nouvelles de l'INRETS.

Les problèmes soulevés par cette étude peuvent se résumer en deux axes de réflexion (figure 1, page xxiii). *Le premier* axe de réflexion porte sur la modélisation mécanique : Avons-nous les outils permettant de calculer correctement le renversement ? *Le second* axe de réflexion porte sur la modélisation du vent, et plus particulièrement nous devons répondre à la question : Comment éviter de définir des formes de rafale à priori de probabilité d'occurrence très faibles (ce qui constitue la pratique actuelle) ?

Ces deux questions doivent être résolues tout en proposant une méthode permettant de

calculer des abaques de sensibilité des véhicules aux vents. Ces abaques servent à déterminer, par le calcul, les valeurs limites du vent au-delà des quelles des mesures de protection des lignes doivent être prises.

Compte tenu des connaissances existantes sur les codes de dynamique ferroviaire classiques, il nous est apparu nécessaire de concevoir un code spécifiquement adapté au renversement, en approfondissant le calcul du contact roue-rail et la mécanique des solides soumis à de grandes rotations. Cette étude fait l'objet de la première partie de cette thèse qui se divise en trois chapitres.

*Le premier chapitre* propose une présentation de la dynamique ferroviaire destinée à familiariser le lecteur avec la problématique de la mécanique des véhicules ferroviaires, et plus particulièrement aux problèmes de lacet et de déraillement.

*Le deuxième chapitre* expose la problématique de modélisation du contact roue-rail et suggère une méthode de résolution adaptée à la problématique du renversement. Nous y détaillons les théories de contact roue-rail adaptées aux simulations de véhicules ferroviaires ainsi que les innovations que proposent Ayasse et Chollet particulièrement adaptés à notre problématique.

Enfin, *le troisième chapitre* décrit la méthode de construction du code de dynamique ferroviaire développé dans le cadre de ce travail et utilisé par la suite. Nous y proposons quelques méthodes d'interfaçage entre le contact-roue rail et la dynamique de véhicule, une écriture des équations d'équilibre des solides le long du tracé de voie et une modélisation des liaisons adaptée au problème du renversement.

La seconde partie de ce travail s'oriente vers une exploitation de l'outil conçu dans la première partie en proposant une modélisation stochastique du vent et une étude de la sensibilité des trains par une méthode de Monte-Carlo. Les méthodes de Monte-Carlo sont des méthodes où l'on essaye de prévoir la loi de probabilité de réponse d'un système avec un grand nombre de simulations.

Dans *le quatrième chapitre*, nous proposons une étude mécanique du renversement s'attachant à la cinématique du contact roue-rail, et à la réversibilité du renversement. Nous proposons alors une étude systématique des formes de rafales testées dans le cadre des projets européens.

*Le chapitre cinq*, propose quelques éléments de modélisation du vent comme un champ stochastique. Il fait le lien entre la modélisation stochastique du vent et la définition des rafales déterministes et propose une méthode de génération de champs de vent rapide et efficace.

Enfin, *le dernier chapitre* établit une méthodologie de calcul d'abaques déduite des résultats des chapitres précédents. Les résultats obtenus avec l'approche stochastique sont comparés à ceux obtenus avec l'approche déterministe utilisée actuellement. En conclusion,

ce chapitre donne les éléments nécessaires à l'industrialisation d'une méthode de Monte-Carlo destinée aux études de protections des futures lignes à grande vitesse.

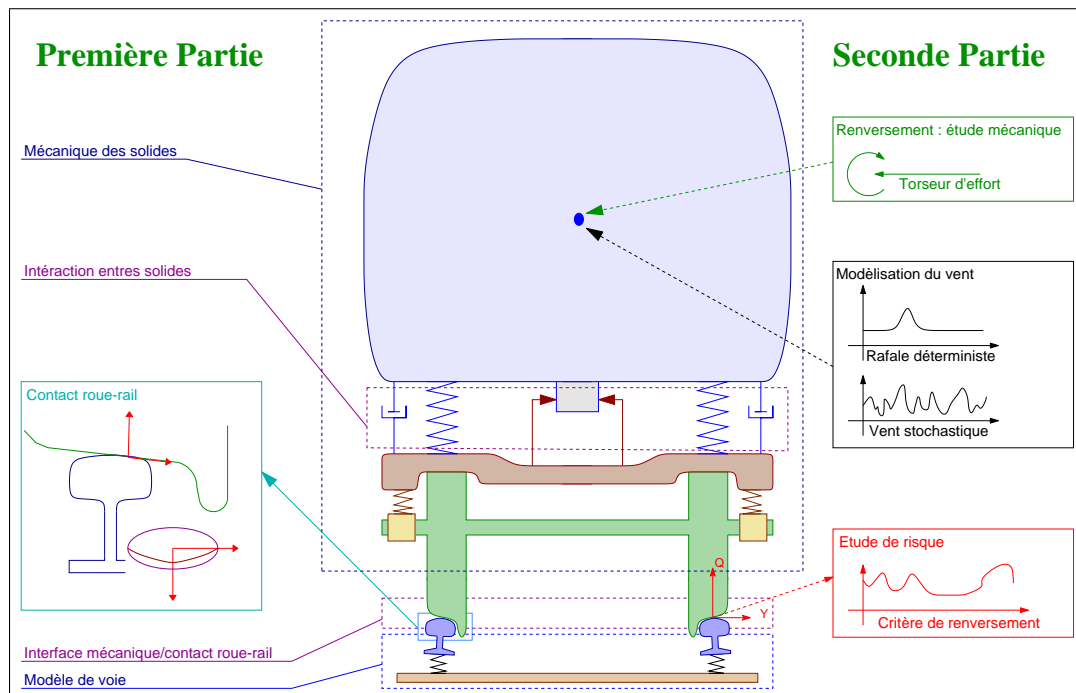


FIG. 1 – Fil conducteur de la thèse



# Première partie

## Modélisation en dynamique ferroviaire



# Chapitre 1

## Introduction à la dynamique ferroviaire

### Sommaire

---

<b>Introduction . . . . .</b>	<b>4</b>
<b>1.1 Véhicules et infrastructures ferroviaires . . . . .</b>	<b>6</b>
1.1.1 La rame TGV . . . . .	6
1.1.2 La voie . . . . .	16
<b>1.2 Les risques en dynamique ferroviaire . . . . .</b>	<b>21</b>
1.2.1 Généralités . . . . .	21
1.2.2 Cas des vents traversiers . . . . .	21
1.2.3 Le couple roue-rail . . . . .	23
<b>1.3 Cinématique du contact roue-rail . . . . .</b>	<b>24</b>
1.3.1 Profils et position latérale de l'essieu . . . . .	26
1.3.2 Pseudo-glissements . . . . .	30
1.3.3 Pseudo-glissements pour une conicité constante . . . . .	31
1.3.4 Efforts au contact . . . . .	32
<b>1.4 Quelques résultats de dynamique ferroviaire . . . . .</b>	<b>33</b>
1.4.1 Lacet cinématique . . . . .	33
1.4.2 Lacet dynamique de l'essieu . . . . .	36
1.4.3 Dynamique du bogie . . . . .	37
1.4.4 Inscription en courbe, compromis avec le lacet . . . . .	38
1.4.5 Déraillement de l'essieu . . . . .	40
<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>41</b>
<b>Références . . . . .</b>	<b>43</b>

---

## Introduction

La dynamique ferroviaire est une spécialité de la mécanique des solides dont l'objet est l'étude de la mécanique des véhicules ferroviaires appliquée à la stabilité, au confort et à la sécurité. Elle étudie des phénomènes dans un domaine de fréquences s'étalant de 0.01 à 20 hertz, une des difficultés principales provient d'une interface fortement non linéaire : le contact roue-rail.

En première approximation, la dynamique ferroviaire peut se traiter en séparant les dynamiques longitudinale, verticale et latérale. La dynamique longitudinale s'intéresse à l'avance des trains, c'est à dire à la vitesse de celui-ci en fonction du profil de la ligne (rampe ou descente), aux efforts dans les attelages et à la capacité de freinage. La dynamique verticale traite de l'influence des défauts de voie sur le comportement vertical des véhicules, cela permet de représenter une partie des problèmes de confort vibratoire. La dynamique transversale, faisant intervenir des phénomènes non linéaires au niveau du contact roue-rail, traite de la sécurité des véhicules (en modélisant les efforts de guidage) et du confort latéral (en courbe par exemple).

Ce découplage de comportement permet quelquefois de simplifier les calculs en réduisant la dimension des problèmes considérés (un train de taille normale présente environ 70 solides et 80 interfaces roue-rail). Toutefois les couplages sont rarement négligeables, ainsi les modes de caisse transversaux et de roulis sont généralement couplés, les risques de déraillement et de ripage de voie font donc intervenir à la fois les charges dynamiques verticales et horizontales.

C'est pour approcher précisément ces problèmes de couplage et avec les capacités accrues du calcul numérique, qu'après des approches analytiques poussées des problèmes (Chartet (1) (2), Mauzin (3) et Rocard (4)), la dynamique ferroviaire est entrée dans une phase d'élaboration et d'utilisation de codes numériques (5) (6) (7) (8) avec les codes :

- français<sup>1</sup> : VOCO, VOCODYM, VOCOLIN (9) (10)
- allemands : SIMPACK (11) (12), MEDYNA<sup>2</sup> (13) (14)
- suédois : GENSYS (15)
- anglais : VAMPIRE (16) (17)
- américain : NUCARS (18) (19)

L'introduction à la dynamique ferroviaire qui va suivre se décompose en quatre sections. La première présente le véhicule TGV ainsi que la voie. La deuxième introduit les risques auxquels sont soumis les véhicules. La troisième propose une modélisation extrêmement

---

<sup>1</sup>INRETS-LTN & SNCF.

<sup>2</sup>toolbox ADAMS



---

simple du contact roue-rail sur laquelle la quatrième section s'appuie pour présenter quelques résultats simples de la dynamique de l'essieu et du bogie.

## 1.1 Véhicules et infrastructures ferroviaires

L'essor du transport ferroviaire à grande vitesse date de 1981 avec l'ouverture de la ligne grande vitesse reliant Paris et Lyon (dite Ligne Nouvelle 1 -LN1). Cette année a révolutionné le transport de passagers, antérieurement les trains les plus rapides circulaient à 200 km/h en Europe et 210 km/h au Japon et uniquement sur certains axes (vallée du Rhône, Paris Bordeaux, Tokyo-Osaka).

Le TGV propose dès ses débuts une vitesse commerciale de 270 km/h. Cette vitesse sera poussée à 300 km/h pour Paris-Tours (LGV Atlantique) puis à 320 pour un tronçon de la ligne Valence-Marseille (LN5) et Paris-Strasbourg (LN6). Cette montée en vitesse (50 km/h en 25 ans) n'est peut être pas impressionnante mais il s'agit de vitesse commerciale. Cette vitesse dépend essentiellement du tracé de la ligne donc une augmentation n'est pas toujours possible. Par exemple les fortes déclivités de la LN1 ne permettent pas de maintenir une vitesse de 300 km/h (avec une consommation d'énergie raisonnable), aussi certains tronçons sont limités à 270 km/h (voir 220 km/h).

Malgré ces considérations, ce n'est pas uniquement le dimensionnement de la motorisation (ou du freinage) qui permet de dépasser les vitesses de 200 km/h mais une évolution dans la suspension des véhicules. Cette évolution, dont les premiers éléments se trouvaient dans la suspension de la voiture CORAIL (annexe A, page 285), a été poursuivie dans la suspension du TGV dont nous détaillerons la conception. Dans un deuxième temps nous nous intéresserons à l'infrastructure. Enfin nous présenterons quelques résultats de dynamique ferroviaire.

### 1.1.1 La rame TGV

#### Généralités

Il existe quatre générations de rames TGV exploitées par la SNCF : les rames Paris-Sud Est (PSE), Atlantique (TGV-A), Réseau (TGV-R) et Duplex (deux niveaux TGV-D) (table 1.1, page 7)<sup>3</sup>.

La rame TGV est constituée de trois éléments : les deux motrices (M1 et M2) et le tronçon central constitué de huit voitures (dix pour le TGV Atlantique) nommées de R1 à R8 (R10). Les motrices sont attelées aux deux extrémités du tronçon central par un système tampons-crochet (attelage) utilisé classiquement dans les autres types de trains. La principale différence entre une voiture TGV et une voiture classique est très visible : la voiture TGV repose sur deux bogies mais elle partage ceux-ci avec les voitures voisines (figure 1.1, page 7). En fait chaque voiture est posée d'un côté sur les suspensions secondaires du bogie et de l'autre sur sa voisine par l'intermédiaire d'une liaison cône (ou rotule à faible débattement) (figure 1.2, page 8). Ainsi chaque caisse repose sur trois points ce qui assure la stabilité de

---

<sup>3</sup>Images Marc Ciaï.

Nom	Nombre de voiture	Motorisation	Bogies moteurs	Bogies porteurs
PSE	8	12 moteurs CC 800 kW	Y230	Y231
Atlantique	10	8 moteurs syn- chrones 1100 kW	Y230	Y237
Réseau	8	8 moteurs syn- chrones 1100 kW	Y230	Y237
Duplex	8 deux niveaux	8 moteurs syn- chrones 1100 kW	Y244/Y264	Y243

TAB. 1.1 – Rames TGV exploitées par la SNCF

l'ensemble. Pour que R1 et R8 soient symétriques, il faut placer dans le tronçon une voiture porteuse des deux cotés, c'est R4 (reconnaisable extérieurement : c'est la voiture bar).

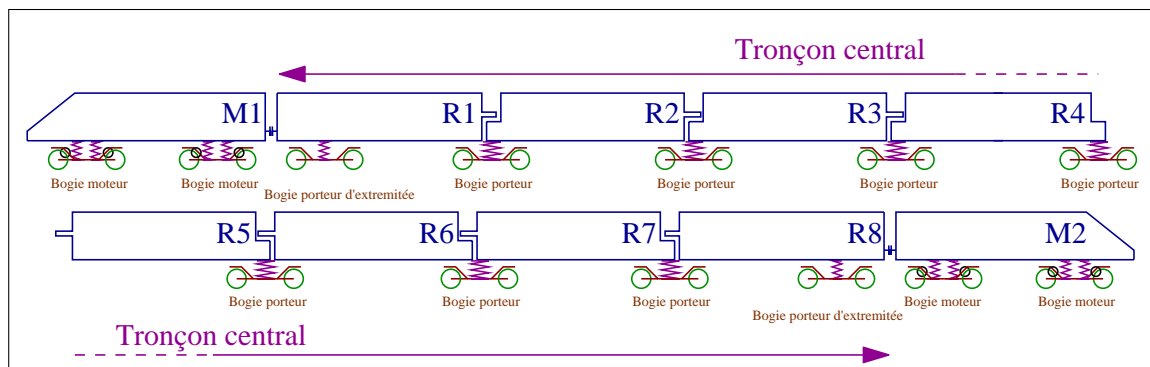


FIG. 1.1 – Rame TGV : Voitures porteuses et portées

Le bogie est l'un des éléments centraux de la dynamique ferroviaire : cette pièce relie semi-rigidement deux essieux (suspension primaire) tout en supportant la caisse (suspension secondaire). Ce type de suspension facilite la prise de courbe en permettant aux essieux d'être mobiles par rapport à la caisse et améliore le confort des passagers (deux étages de suspension). Sur une rame TGV, on distingue trois types de bogies : les bogies moteurs (deux par motrices, de type Y230, Y244 ou Y264), les bogies porteurs (7 par tronçons centraux, PSE : Y231a, Atlantique : Y237a, Duplex : Y243a) et les bogies porteurs d'extrémités (PSE : Y231b -bogies moteurs-, Atlantique : Y237b, Duplex : Y243b). Ces bogies sont issus des Y32

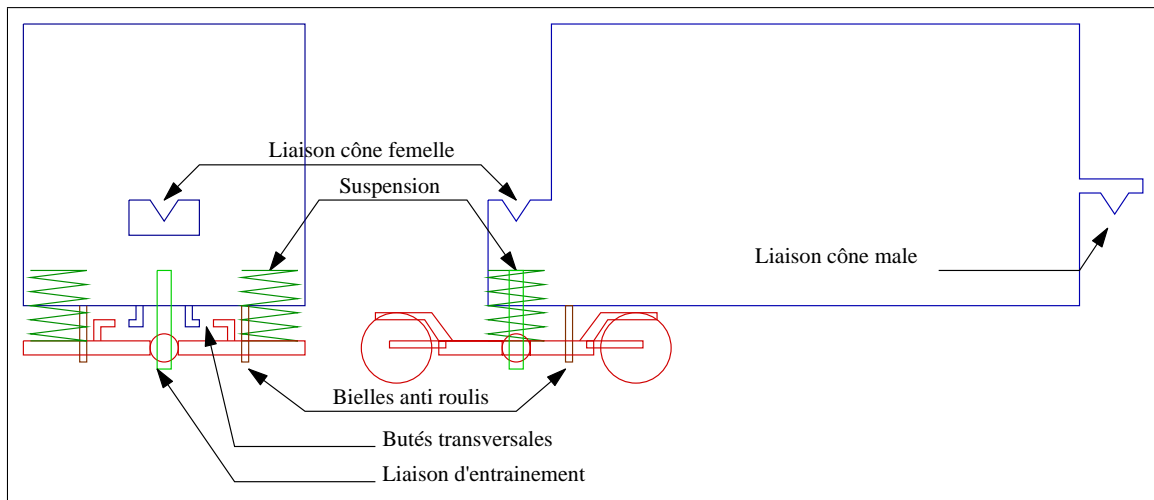


FIG. 1.2 – Schéma des liaisons entre coté porteur et bogie, face et profil

(bogies de la voiture CORAIL) et forment la famille des Y23. Ils se distinguent par un plus grand empattement (3 mètres au lieu de 2.56 mètres pour le Y32a) et une plus grande simplicité dans les liaisons. L'innovation la plus marquante est l'utilisation d'un bogie Y23 comme bogie moteur.

## Bogies moteurs

En règle générale, les moteurs de train sont fixés sur le bogie (figure 1.3, page 9), ce qui suppose que celui-ci soit très rigide et donc lourd (poids du moteur inclus). La suspension primaire étant très rigide, les efforts dynamiques entre roue et rail sont très importants. Ces efforts augmentant avec la vitesse, il n'était pas possible de concevoir un véhicule rapide ne dégradant pas l'infrastructure sans changer la conception des bogies moteurs (20).



FIG. 1.3 – Bogie d'une locomotive BB 26000

Les moteurs du TGV ne sont pas posés sur le bogie, mais suspendus à la caisse. L'entraînement entre les moteurs et les essieux est alors assuré par un joint tripode. Le moteur étant isolé de la voie par deux étages de suspension et le bogie allégé, il est possible d'augmenter la vitesse.

En fonction du système de freinage choisi la suspension primaire des bogies moteur du TGV (Y230 figure 1.5, page 10 et figure 1.6, page 11) peut être soit du type boîte à bras<sup>4</sup> soit du type ressort guide (figure 1.4, page 10). La suspension secondaire, quant à elle, est constituée de quatre ressorts hélicoïdaux, deux amortisseurs verticaux et un amortisseur transversal (il n'y pas de barres anti-roulis), enfin les amortisseurs anti-lacet sont placés de part et d'autre du bogie (figure 1.8, page 12). Les efforts de traction et de freinage transitant par ces bogies sont très importants (frein moteurs utilisés dans la plage 80 km/h- 300 km/h),

<sup>4</sup>Dite aussi à bielle d'asservissement.

la liaison d'entraînement est constituée d'une bielle liée à la caisse par un pivot et d'une rotule glissante au centre du bogie (figure 1.7, page 11), ainsi elle ne transmet que des efforts dans l'axe de la caisse.



Primaire à ressorts guidés



Primaire à boîte à bras

FIG. 1.4 – Suspensions primaires de bogie TGV moteur (Y230)

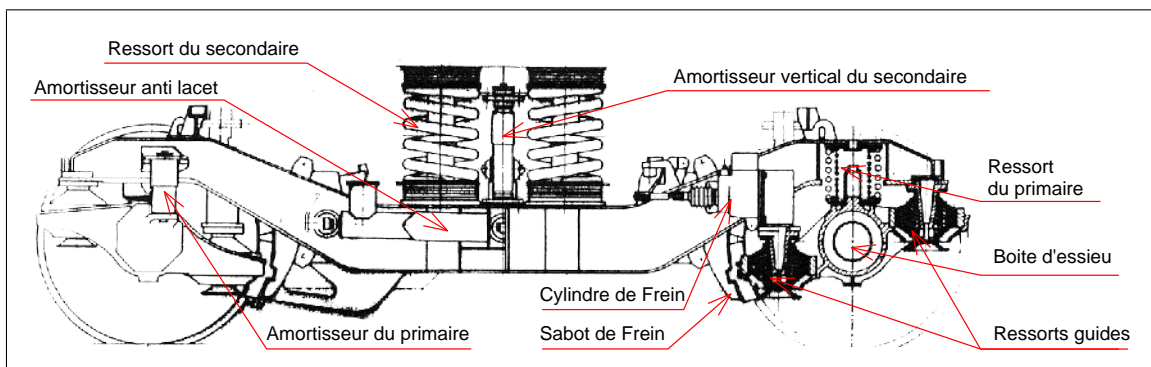


FIG. 1.5 – Vue de côté d'un bogie Y230 (TGV bogie moteur)

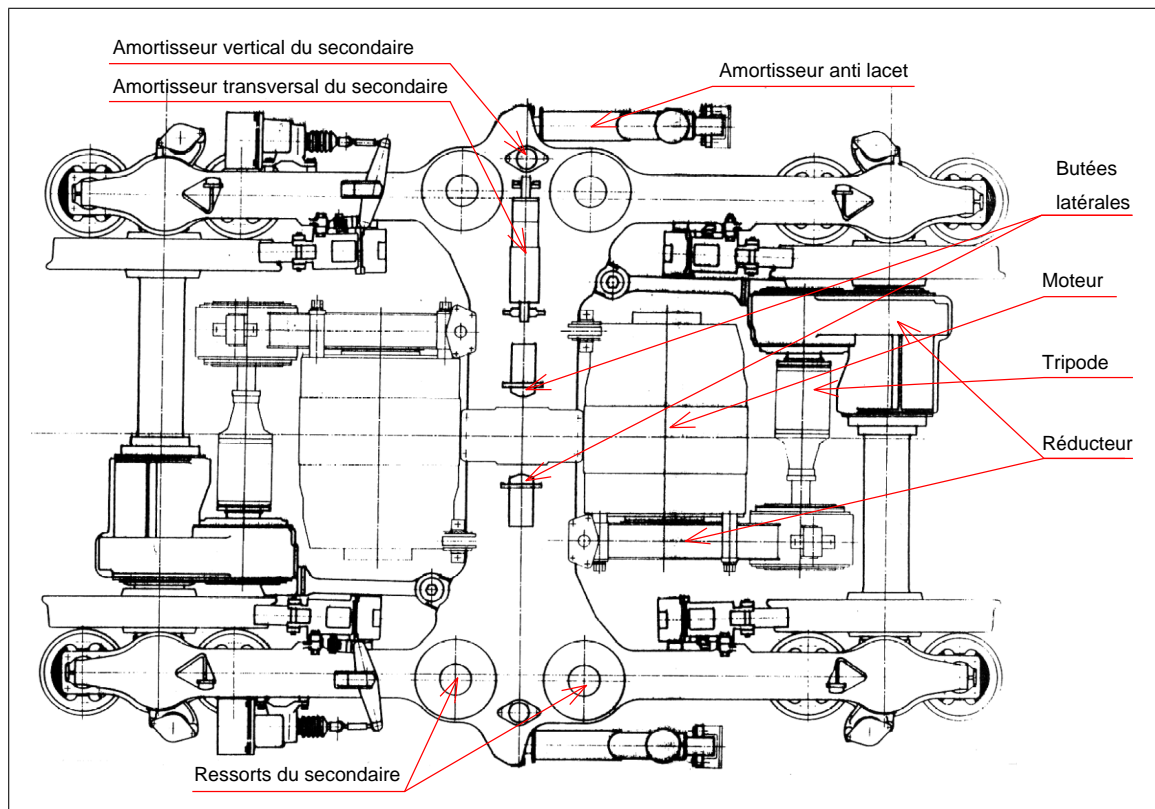


FIG. 1.6 – Vue de dessus d'un bogie Y230 (TGV bogie moteur)

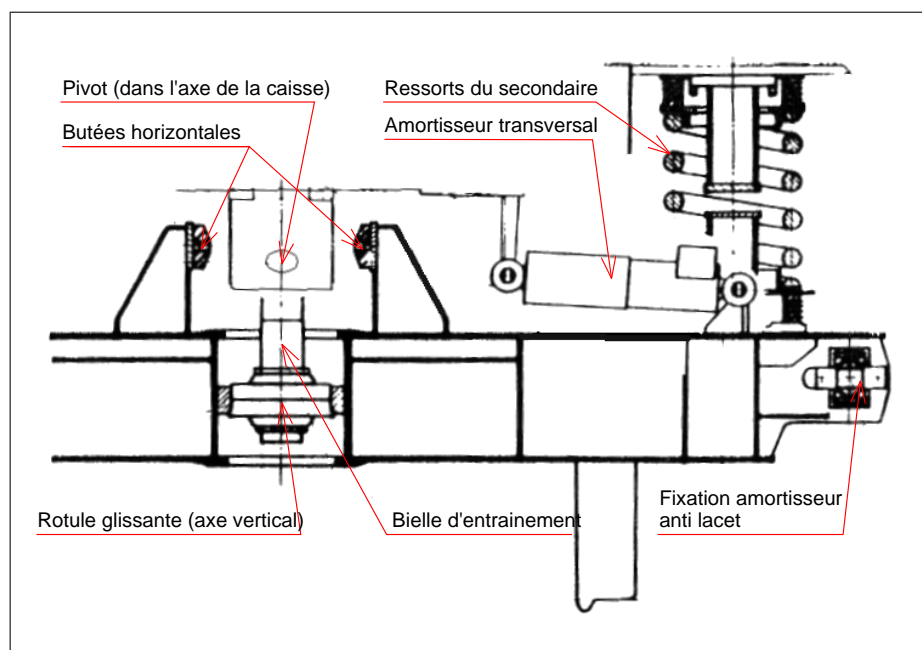


FIG. 1.7 – Liaison d'entraînement du bogie Y230



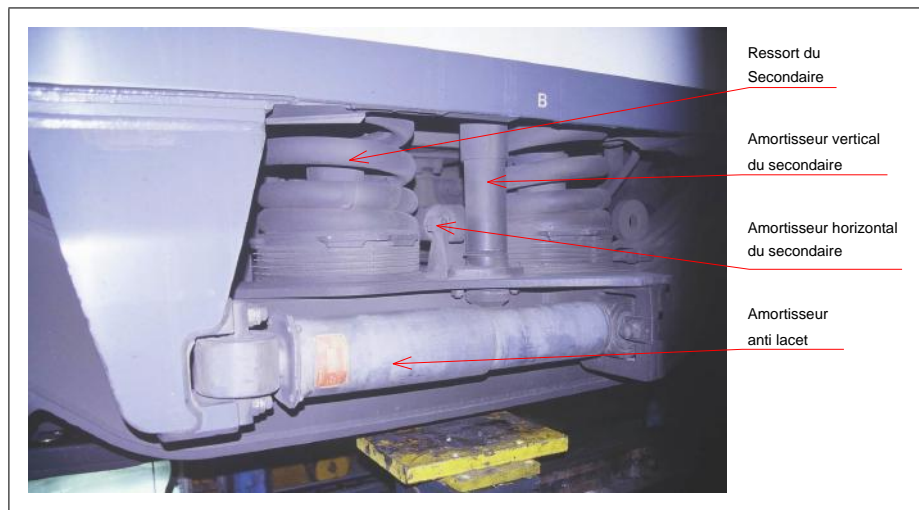


FIG. 1.8 – Suspension secondaire d'un bogie moteur Y244



## Bogies porteurs

Les bogies porteurs du TGV, (figure 1.9, page 13 et figure 1.10, page 13) sont un peu différents des bogies moteurs. Tout d'abord ils sont tous du type boîtes à bras (sauf les bogies porteurs des PSE -Y231-).

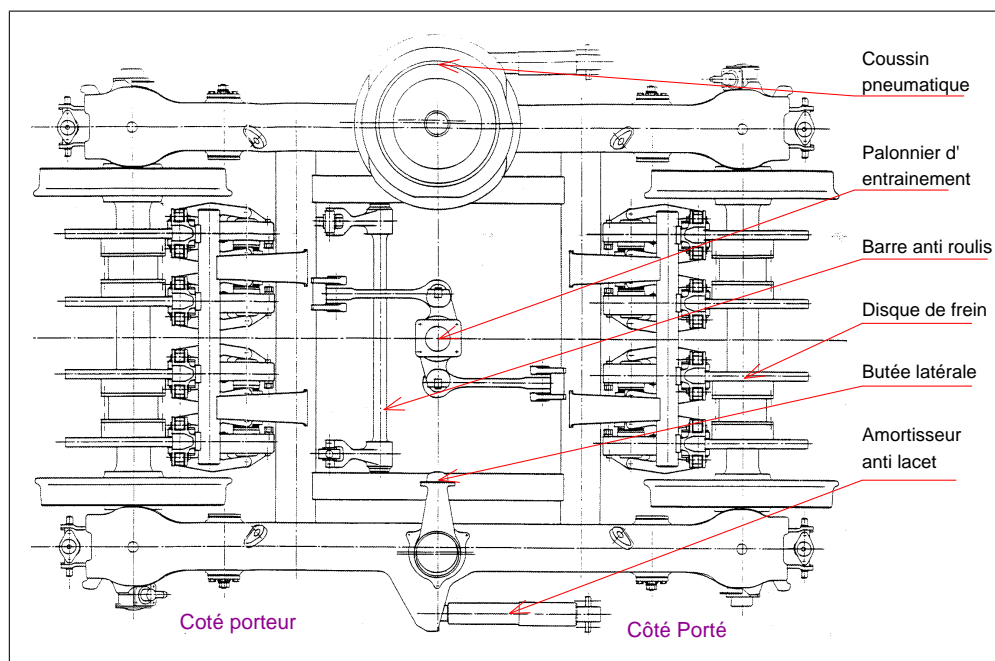


FIG. 1.9 – Vue de dessus d'un bogie Y237 (TGV bogie porteur)

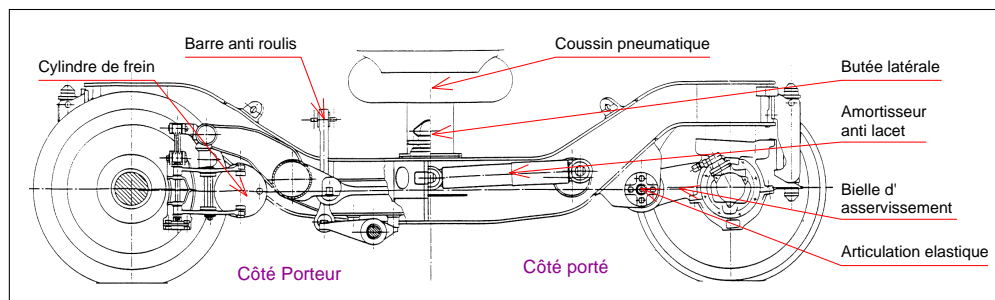


FIG. 1.10 – Vue de côté d'un bogie Y237 (TGV bogie porteur)

Ensuite la suspension secondaire est constituée de deux coussins pneumatiques (figure 1.11, page 14) renforcés par des barres anti-roulis, tous trois fixés du côté porteur de la caisse (pour le TGV Duplex il y a aussi des barres anti-roulis côté porté). La liaison d'entraînement vient se glisser dans un palonnier qui assure une grande souplesse latérale.

Les mouvements entre caisses sont limités par quatre amortisseurs longitudinaux et un amortisseur transversal (figure 1.13, page 15 et figure 1.12, page 15). Les mouvements entre caisse et bogie sont limités par deux amortisseurs anti-lacet fixés entre la caisse côté porté et

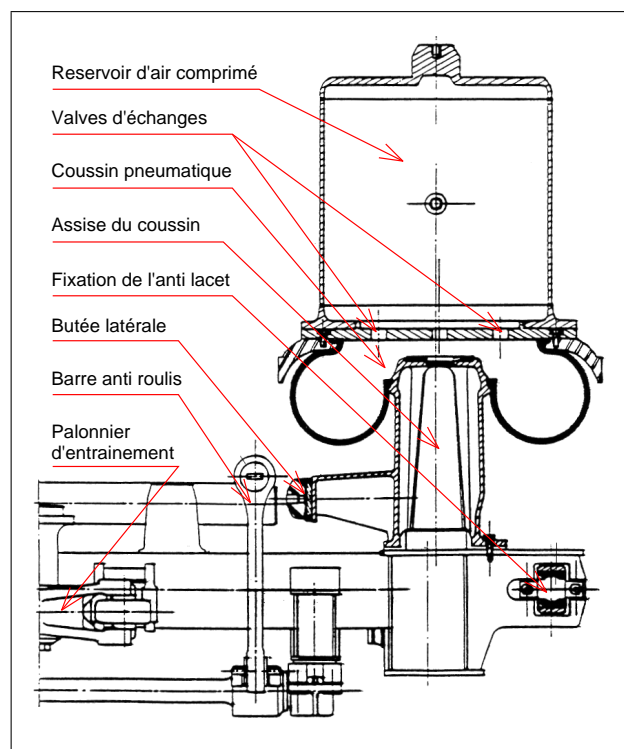


FIG. 1.11 – Coussin pneumatique Atlantique

le bogie ainsi que des butées transversales (ou horizontales) fixées entre le bogie et la caisse coté porteur.

### Autres véhicules à grande vitesse

D'autres véhicules à grandes vitesses existent : l'ICE allemand, le Shinkansen japonais ou le Talgo (Bombardier). Les deux premiers véhicules sont d'une conception assez classique (type rame CORAIL), le Talgo a une structure de rame articulée mais reposant sur des essieux (les caisses se partagent un essieu au lieu de se partager un bogie).

La structure en rame articulée permet une meilleure inscription en courbe car les axes de rotations verticaux entre caisses et bogies sont communs ; une rame standard aura, dans la même situation, trois axes de rotation : celui du bogie avant l'attelage, celui du bogie après l'attelage et celui de l'attelage. Cette structure permet une plus grande stabilité car les liaisons entre caisses sont relativement plus rigides qu'une liaison par attelage classique.

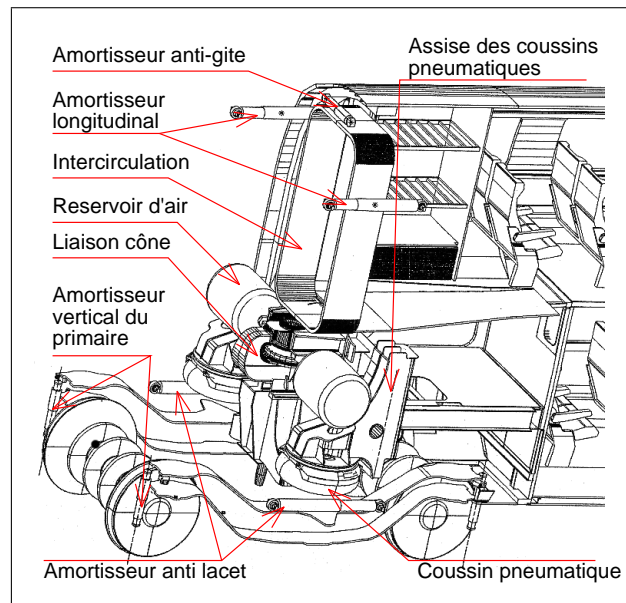


FIG. 1.12 – Côté porteur et bogie Duplex (vue 3D)

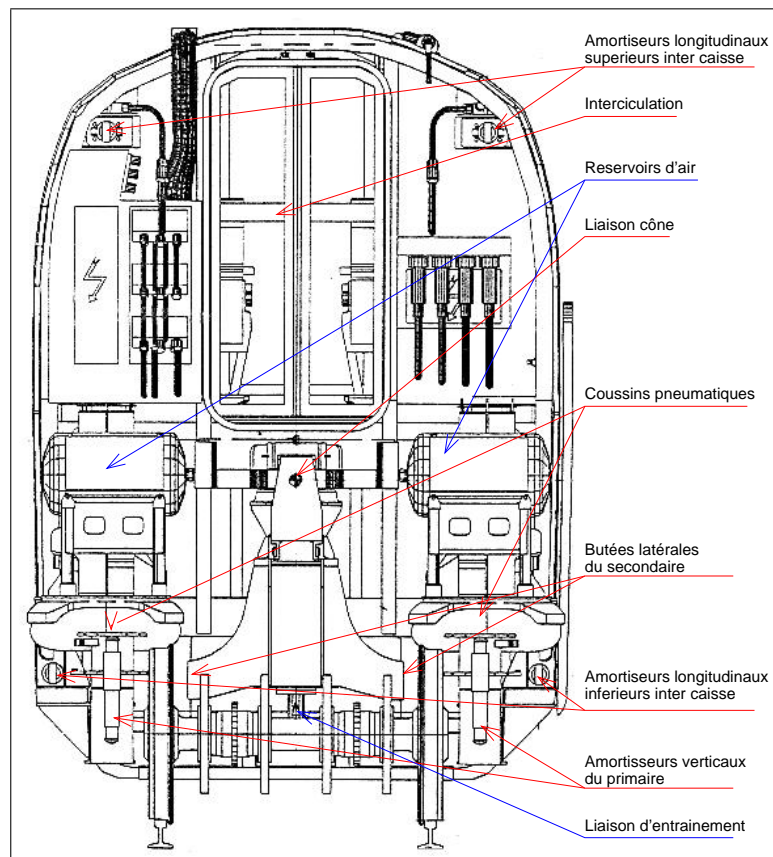


FIG. 1.13 – Côté porteur et bogie Duplex vu de face

### 1.1.2 La voie

La voie est la principale source des sollicitations dynamiques que subit un véhicule lorsqu'il circule. La qualité de la voie est donc un élément important du confort ressenti par les passagers et surtout de la sécurité de circulation.

#### Présentation

La voie (21) (22) se compose de deux rails dont l'écartement est maintenu par des traverses disposées tous les 66cm. L'écartement entre les faces internes des rails est en général de 1.435m, ce qui donne sensiblement un écartement de 1.5m entre les cercles de roulement, mais il existe aussi des voies à écartement métrique, au Japon par exemple, et à écartement plus large (Espagne, Russie). Les traverses sont posées dans le ballast, milieu granulaire qui assure la stabilité verticale et latérale de la voie, le drainage des eaux de pluies et l'isolation vibratoire entre la voie et le sol. Afin de garantir une relative indépendance en terme de raideur vis-à-vis du terrain, deux sous-couches de matériaux sont interposées entre le ballast et le sol (figure 1.14, page 16 et table 1.2, page 16).

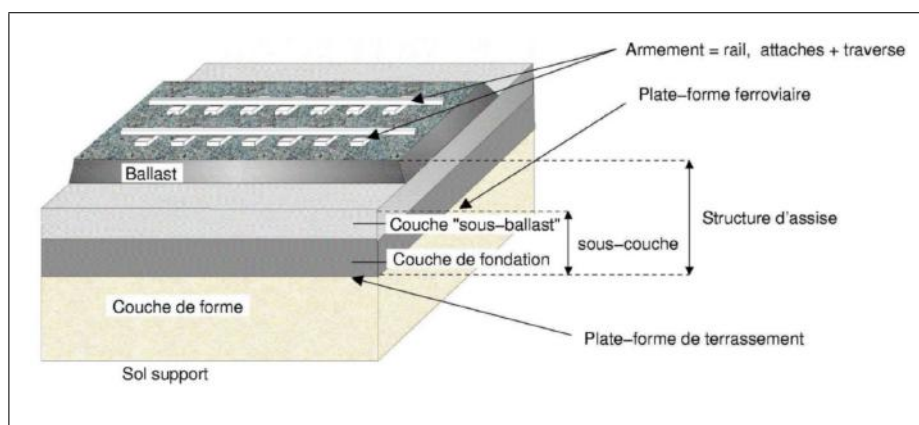


FIG. 1.14 – Schéma du profil de la voie

Couche	Ordre de grandeur de l'épaisseur
Ballast	30cm
Sous-couches	20cm
Couche de forme	50 à 70 cm

TAB. 1.2 – Épaisseur des sous-couches

#### Tracé et qualité de la voie

La fonction de la voie est de guider et supporter le véhicule : il est posé sur les rails. Sa géométrie est très surveillée pour des raisons de sécurité. Le tracé de voie est défini par quatre paramètres : les courbures verticale et horizontale de son axe central, l'angle de dévers (figure 1.15, page 17) et l'écartement nominal des rails. Nous reviendrons sur la définition

mathématique de ces paramètres dans le troisième chapitre. Ils permettent par double intégration de calculer le tracé de la voie et de calculer les efforts d'inertie que subit un véhicule (au premier ordre).

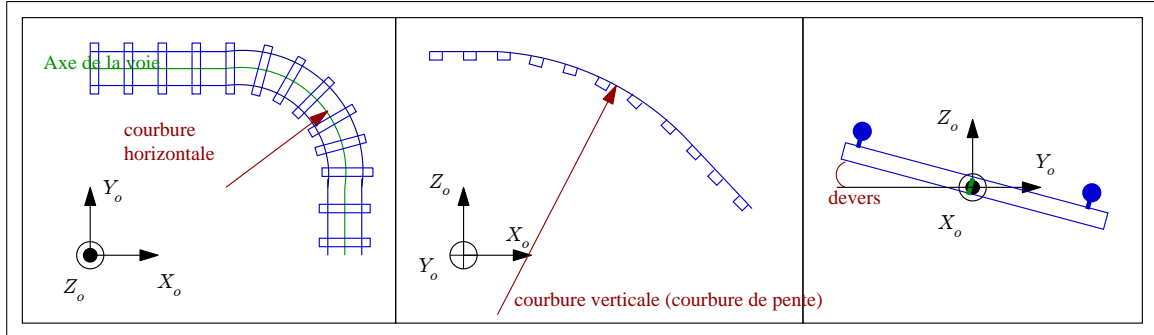


FIG. 1.15 – Paramètres du tracé de voie

En fait le tracé de l'axe central ne décrit pas complètement le positionnement relatif des deux files de rails qui présentent toujours de légers défauts de pose ou dont la position évolue avec le passage des trains. Quatre défauts peuvent ainsi être définis : le dressage, l'écartement (par rapport à l'écartement nominal), le nivellement longitudinal et le nivellement transversal (figure 1.16, page 17) dont les valeurs acceptables sont normalisées (23) (24). Lors des simulations numériques qui nous serviront à valider le code **CRRv8** (section 3.4, page 144) nous ferons circuler les véhicules sur des défauts de voie comme le proposent les Manchester Benchmarks (5).

Nom	Description	Schéma
Dressage	La voie est déportée de son axe horizontallement	
Écartement	La voie est sur ou sous écartée	
Nivellement longitudinal	La voie présente un défaut vertical symétrique	
Nivellement transversal	l'un des deux rails est au dessus ou en dessous de l'autre	

FIG. 1.16 – Défauts de pose

Pour mesurer le tracé de la voie et ses défauts, la SNCF a conçu des voitures spécialisées (les voitures MAUZIN (25) (26)) qui parcourent le réseau régulièrement. Elles font un relevé de la géométrie de la voie ce qui permet d'observer son évolution. Les voitures MAUZIN

(figure 1.17, page 18) sont équipées de quatre bogies dont les déplacements relatifs sont mesurés par un système de câbles et de poulies (figure 1.18, page 19).



FIG. 1.17 – Voiture MAUZIN (Mesure de la géométrie de la voie)

MELUSINE (figure 1.19, page 19) est une voiture de mesure spécifique aux lignes à grande vitesse (LGV). Insérée dans une rame TGV, elle parcourt le réseau tous les 15 jours. Elle est équipée entre autre de capteurs accélérométriques qui mesurent les accélérations transversales des bogies et les accélérations verticale et horizontale de la caisse ce qui permet de vérifier le bon état de la voie.

Une rame TGV (la rame Tri-courant réseau 4530) est en cours d'aménagement pour pouvoir assurer un service de mesure de géométrie de voie, de test de signalisation, de qualité des transmissions radioélectriques et d'inspection de la caténaire sur les lignes grande vitesse et lignes classiques principales à des vitesses importantes. Appelée MGV (pour Mesure à Grande Vitesse), sa mise en service est prévue pour l'été 2006.





FIG. 1.18 – Table d'enregistrement d'une voiture MAUZIN



FIG. 1.19 – Voiture MELUSINE intégrée dans une rame TGV réseau

### Évolution de l'infrastructure pour la grande vitesse

La principale caractéristique d'une ligne Grande Vitesse est son tracé : les courbes sont très larges (de grand rayon) afin de limiter les accélérations centrifuges (section 1.4.4, page 38). Le système de signalisation, les caténaires et les aiguillages (annexe B, page 291) sont adaptés aux conditions d'exploitation des lignes à grande vitesse (sans véritables révolutions) mais pour assurer un confort et une sécurité optimums.



## 1.2 Les risques en dynamique ferroviaire

### 1.2.1 Généralités

Le transport ferroviaire est l'un des moyens de transport les plus sûrs (en Europe), la recherche de la sécurité des personnes et des biens en est un enjeu fondamental. Les risques en dynamique ferroviaire peuvent être classés en cinq catégories, qui ne présument pas des causes de l'accident :

- le déraillement : une des roues sort de la voie
- le ripage de voie : la voie bouge transversalement dans le ballast sous l'action du véhicule (instabilité liée à un fort effort latéral au contact roue-rail)
- le renversement : les roues se lèvent d'un côté du véhicule.
- l'engagement de gabarits : deux véhicules se heurtent en se croisant ou sont pris en écharpe dans un aiguillage (deux véhicules s'approchent d'une aiguille depuis son talon et se heurtent parce que les voies se rapprochent - annexe B, page 291)
- les collisions frontales (arrivée de face ou rattrapage)

Des spécifications vis-à-vis de la sécurité sont établies et des essais d'homologation visant à placer les véhicules dans les conditions les plus sévères qu'ils pourraient rencontrer lors de leur exploitation sont réalisés avant leur mise en service. Par exemple, la capacité d'un véhicule à dérailler dans des courbes de faible rayon est testée à faible vitesse lors de son homologation (27) sur une voie spécifique : la voie des gauches. Sur cette voie qui présente le défaut de gauche le plus sévère admis, la hauteur de levée de roue ne doit pas excéder 5mm. En ligne, on mesure le rapport  $\frac{Y}{Q}$  entre charge horizontale (Y) et verticale (Q) de chacune des roues (28) (29). Ce rapport  $\frac{Y}{Q}$  ne doit pas excéder 1.2 en quasi-statique et 0.8 en dynamique : ces critères permettent de vérifier que le boudin de la roue ne peut pas monter sur le rail en condition normale d'exploitation.

### 1.2.2 Cas des vents traversiers

Les calculs faits dans le cadre du projet SNCF *Vents Traversiers* (30) ont montré le peu d'influence que peuvent avoir, vis-à-vis du renversement, les défauts de voie et les configurations des véhicules.

Dans cette thèse nous proposons une approche d'évaluation des risques liés aux efforts des vents traversiers sur un véhicule Vide en Ordre de Marche (prêt à assurer un service à la clientèle mais sans voyageur ni personnel) circulant sur une voie droite et sans défauts. Les risques identifiés<sup>5</sup> sont essentiellement le déraillement, le renversement et le ripage de voie. Le déraillement n'est pas un risque réel dans la mesure où le centre de poussée du vent

---

<sup>5</sup>Un effort latéral sur le véhicule peut avoir pour effet la rupture des suspensions, ce que nous excluons d'entrée car celles ci sont dimensionnées pour résister aux efforts en courbes. Nous pouvons alors envisager une sortie de la voie du véhicule par montée de la roue sur le rail (déraillement section 4.1.6, page 179) ou par renversement. Enfin la voie qui reprend intégralement l'effort latéral peut perdre son caractère rigide (ripage de voie).

est très haut par rapport à la voie (en ce qui concerne les véhicules actuels), par ailleurs la voie résiste sans difficultés aux efforts latéraux que peut imposer le vent sur le véhicule. Par conséquent, le seul risque que l'on pourrait rencontrer est le risque de renversement. Nous établissons ces deux affirmations dans la deuxième partie de cette thèse (section 4.1.6, page 179).

La modélisation du renversement d'un véhicule soumis à ce type de sollicitation se heurte à des difficultés importantes :

- Les efforts transversaux sont du même ordre de grandeur que les efforts verticaux, il est nécessaire de prendre en compte les angles importants qui apparaissent dans les liaisons et de calculer des mouvements de solides importants (formulations en grands angles et en grands déplacements).
- L'angle entre rail et roue influe de manière significative sur la localisation de la zone de contact. Par conséquent il faut prendre en compte ce phénomène, ce qui n'est réalisé actuellement par aucun code de calcul.
- Le soulèvement des roues implique une rupture de contact d'un côté et une surcharge importante de l'autre, la partie du code qui gère le contact roue rail (le noyau de contact) doit donc être précis (mais néanmoins rapide) dans une grande gamme de charges verticales.
- Le vent déportant le véhicule sur le côté, une des files<sup>6</sup> de roues touche le rail au niveau du boudin ce qui induit des efforts complexes à calculer ayant une incidence sur la dynamique du véhicule (figure 1.20, page 23 : l'amplitude des mouvements des essieux est très importante : 11 mm pour un maximum de 13mm) c'est une problématique de lacet.

Il est difficile de prendre en compte ces quatre points simultanément. En effet la dynamique ferroviaire étant très conditionnée par le contact roue-rail, les codes de simulation sont généralement spécifiques et ont des noyaux de contact très simplifiés (à l'exception de ADAMS-MEDYNA). Pour préserver le savoir faire des concepteurs de ces codes il est rare d'avoir des détails sur les algorithmes utilisés dans les noyaux de contact ou sur les formulations exactes des modèles de liaisons.

A ce jour il n'existe pas de cas test "officiel" des codes de dynamique ferroviaire<sup>7</sup>, avec une confrontation calcul-essais, parce que les essais coûtent très cher et sont alors réservés aux homologations de véhicules. Il est difficile de se faire une idée précise des capacités de chaque code dans des situations critiques, donc de choisir le code le plus apte à traiter le problème du renversement.

Notons enfin que H. True ((31) (32) (33)) explique que les systèmes de suspension des

---

<sup>6</sup>File : Ensemble des roues ou des rails d'un côté du véhicule

<sup>7</sup>La référence en terme de comparaison inter-code reste le Manchester Benchmark (5) mais sans essais associés.

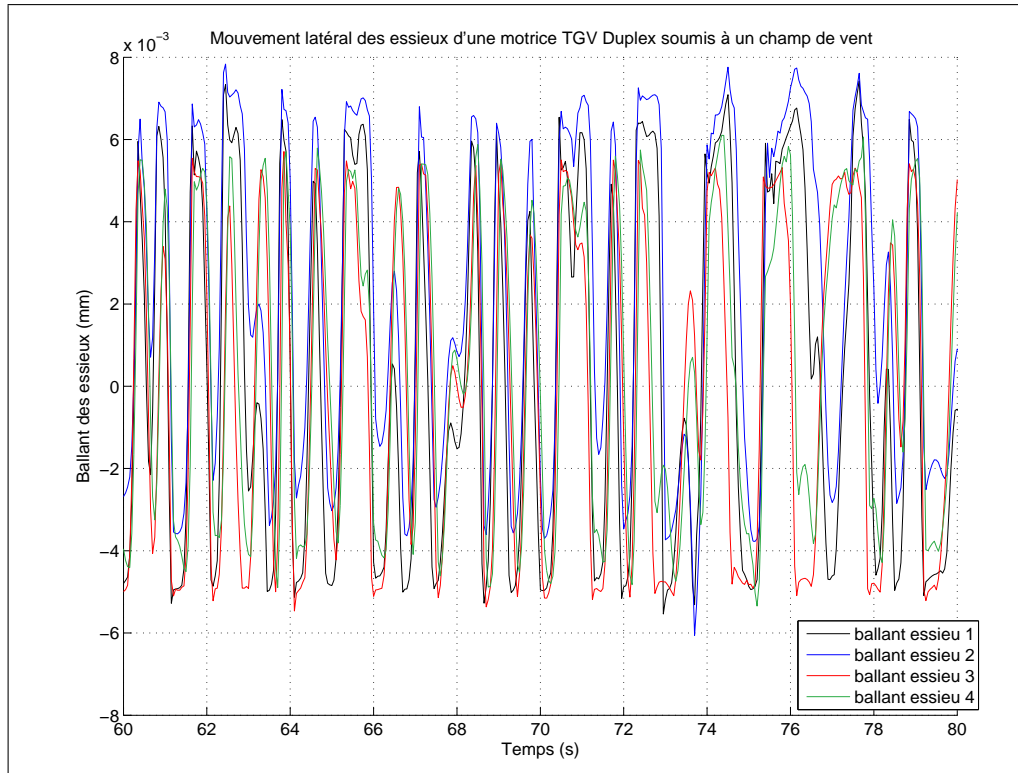


FIG. 1.20 – Ballant des essieux d’une motrice TGV Duplex soumis au vent

véhicules, par leur complexité (frottement sec), peuvent provoquer des comportements chaotiques ce qui peut impliquer une grande sensibilité du comportement aux paramètres du système ou aux conditions initiales. Des études faisant apparaître des phénomènes comparables furent effectuées par la SNCF et l’INRETS(34) ou dans la thèse de Gonzalez (35). La difficulté de ces phénomènes est qu’ils peuvent rendre l’interprétation des résultats dans les cas critiques assez ardue et la réponse de deux codes assez différente (par exemple section 2.4.2, page 92).

C’est pour ces raisons que nous avons choisi de réécrire un code de dynamique ferroviaire où nous maîtriserions les hypothèses faites sur la mécanique (grands angles et grands déplacements), le calcul des empreintes de contact et la méthode de résolution, étant ainsi plus confiant dans les résultats que nous donneraient les simulations. Ce code, développé au sein de la direction de l’innovation et de la recherche au cours de cette thèse avec l’aide de Forton (36) (37) et de Bouillet (38), s’appelle **CRRv8** (Contact Roue Rail version 8).

### 1.2.3 Le couple roue-rail

Le guidage des véhicules étant assuré par le couple roue-rail, les surfaces actives<sup>8</sup> ont des formes optimisées pour assurer la stabilité du véhicule tout en minimisant l’usure (profils auto-usants (39) (40) (41)). De plus les caractéristiques du couple roue-rail ont une influence

<sup>8</sup>Zone de la roue et du rail qui peuvent être en contact.

sur le noyau de contact nécessaire à la mise en place de nos simulations.

Les surfaces de la roue et du rail sont définies par leurs profils. Il en existe un grand nombre, le profil de rail le plus utilisé (sur les grands axes) est le profil UIC60 (voir figure 1.21, page 25) (42). En France ce rail est posé avec un angle de  $\arctan(\frac{1}{20})$  par rapport à l'horizontale, on dit que c'est une pose au *vingtième* ; en Allemagne le même rail est posé au *quarantième* : avec un angle de  $\arctan(\frac{1}{40})$ . En France, on distingue deux profils de roue, le profil « SNCF » utilisé pour la plupart des véhicules passagers et le profil « GV » (Grande Vitesse, figure 1.21, page 25) utilisé pour les TGV (43). Le profil « SNCF » est un profil auto-usant c'est à dire que en s'usant il conserve la même forme, alors que le profil « GV » est un profil de faible conicité adapté à la grande vitesse. L'association d'un profil de roue à un profil de rail forme un couple roue-rail dont on peut déterminer quelques caractéristiques principales en terme de localisation de surfaces actives, conicité, angle maximum et jeu dans la voie.

Un couple roue-rail présente au moins deux surfaces actives : la bande de roulement qui est le lieu de fonctionnement "normal" du contact roue-rail, et le contact au boudin qui assure que le véhicule ne sorte pas des rails. Certains profils ont une surface active supplémentaire dans le raccord du boudin (c'est le cas du couple GV-UIC60-1/20). La *conicité* est l'angle que forment la bande de roulement avec l'horizontale. Ce paramètre est décisif dans l'étude du phénomène de lacet et la stabilité. L'angle maximum de contact (c'est à dire l'inclinaison maximale du boudin par rapport à l'horizontale) permet d'estimer les risques de déraillement ; il est de l'ordre de  $70^\circ$ . Enfin le jeu dans la voie est l'amplitude maximale du déplacement latéral de l'essieu sans que les zones de contact ne sautent au boudin.

### 1.3 Cinématique du contact roue-rail

Afin de présenter quelques résultats de base en dynamique ferroviaire, une première modélisation du contact est décrite dans cette section. Ce problème, qui est traité dans le deuxième chapitre sous l'angle des contraintes, est abordé ici sous l'aspect de la cinématique de l'essieu qu'il induit. Considérons le repère de la voie  $R_v$  (dont le centre est le milieu du segment joignant les sommets des deux rails), le repère de l'essieu  $R_e$  et le repère de contact  $R_c$  (figure 1.24, page 26).  $R_e$  se déduit de  $R_v$  par une rotation selon  $\vec{Z}_v$  (lacet) notée  $\alpha_e$  puis par une rotation suivant  $\vec{X}_\alpha$  (roulis) notée  $\theta_e$  (figure 1.22, page 25 et figure 1.23, page 26). L'essieu tourne sur lui-même autour de  $\vec{Y}_e$  à la vitesse  $\dot{\psi}_e$ .

Le repère de contact se déduit du repère de voie par une rotation d'un angle  $\gamma_g$  pour le contact gauche (et d'un angle  $\gamma_d$  pour le contact droit) selon l'axe  $\vec{X}_v$  (figure 1.24, page 26). A gauche (du côté des  $y$  négatifs) l'angle  $\gamma_g$  est négatif, à droite (du côté des  $y$  positifs) l'angle  $\gamma_d$  est positif (figure 1.24, page 26).

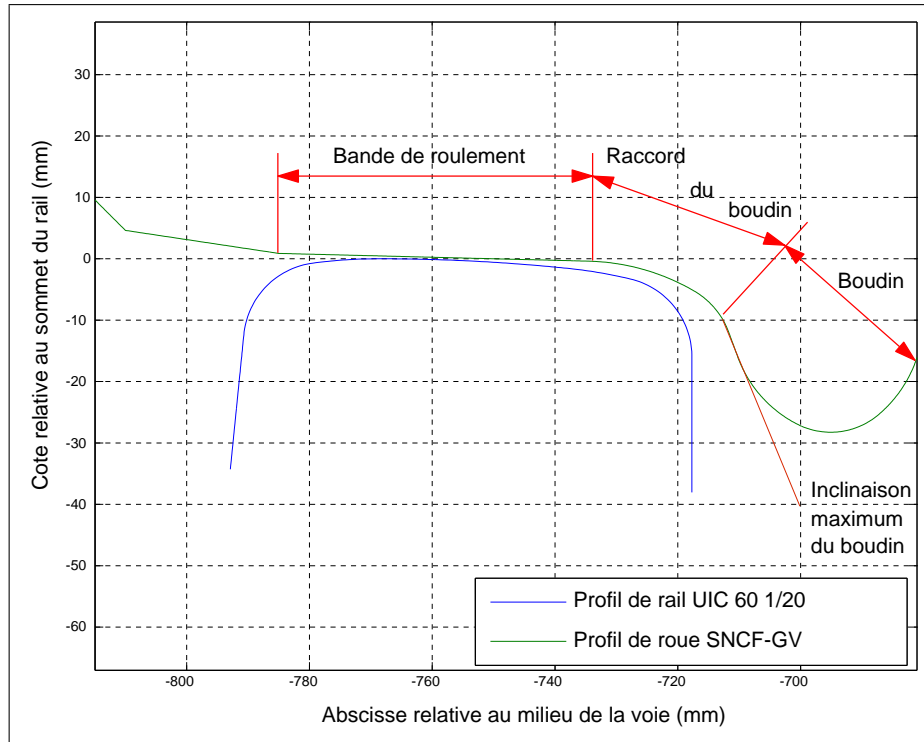


FIG. 1.21 – Profils de roue SNCF GV et de rail UIC 60

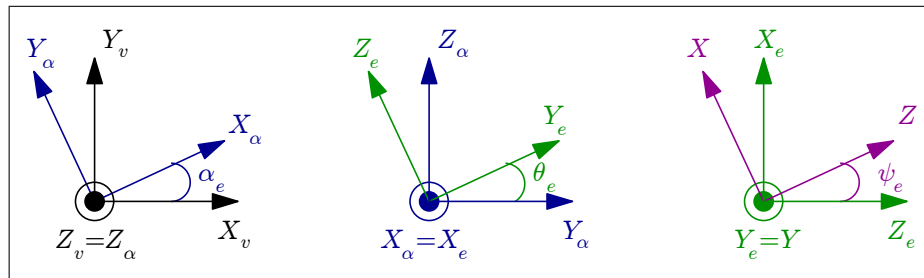


FIG. 1.22 – Repérage de l'essieu

La position de l'essieu est paramétrée par 5 composantes :

- La position le long de la voie (abscisse curviligne  $x_e$ ),
- La position latérale du centre de gravité de l'essieu dans le plan de la voie ( $y_e$ ),
- La position verticale de l'essieu dans le plan de la voie ( $z_e$ ),
- L'angle de lacet ( $\alpha_e$ ),
- L'angle de roulis ( $\theta_e$ ).

Pour cette étude l'angle de rotation propre  $\psi_e$  ne participe pas au paramétrage dans la mesure où nous considérons des essieux à symétrie de révolution. Si nous souhaitions faire une étude avec balourd ou un défaut de géométrie des roues (méplat), il serait indispensable de prendre en compte cet angle.

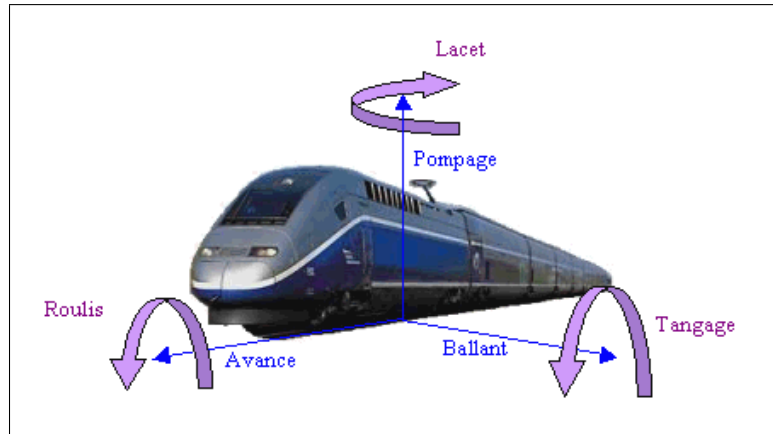


FIG. 1.23 – Avance, Ballant, Pompage, Tangage, Roulis, Lacet

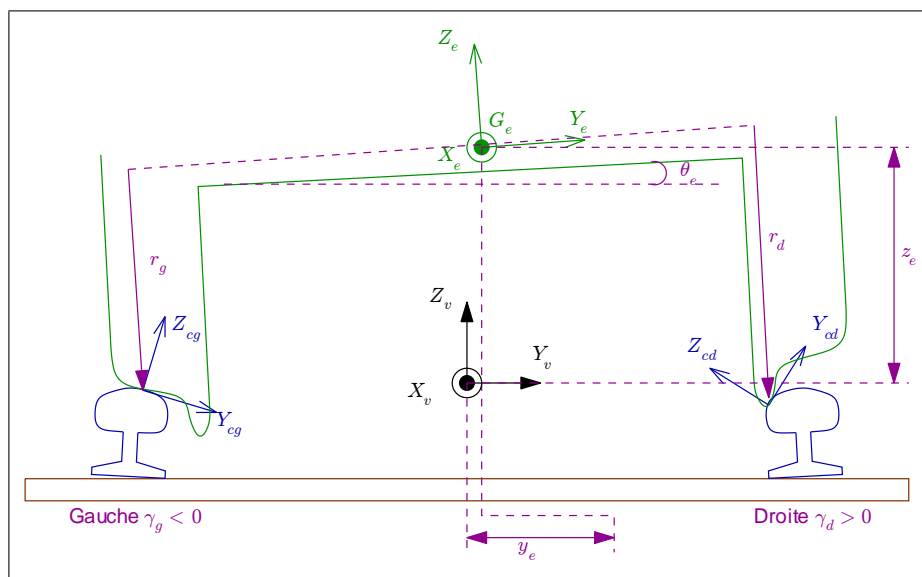


FIG. 1.24 – Déplacement latéral d'un essieu : définition des paramètres

### 1.3.1 Profils et position latérale de l'essieu

Les formes de roues et des rails se déduisant de leurs profils par révolution (pour la roue) et par extrusion (pour le rail), l'angle de lacet étant généralement négligeable (maximum  $3^\circ$ ) le problème de contact s'analyse perpendiculairement à l'axe de la voie. Dans la plupart des configurations, chaque roue est en contact avec le rail en un seul point et les déformations sont négligeables. Ainsi est il possible de déterminer la localisation du contact en fonction de la position latérale de l'essieu (ballant  $y_e$ ), par exemple la figure 1.25, page 27, présente l'évolution de l'angle au contact en fonction de ce paramètre. Pour un ballant faible ( $|y_e| < 6.5\text{mm}$ ) l'angle de contact ne varie pas (zone de conicité constante), puis il varie brusquement, cette variation est liée au changement de localisation du contact roue-rail de la bande de roulement vers le boudin. Dans le cas considéré ici, il existe un palier intermédiaire lié à une zone de contact dans le raccord du boudin puis l'angle de contact augmente jusqu'à  $70^\circ$  pour décroître ensuite. Certains couples roue-rail n'ont pas de zone de conicité constante, aussi on

définit une conicité effective à partir de la formule de Klingel (44) (lacet cinématique) qui sera présentée un peu plus loin.

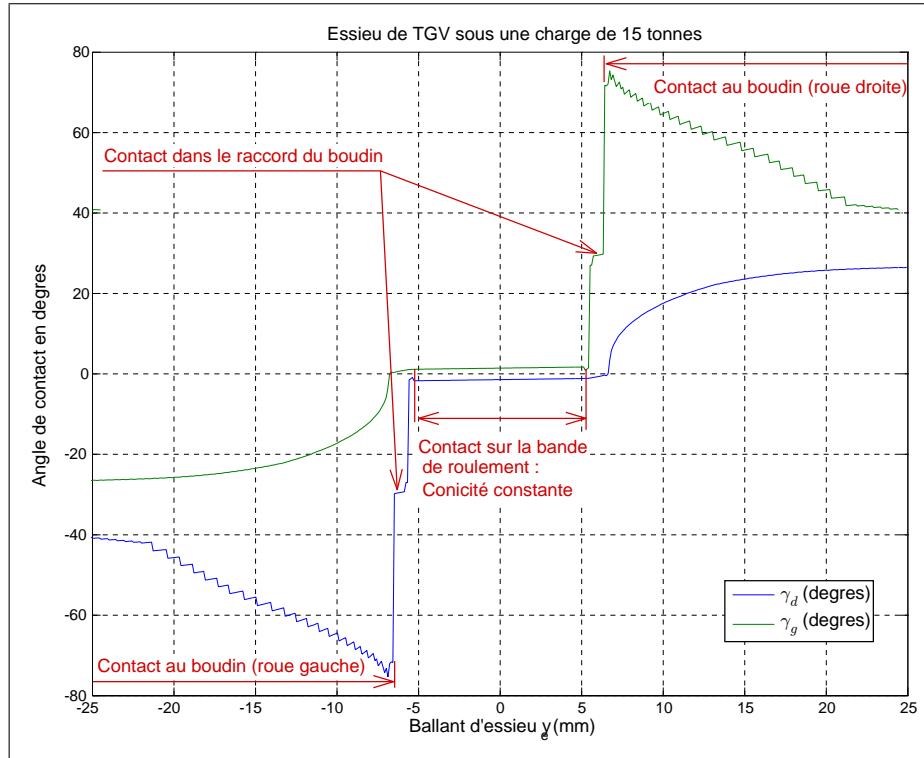


FIG. 1.25 – Angles au contact droit et gauche en fonction du ballant d'essieu

Si la localisation des zones de contact est possible à partir de la position latérale de l'essieu, en négligeant les déformations des solides sous l'effet des charges, on peut en déduire les rayons de roulement des roues droites ( $r_d$ ) et gauche ( $r_g$ ) (figure 1.26, page 28), puis les positions verticales ( $z_e$ ) et en roulis ( $\theta_e$ ) de l'essieu (figure 1.27, page 28).

Les efforts au contact sont de deux types : la réaction du support (effort normal) qui est déduite de la théorie de Hertz (45) et les efforts tangents que l'on peut estimer par la théorie linéaire de Kalker (46). Pour pouvoir calculer les efforts tangents, il est nécessaire de calculer les vitesses relatives des deux corps : le pseudo-glissement d'avance (ou de traction :  $\nu_x$ ), le pseudo-glissement latéral ( $\nu_y$ ) et le pseudo-glissement de spin ( $\phi$ ) (figure 1.28, page 29) qui sont définis ci après.

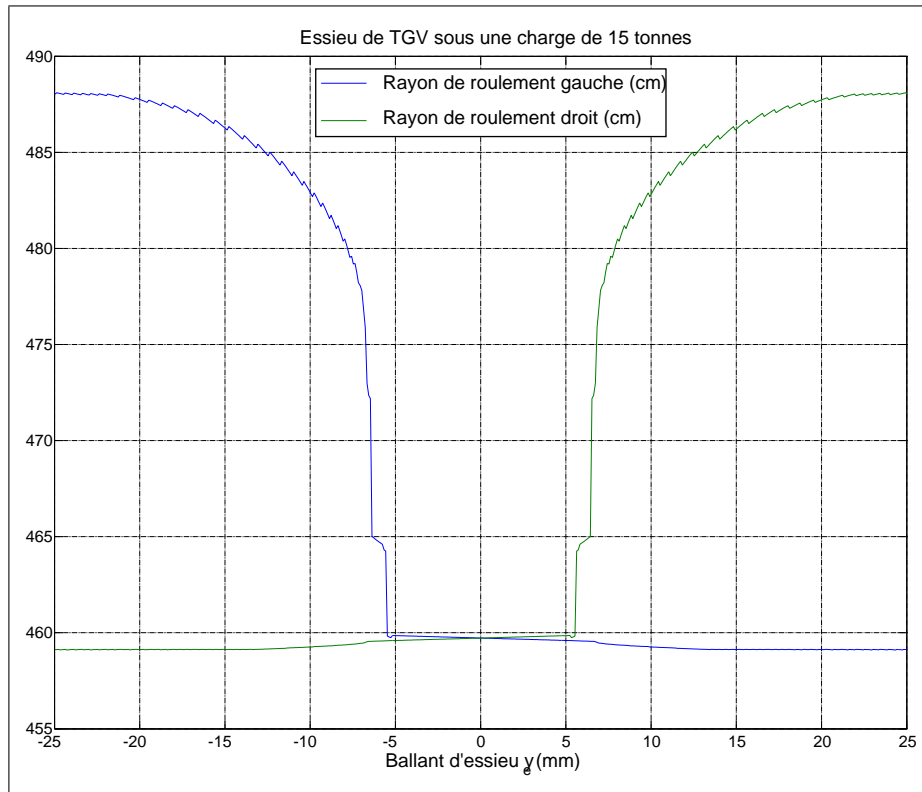


FIG. 1.26 – Rayons de roulement gauche et droit en fonction du ballant

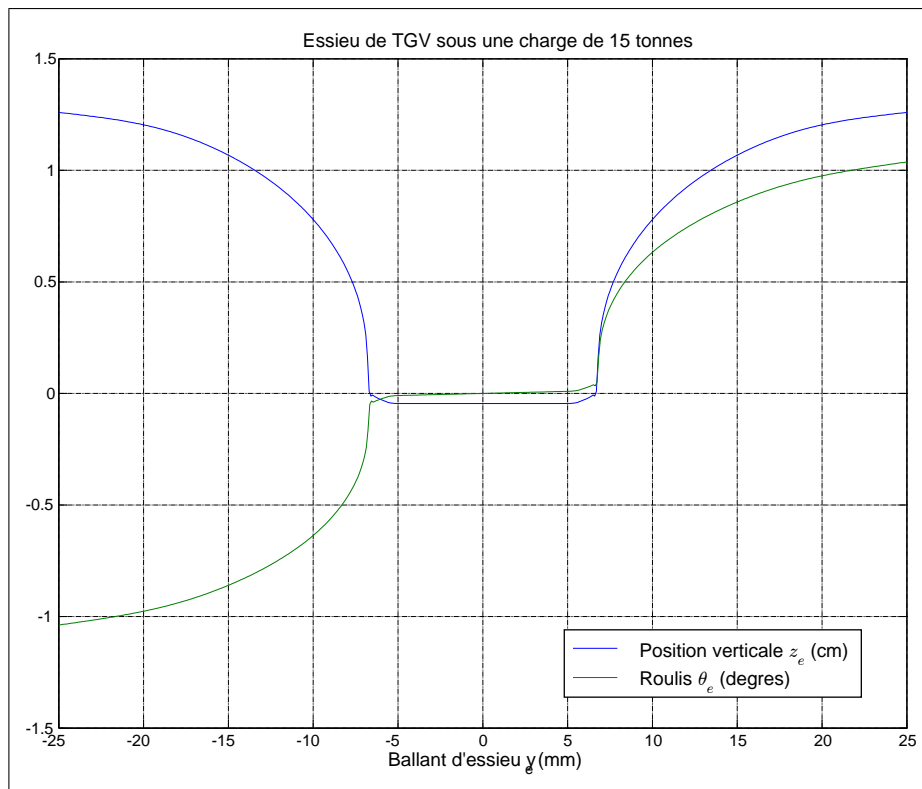


FIG. 1.27 – Position verticale et Roulis d'essieu en fonction du ballant



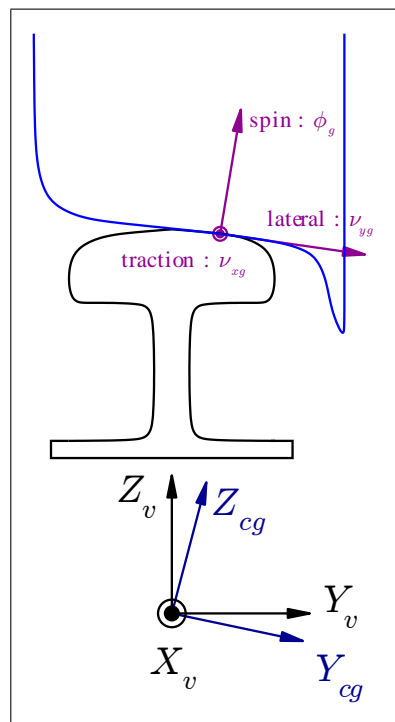


FIG. 1.28 – Orientation des pseudo-glissements entre roue et rail du côté gauche

### 1.3.2 Pseudo-glissements

Considérons un point de la roue et un point du rail rentrant simultanément dans la zone de contact, les pseudo-glissements sont les projections dans le repère de contact de la vitesse relative de ces deux points rapportée à la vitesse d'avance du point de contact  $V_a$ . Pour calculer la vitesse relative de ces deux points, considérons que la roue et le rail sont des solides indéformables. Nous noterons  $\vec{V}$  la vitesse du centre de gravité de l'essieu,  $\vec{\Omega}$  son vecteur vitesse de rotation,  $r_g, r_d$  les rayons de roulement des roues droites et gauches (figure 1.29, page 30) et  $e$  le demi-écartement de la voie.

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \overrightarrow{V(G \in E/R_v)} & = & \dot{x}_e \vec{X}_v + \dot{y}_e \vec{Y}_v \\ \overrightarrow{\Omega(E/R_v)} & = & \dot{\alpha}_e \vec{Z}_v + \dot{\theta}_e \vec{X}_v + \dot{\psi}_e \vec{Y}_e \\ \overrightarrow{GP_g} & = & -e \vec{Y}_e - r_g \vec{Z}_e \\ \overrightarrow{GP_d} & = & e \vec{Y}_e - r_d \vec{Z}_e \end{array} \right. \quad (1.1)$$

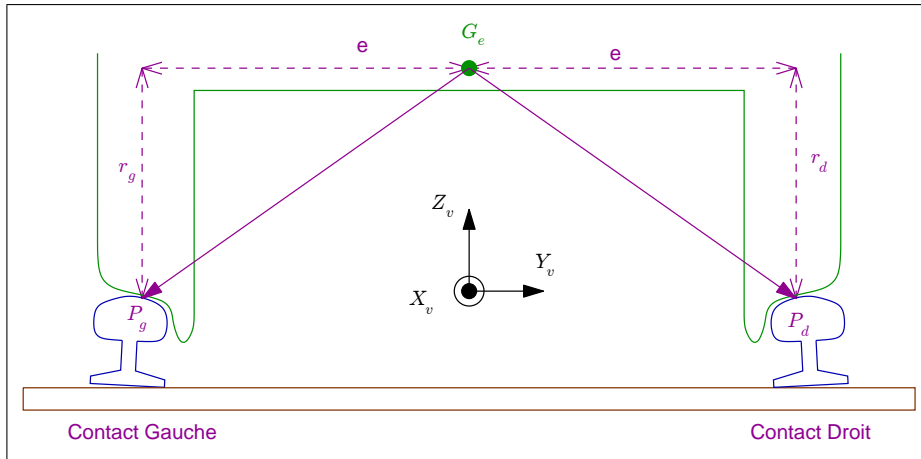


FIG. 1.29 – Essieu : calcul des pseudo-glissements

En négligeant l'angle de roulis d'essieu<sup>9</sup> ( $\theta_e = 0, \dot{\theta}_e = 0$ ), les vitesses des points de contact gauche ( $y < 0, P_g$ ) et droit ( $y > 0, P_d$ ) se calculent par transport du torseur de vitesse du centre de gravité au point de contact :

$$\overrightarrow{V(P_g \in E/R_v)} = \begin{bmatrix} V_{x,g} = \dot{x}_e + \cos(\alpha_e) (e\dot{\alpha}_e - r_g\dot{\psi}_e) \\ V_{y,g} = \dot{y}_e + \sin(\alpha_e) (e\dot{\alpha}_e - r_g\dot{\psi}_e) \\ 0 \end{bmatrix}_{R_v} \quad (1.2)$$

<sup>9</sup>Pour la lisibilité des calculs analytiques, dans les programmes une expression exacte établie avec Maple est utilisée.

$$\overrightarrow{V(P_d \in E/Rv)} = \begin{bmatrix} V_{x,d} = \dot{x}_e + \cos(\alpha_e) \begin{pmatrix} -e\dot{\alpha}_e - r_d\dot{\psi}_e \end{pmatrix} \\ V_{y,d} = \dot{y}_e + \sin(\alpha_e) \begin{pmatrix} -e\dot{\alpha}_e - r_d\dot{\psi}_e \end{pmatrix} \\ 0 \end{bmatrix}_{R_v} \quad (1.3)$$

La vitesse d'avance du point de contact (la vitesse géométrique du point de contact) a une expression très complexe (elle comprend par exemple les déplacements latéraux du point de contact), on peut légitimement se contenter d'une approximation au premier ordre en prenant  $V_a = \dot{x}_e$  (vitesse d'avance de l'essieu) car elle intervient au dénominateur et est grande par rapport aux glissements relatifs entre roue et rail. Les pseudo-glissements peuvent donc s'écrire sous la forme<sup>10</sup> :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nu_{x,g} = \frac{V_{x,g}}{\dot{x}_e} \\ \nu_{y,g} = \frac{\cos(\gamma_g)V_{y,g}}{\dot{x}_e} \\ \phi_g = \frac{\dot{\alpha}_e \cos(\gamma_g) + \dot{\psi}_e \cos(\alpha_e) \sin(\gamma_g)}{\dot{x}_e} \end{array} \right| \left\{ \begin{array}{l} \nu_{x,d} = \frac{V_{x,d}}{\dot{x}_e} \\ \nu_{y,d} = \frac{\cos(\gamma_d)V_{y,d}}{\dot{x}_e} \\ \phi_d = \frac{\dot{\alpha}_e \cos(\gamma_d) + \dot{\psi}_e \cos(\alpha_e) \sin(\gamma_d)}{\dot{x}_e} \end{array} \right. \quad (1.4)$$

### 1.3.3 Pseudo-glissements pour une conicité constante

Considérons désormais que les points de contact sont dans la bande de roulement ( $\gamma_g, \gamma_d$  sont faibles) et que  $\alpha_e$  est petit. Dans le cas du couple roue-rail SNCF-GV UIC60 1/20, la bande de roulement présente une conicité constante (figure 1.25, page 27) aussi peut-on relier  $r_g, r_d$  à  $y_e$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma = -\gamma_g = \gamma_d \\ r_g = r_o - \gamma y_e \\ r_d = r_o + \gamma y_e \end{array} \right. \quad (1.5)$$

Enfin en admettant que la vitesse de rotation de l'essieu vaut  $\dot{x}_e = r_o \dot{\psi}_e$ , alors les pseudo-glissements peuvent être approchés par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nu_{x,g} = \frac{e\dot{\alpha}_e}{\dot{x}_e} + \frac{\gamma y_e}{r_o} \\ \nu_{y,g} = \frac{\dot{y}_e}{\dot{x}_e} + \frac{\alpha_e \dot{\alpha}_e}{r_o} - \alpha \left( 1 - \frac{\gamma y_e}{r_o} \right) \\ \phi_g = \frac{\dot{\alpha}_e}{\dot{x}_e} - \frac{\gamma}{r_o} \end{array} \right| \left\{ \begin{array}{l} \nu_{x,d} = -\frac{e\dot{\alpha}_e}{\dot{x}_e} - \frac{\gamma y_e}{r_o} \\ \nu_{y,d} = \frac{\dot{y}_e}{\dot{x}_e} + \frac{\alpha_e \dot{\alpha}_e}{r_o} - \alpha \left( 1 + \frac{\gamma y_e}{r_o} \right) \\ \phi_d = \frac{\dot{\alpha}_e}{\dot{x}_e} + \frac{\gamma}{r_o} \end{array} \right. \quad (1.6)$$

et en négligeant les termes du second ordre :

<sup>10</sup>Expressions fausses en courbe.

$$\left\{ \begin{array}{l} \nu_{x,g} = \frac{e\dot{\alpha}_e}{\dot{x}_e} + \frac{\gamma y_e}{r_o} \\ \nu_{y,g} = \frac{\dot{y}_e}{\dot{x}_e} - \alpha_e \\ \phi_g = \frac{\dot{\alpha}_e}{\dot{x}_e} \end{array} \right| \begin{array}{l} \nu_{x,d} = -\frac{e\dot{\alpha}_e}{\dot{x}_e} - \frac{\gamma y_e}{r_o} \\ \nu_{y,d} = \frac{\dot{y}_e}{\dot{x}_e} - \alpha_e \\ \phi_d = \frac{\dot{\alpha}_e}{\dot{x}_e} \end{array} \quad (1.7)$$

Ces expressions sont fréquemment utilisées en dynamique ferroviaire pour faire des calculs simples incluant des efforts tangents (section 1.4.1, page 33, section 1.4.2, page 36 et section 1.4.4, page 38). En s'appuyant sur ces grandeurs il est alors possible d'estimer, par la théorie linéaire de Kalker, les efforts au contact nécessaires à l'écriture des équations du mouvement.

### 1.3.4 Efforts au contact

Considérons, pour simplifier, l'hypothèse de Hertz pour le problème normal<sup>11</sup> (45). La zone de contact est alors elliptique de dimensions  $a$  (dans la direction  $X_c$ ) et  $b$  (dans la direction  $Y_c$ ) fonctions de la charge verticale  $N$ . La théorie linéaire de Kalker (46) peut s'expliquer en faisant une analogie entre une poutre en cisaillement et la zone de contact cisillée par ses pseudo-glissements (figure 1.30, page 32) (47). Considérant une poutre de section similaire à la zone de contact, on estime les efforts de frottement proportionnels aux efforts de cisaillement de la poutre. Les efforts sont vus comme des fonctions linéaires des pseudo-glissements :

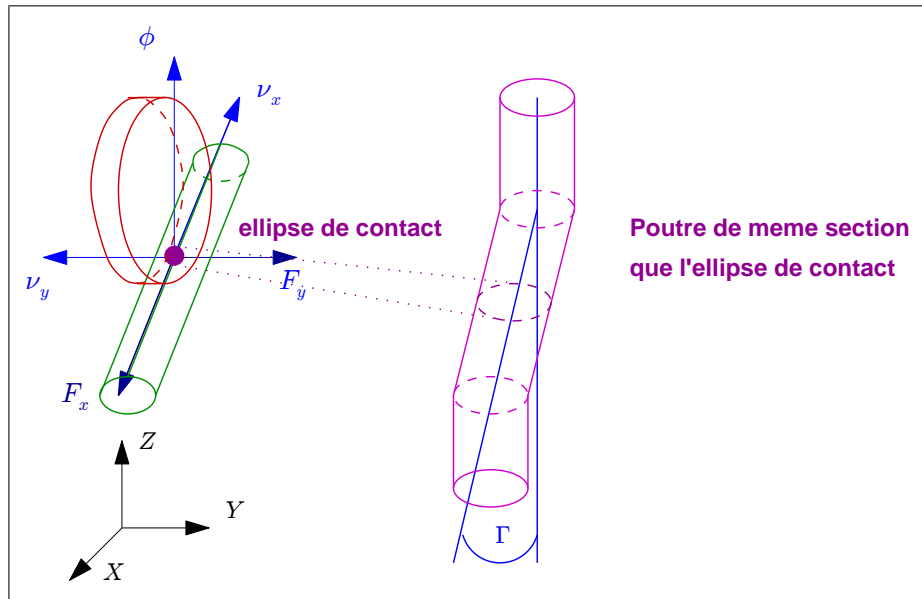


FIG. 1.30 – Analogie entre contact roulant et poutre en cisaillement

<sup>11</sup>Nous reviendrons sur ce point dans le deuxième chapitre.

$$\begin{cases} F_x = & -a b G c_{11} \nu_x \\ F_y = & -a b G c_{22} \nu_y + \sqrt{a b^3} G c_{23} \phi \end{cases} \quad (1.8)$$

Avec  $c_{11}$ ,  $c_{22}$  et  $c_{23}$  les coefficients de Kalker,  $G$  le module de Coulomb (ou le module de cisaillement), et  $a$  et  $b$  les demi axes de l'ellipse de contact.

L'effort total selon l'axe  $Y_c$  est la somme de l'effort de glissement selon  $Y_c$  (proportionnel à  $\nu_y$ ) et de l'effort de spin (proportionnel à  $\phi$ ). L'effort de spin n'est pas nul parce que le plan de contact ne contient pas l'axe de rotation de l'essieu. Les expressions des pseudo-glissements et des efforts au contact établies ci-dessus permettent d'étudier un *phénomène propre* à la dynamique ferroviaire : le lacet étudié dans la section suivante (section 1.4.1, page 33).

## 1.4 Quelques résultats de dynamique ferroviaire

La dynamique ferroviaire est une discipline assez complexe compte tenu de la nature très non-linéaire du contact roue-rail. De nombreuses études se basant sur des mesures ou sur des calculs analytiques furent développées (1) (2) (3) (4) (48) (49). Dans cette section, nous nous intéresserons particulièrement à quatre phénomènes très importants de la dynamique ferroviaire. En premier lieu nous aborderons le lacet d'essieu ; la modélisation de ce cycle limite nous intéresse particulièrement car il influe sur le comportement latéral d'un véhicule ferroviaire soumis au vent (figure 1.20, page 23). En second lieu nous décrirons le principe de l'inscription en courbe d'un essieu et le critère d'insuffisance de dévers. En troisième lieu nous expliquerons la problématique du calcul de la vitesse critique de bogie dont nous nous servirons pour valider le code de dynamique CRRv8. Enfin nous exposerons les méthodes d'obtention des critères de déraillement.

### 1.4.1 Lacet cinématique

Lorsqu'un bi-cône roule sur deux files de rails, il se produit un phénomène appelé le lacet cinématique : si ce bi-cône se déporte du milieu de la voie, le rayon de roulement n'étant plus le même à droite et à gauche, la vitesse d'avance des points de contact est alors différente (figure 1.31, page 35). L'angle de lacet de l'essieu n'est alors plus nul et l'essieu traverse la voie pour se trouver dans la situation inverse. Le centre de gravité de l'essieu restant à altitude constante, il n'y a pas de rappel gravitaire pour ramener l'essieu au centre de la voie, c'est le phénomène de lacet qui centre l'essieu dans la voie.

En partant des équations 1.7 établies précédemment et en négligeant le pseudo-glissement de spin (très faible quand  $\gamma$  est faible) nous cherchons une solution aux équations  $\nu_{x,g} = \nu_{y,g} = 0$ ,  $\nu_{x,d} = \nu_{y,d} = 0$  qui correspondent à une hypothèse de roulement sans glissement de l'essieu. En annulant  $\nu_{y,g}$  on obtient  $\dot{x}_e \alpha_e = \dot{y}_e$  ce qui permet d'écrire la relation  $\nu_{x,g}$  sous la forme :

$$\frac{e}{\dot{x}_e} \ddot{y}_e + \frac{\gamma}{r_o} y_e = 0 \quad (1.9)$$

Ces équations différentielles admettent une solution sinusoïdale à la pulsation  $\omega_e^c$ . Notons que la longueur d'onde  $\lambda_e^c$  ne dépend pas de la vitesse du véhicule, ce résultat est connu sous le nom de "Formule de Klingel" (50).

$$\omega_e^c = \dot{x}_e \sqrt{\frac{\gamma}{r_o e}} \implies \lambda_e^c = \frac{2\pi \dot{x}_e}{\omega_e^c} = 2\pi \sqrt{\frac{r_o e}{\gamma}} \quad (1.10)$$

L'essieu peut donc avancer en serpentant le long de la voie sans aucun élément de suspension. C'est à partir de cette formule que l'on définit la *conicité effective* ( $\gamma_{ef}$ ) des roues à conicité variable : en mesurant la longueur d'onde du lacet cinématique  $\lambda_m$  on déduit :  $\gamma_{ef} = 4\pi^2 \lambda_m^2 r_o^2 e^2$  (51). La SNCF parle de conicité équivalente qui se définit comme la variation des rayons de roulements rapporté à l'amplitude de déplacement de l'essieu :  $\gamma_{eq} = \frac{r_d - r_g}{2y_e}$  (50).

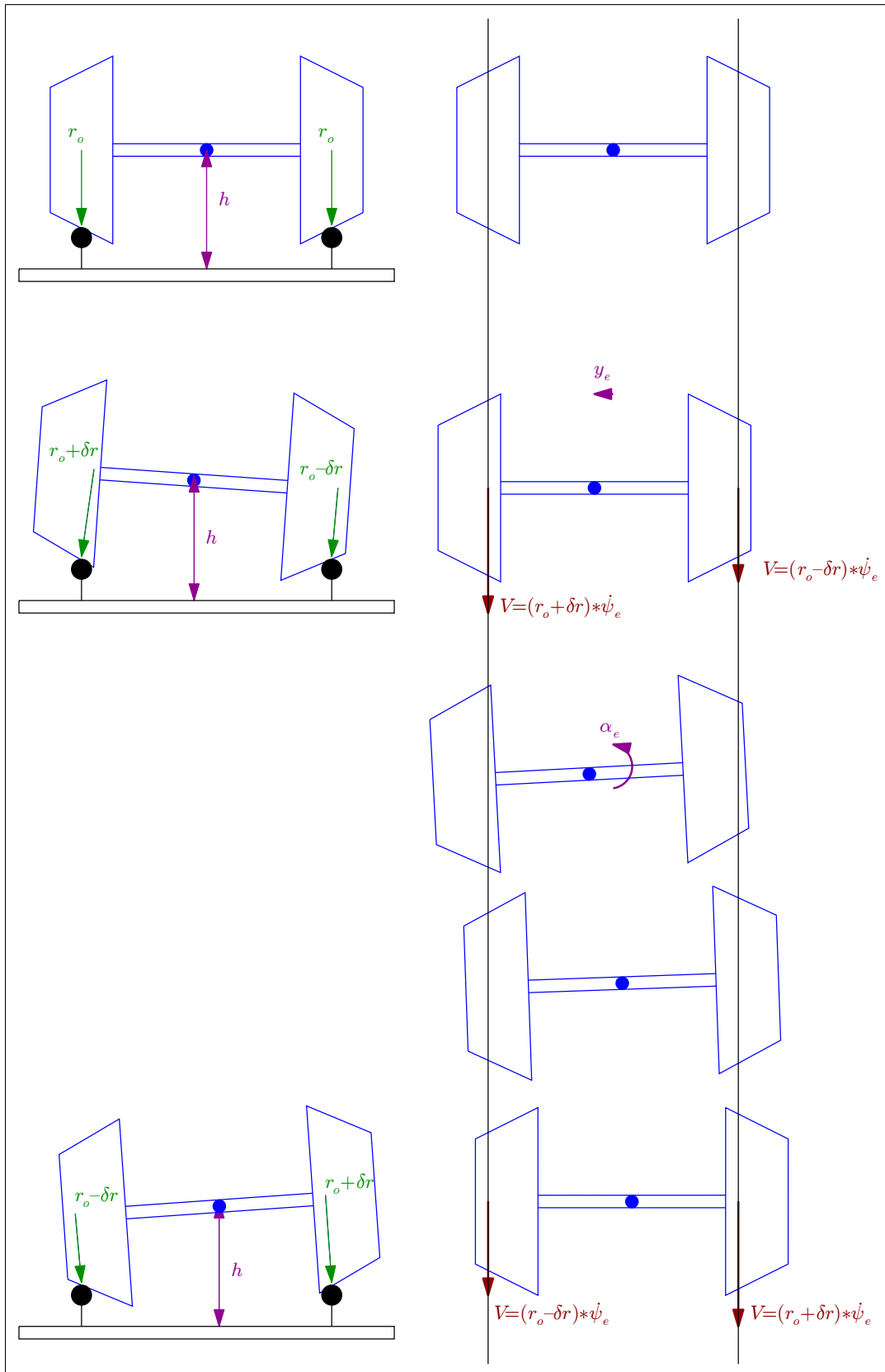


FIG. 1.31 – Mouvement d'un bi-cône sur deux files de rail

### 1.4.2 Lacet dynamique de l'essieu

Dans cette partie nous calculons la vitesse critique d'un essieu, c'est à dire la vitesse au delà de laquelle l'essieu a un comportement instable. Considérons un essieu suspendu par un système de ressort à raideur et amortissement latéral  $(K_y, C_y)$  et longitudinal  $(K_x, C_x)$  (ce qui implique une raideur en lacet  $(K_a, C_a) = (e^2 K_x, e^2 C_x)$ ). L'équation différentielle qui régit le système s'écrit (en notant  $\chi_x = c_{11} G ab$  et  $\chi_y = c_{22} G ab$ ) :

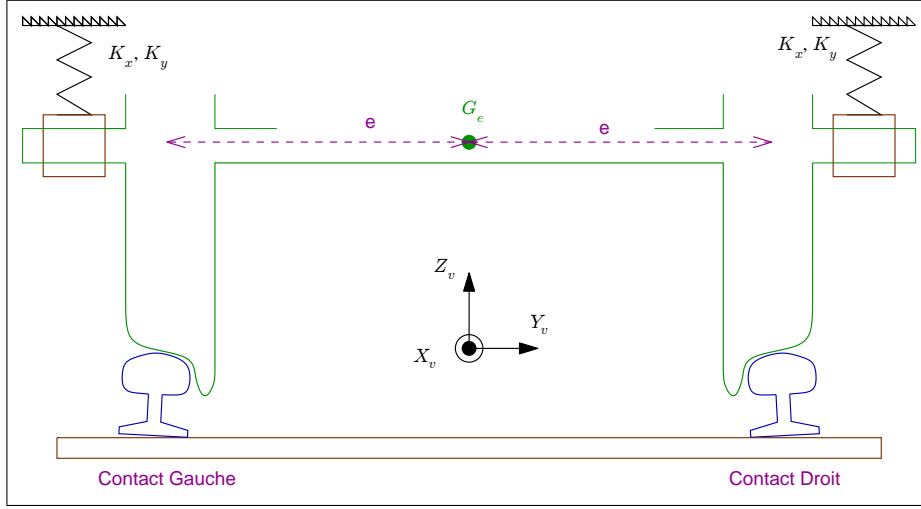


FIG. 1.32 – Essieu lié

$$\left\{ \begin{array}{l} m\ddot{x}_e = -2\chi_x \left( 1 - \frac{r_o \dot{\psi}_e}{\dot{x}_e} \right) \\ m\ddot{y}_e + C_y \dot{y}_e + K_y y_e = -2\chi_y \frac{\dot{y}_e - \alpha_e r_o \dot{\psi}_e}{\dot{x}_e} \\ I_\psi \ddot{\psi}_e = 2\chi_x \left[ r_o \left( 1 - \frac{r_o \dot{\psi}_e}{\dot{x}_e} \right) - \gamma y_e \left( \frac{e \dot{\alpha}_e + \gamma y_e \dot{\psi}_e}{\dot{x}_e} \right) \right] \\ I_\alpha + C_\alpha \dot{\alpha}_e + K_\alpha \alpha_e = -2\chi_x \left[ y_e \left( 1 - \frac{r_o \dot{\psi}_e}{\dot{x}_e} \right) + e \left( \frac{e \dot{\alpha}_e + \gamma y_e \dot{\psi}_e}{\dot{x}_e} \right) \right] \end{array} \right. \quad (1.11)$$

En écrivant  $\dot{x}_e = \dot{x}_e + \delta \dot{x}_e$  et  $\dot{\psi}_e = \frac{\dot{x}_e}{r_o} + \delta \dot{\psi}_e$  puis en faisant un développement limité au premier ordre, nous nous ramenons au problème linéaire suivant :

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_\alpha \end{bmatrix} \ddot{X} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_\alpha \end{bmatrix} \dot{X} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_\alpha \end{bmatrix} X$$



$$+ \frac{2}{\dot{x}_e} \begin{bmatrix} \chi_x & 0 & -\chi_x r_o & 0 \\ 0 & \chi_y & 0 & 0 \\ -\chi_x r_o & 0 & \chi_x r_o^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \chi_x e^2 \end{bmatrix} \dot{X} + 2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\chi_y \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\chi_x e \gamma}{r_o} & 0 & 0 \end{bmatrix} X = 0 \quad (1.12)$$

Aux matrices de raideur et d'amortissement des suspensions s'ajoutent des matrices de raideur et d'amortissement de contact. L'addition de ces matrices rend le système instable, au-delà d'une certaine vitesse appelée vitesse critique ( $V_e^{crit}$ ). En considérant  $\chi_x = \chi_y$  et en négligeant  $C_y$  et  $C_\alpha$ , puis en appliquant un critère de Routh, on montre que la vitesse critique peut s'exprimer :

$$V_e^{crit} = \sqrt{\frac{e r_o}{\gamma (m + \frac{I_\alpha}{e^2})} \left( \frac{K_\alpha}{e^2} + K_y \right)} \quad (1.13)$$

Soit en utilisant  $K_x$  et en notant  $I_\alpha = m e^2 \eta_\alpha$  :

$$V_e^{crit} = \sqrt{\frac{e r_o}{\gamma (m(1 + \eta_\alpha))} (K_x + K_y)} \quad (1.14)$$

La vitesse critique de lacet d'essieu est donc d'autant plus importante que la conicité est faible et que l'écartement est grand. Ceci explique qu'un profil de roue de faible conicité comme le profil GV soit choisi pour les trains à grande vitesse, même au détriment de l'usure.

Le calcul des forces de frottement intervient pour établir cette vitesse critique. C'est donc un très bon test pour estimer la validité d'un noyau de contact roue-rail, car elle est très sensible à de nombreux paramètres comme l'estimation des coefficients de Kalker, la conicité et le calcul des pseudo-glissements. Dans le cas du bogie, le calcul est beaucoup plus complexe.

### 1.4.3 Dynamique du bogie

Comme il existe un phénomène de lacet pour l'essieu, il existe un phénomène de lacet pour le bogie, le véhicule et la rame. La description de la stabilité des bogies est assez complexe, Daffos (48) et (52), Moreau (50) ou Sauvage (53) présentent des études de vitesse critique. Ces études sont maintenant faites numériquement. A titre d'exemple, le calcul de vitesse critique du bogie Y230 (Bogie moteur du TGV) présenté ici, a été réalisé numériquement (36). Nous obtenons des abaques d'iso-vitesse critique en fonction des paramètres de conception du bogie (par exemple la figure 1.33, page 38 montre l'évolution de la vitesse critique du bogie en fonction des raideurs de la suspension primaire).

Il apparaît que la stabilité du bogie est conditionnée par les raideurs des suspensions primaires. Actuellement le bogie Y230 à une vitesse critique<sup>12</sup> de  $120 \text{ ms}^{-1}$  ; il serait envisageable de choisir des suspensions plus souples pour augmenter la vitesse critique toutefois

<sup>12</sup>Calculée avec un profil théorique.

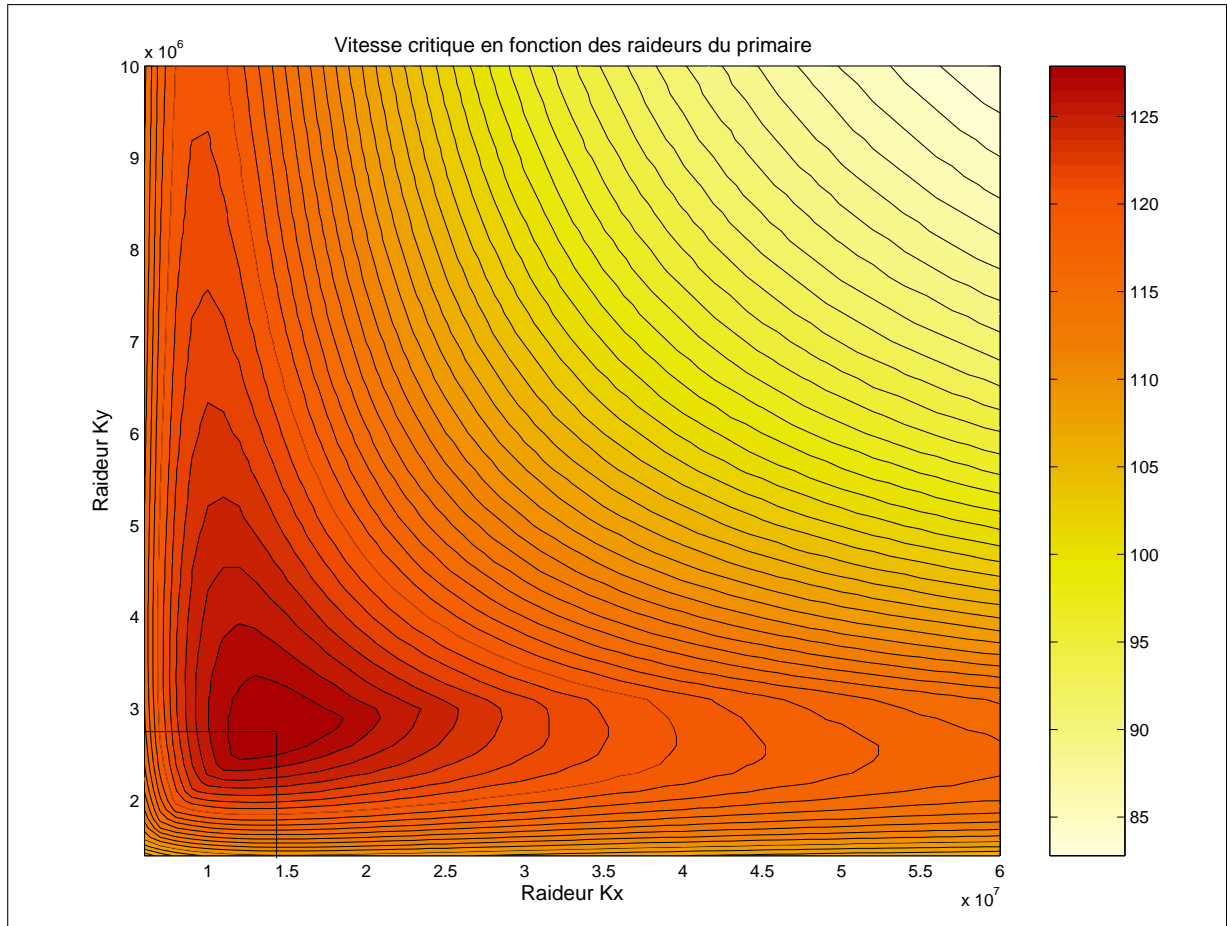


FIG. 1.33 – Évolution de la vitesse critique avec les raideurs du primaire

cela pose deux problèmes. D’abord les chaînes de traction ou de freinage pourraient moins bien fonctionner parce que les débattements entre bogie et caisse seraient plus importants. Ensuite les modes de suspensions primaire et secondaire se rapprocheraient et le couplage entre ceux ci seraient plus forts.

#### 1.4.4 Inscription en courbe, compromis avec le lacet

Le phénomène de lacet est lié à la conicité, c’est à dire le fait qu’une roue n’est pas un cylindre mais plutôt un cône. La roue conique présente un avantage important, particulièrement lors de l’inscription en courbe de l’essieu :

Supposons qu’un essieu chemine sur la voie en abordant une courbe, l’essieu a naturellement tendance à aller tout droit. Se faisant, il se décentre de l’axe de la voie augmentant ainsi le rayon de roulement de la roue extérieure à la courbe. Les deux roues ayant la même vitesse de rotation, la roue extérieure avance plus vite que la roue intérieure, inscrivant ainsi l’essieu dans la courbe (figure 1.34, page 39). En considérant une condition de roulement sans glissement ( $\nu_{x,g} = 0, \nu_{x,d} = 0$ ), dans une courbe de rayon  $R$ , il est possible d’estimer le décalage de l’essieu par rapport à l’axe de la voie par :  $\delta y_e = \frac{\epsilon R}{\gamma r_o}$  (dans le cas d’une conicité constante).

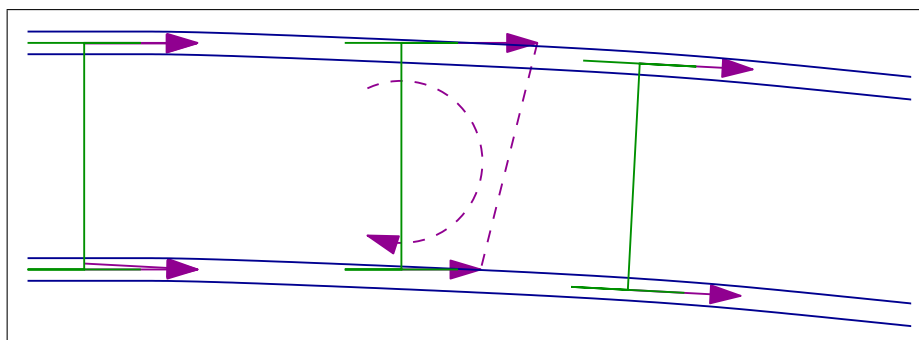


FIG. 1.34 – Inscription d'un essieu en courbe

Donc plus la conicité de la roue est importante, plus l'essieu s'inscrit rapidement dans la courbe, mais plus la vitesse critique de l'essieu (et du bogie) est faible (section 1.4.2, page 36). L'idée pour faire disparaître le phénomène de vitesse critique est d'utiliser des roues indépendantes (54). Si la conicité est le premier paramètre d'un couple roue-rail, certains phénomènes de lacet ne peuvent être traités par cet unique paramètre, ainsi le tamis (un phénomène de lacet haute fréquence) dépendant principalement de l'usure des profils (3) (55).

L'inscription en courbe des bogies et des caisses est un problème plus complexe car on ne peut le résoudre en faisant intervenir une condition de roulement sans glissement. Il faut nécessairement calculer des forces de frottement et les efforts dans les suspensions. C'est pourquoi ces calculs sont faits par simulation numérique (toutefois des approches analytiques sont possibles (56)).

Pour limiter les accélérations ressenties par les clients, les courbes sont mises en dévers vers l'intérieur. Si on considère une courbe de rayon  $R$  parcourue par un véhicule à la vitesse  $V$  il faut un angle de dévers  $\theta_v = \arctan(\frac{V^2}{Rg})$ , le dévers est plus souvent calculé en millimètre :  $d = 2e\frac{V^2}{Rg}$  (ou  $e$  est le demi écartement de la voie). Logiquement le dévers idéal dépend de la vitesse du véhicule, qui est variable (un véhicule peut être à l'arrêt dans une courbe), aussi limite-t-on le dévers à  $160mm$  ( $6^\circ$ ) sur ligne classiques et à  $180mm$  ( $7^\circ$ ) sur ligne nouvelle. Les véhicules sont donc généralement en insuffisance de dévers : l'accélération centrifuge n'est pas compensée exactement, celle ci étant limitée (table 1.3, page 39) il faut augmenter le rayon des courbes ou diminuer la vitesse du train.

Véhicule	insuffisance de dévers maximum	Conditions
Fret	130mm	quelle que soit la voie exceptionnellement 180mm exceptionnellement 200mm
Voyageur	160mm	
TGV et automoteur	180mm	
Ligne grande vitesse	130mm	

TAB. 1.3 – Insuffisance de dévers maximum

Si la courbe est trop serrée, ou que le véhicule va trop vite, les efforts latéraux seront

trop importants, il peut alors y avoir déraillement ou renversement.

### 1.4.5 Déraillement de l'essieu

Le déraillement est un risque majeur du transport ferroviaire, il s'agit d'une perte du guidage du véhicule. Pour dérailler, c'est à dire pour sortir de la voie, le point de contact doit dépasser la pente maximum du boudin. Au delà de ce point, comme l'angle au contact diminue, la roue a moins de difficulté à finir sa montée au dessus du rail (50). Ainsi on considère que le ratio effort transversal sur effort vertical de la roue guidante ( $\frac{Y_e}{Q_e}$ ) ne doit pas dépasser une valeur fonction de l'angle maximum au boudin  $\gamma_{max}$  :

$$\frac{Y_e}{Q_e} = \frac{\tan(\gamma_{max}) - \tan(\beta_g)}{1 + \tan(\gamma_{max}) \tan(\beta_g)} \quad (1.15)$$

Où  $\tan(\beta_g)$  est un coefficient de frottement modifié pour prendre en compte les frottements de spin et de glissement latéral. Son expression est assez complexe selon sa valeur, on obtient, pour  $\frac{Y_e}{Q_e}$ , des valeurs entre 0.8 et 2. Les articles de Chartet (1) (plus récemment (57)) expliquent comment ces expressions peuvent être obtenues. Les formulations décrites dans ces articles ont précédé les travaux de Kalker, ce qui explique en partie leur complexité.

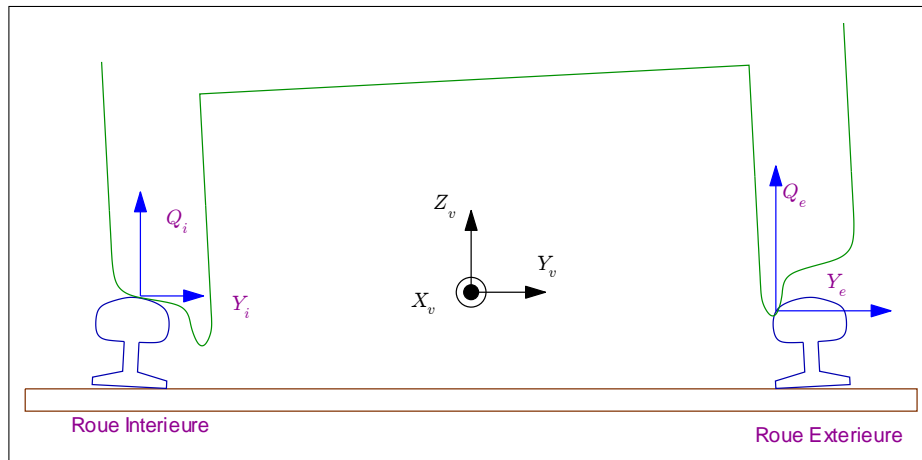


FIG. 1.35 – Déraillement d'un essieu

Ce calcul de déraillement quasi-statique explique l'importance des mesures des efforts  $Y$  et  $Q$  faites lors de l'homologation des véhicules. C'est ainsi que, la fiche UIC 518 (27) impose des valeurs crêtes aux efforts  $Y/Q$  que l'on peut interpréter comme un critère de déraillement<sup>13</sup>. La technique de mesure des efforts  $Y$  et  $Q$  est décrite dans (28) (29) (58).

<sup>13</sup>UIC : Union Internationale des Chemin de fer. L'UIC a été fondée en 1922 à la suite des Conférences inter-gouvernementales de Portorose et de Gênes, dans le but d'unifier les conditions d'établissement et d'exploitation des chemins de fer. Elle est aujourd'hui l'organisation mondiale de coopération des entreprises ferroviaires. Son action s'étend à tous les domaines intéressant le développement du transport par rail.

## Conclusion

Cette introduction à la dynamique ferroviaire avait pour objet de présenter les véhicules TGV dont nous étudierons la sensibilité aux vents traversiers mais aussi d'introduire les phénomènes principaux que nous retrouverons lors des développements qui vont suivre.

L'analyse du contact roue-rail a montré l'importance de l'estimation des efforts de contact pour une bonne simulation de la dynamique des véhicules à la fois dans le calcul des vitesses critiques ou encore dans la définition d'un critère de déraillement.

Dans le chapitre suivant nous aborderons cette problématique sous l'angle du calcul des contraintes entre roue et rail en proposant une méthode de calcul du contact roue-rail rapide et précise. Dans le troisième chapitre nous expliquerons comment inclure cette méthode dans une modélisation en corps rigide d'un véhicule.



# Références

- [1] M Chartet. La théorie statique du déraillement d'un essieu (première partie). *Revue générale des Chemins de Fer*, pages 365–386, 1950.
- [2] M Chartet. La théorie statique du déraillement d'un essieu (seconde partie). *Revue générale des Chemins de Fer*, pages 442–453, 1950.
- [3] M Mauzin. Le tamis (première partie) envisagé sous l'angle des rapports rail-roue. *Revue générale des Chemins de Fer*, pages 337–343.
- [4] Y Rocard. *Dynamique Générale des Vibrations*. Masson, 1971.
- [5] S.D. Iwnicki. Manchester benchmarks for rail vehicle simulation. *Vehicle System Dynamics*, Volume 30 :295–313, Septembre 1998.
- [6] S.D. Iwnicki. The results of the manchester benchmarks. *Vehicle System Dynamics*, Supplement 31 :1–39, 1999.
- [7] S.D. Iwnicki. The manchester benchmarks, comments made by participants. *Vehicle System Dynamics*, Supplement 31 :40–48, 1999.
- [8] S. Iwnicki. Simulation tools for railway vehicle/track-systems. *ZEVrail Glasser Annalen*, volume n°128(128) :140–149, April 2004.
- [9] B. Gautier and Pascal J.P. Validation des principe de vocodm. Technical report, SNCF-MT INRETS-LTN, Juillet 1994.
- [10] M. Sebes. Logiciel vocolin : Benchmark de manchester. Rapport d'étude, INRETS-LTN, Octobre 2003.
- [11] J. Gerl, H. Kaprolat, and L. Mauer. Simpack statement of methods. *Vehicle System Dynamics*, Supplement 31 :78–84, 1999.
- [12] G. Schupp, H. Netter, L. Mauer, and M. Gretzschel. Multibody system simulation of railway vehicles with simpack. *Vehicle System Dynamics*, Supplement 31 :101–109, 1999.
- [13] W. Kik, D. Moelle, C. Bogo, and G. Ferrarotti. The manchester benchmarks adams/rail-medyna statement of methods. *Vehicule Systeme Dynamics*, supplement 31 :49–65, 1999.
- [14] W. Kik and J. Piotrowsky. The influence of spin on creep forces for non-flat contact area. *Vehicle System Dynamics*, Supplement 31 :158–177, 1999.
- [15] I. Persson. Gensys statement of method. *Vehicle System Dynamics*, Supplement 31 :66–73, 1999.

- [16] J. Evans and P. Rogers. Vampire statement of methods. *Vehicle System Dynamics*, Supplement 31 :85–90, 1999.
- [17] J. Evans. Rail vehicle dynamic simulation using vampire. *Vehicle System Dynamics*, Supplement 31 :119–140, 1999.
- [18] J. Elkins and M. Demboski. Nucars statement of methods. *Vehicle System Dynamics*, Supplement 31 :74–77, 1999.
- [19] M.A. Demboski, N.G. Wilson, and J. Elkins. Nucars : Present status, present usage, and future expectations. *Vehicle System Dynamics*, Supplement 31 :141–157, 1999.
- [20] A. Prud’Homme. Les problèmes que pose, pour la voie, la circulation des rames à grande vitesse. *Revue générale des chemins de fer*, pages 695–704, 1976.
- [21] A. Prud’Homme. la voie. *Revue Générale des chemins de fer*, pages 56–72, 1970.
- [22] J. Alias. *La voie Ferrée-Techniques de construction et d’entretien*. Eyrolles, 1984.
- [23] SNCF. Référentiel 1896 : Norme de maintenance de la géométrie pour lignes à grande vitesse ( $v_{tgv} > 220 \text{ km/h}$ ). Technical report, SNCF-IG, 2000.
- [24] SNCF. Référentiel 1895 : Norme de maintenance de géométrie et d’écartement pour lignes classiques, lgv parcourues à  $v \leq 220 \text{ km/h}$  et voies de service avec circulations de matières dangereuses ou situées dans un environnement particulier. Technical report, SNCF-IG, 2000.
- [25] Monier. Voiture d’inspection des voies, notice d’interprétation des enregistrements. Technical report, SNCF-AEF.
- [26] P. Aknin. Outils de description de la géométrie des voies et déconvolution des relevés expérimentaux, application aux tracés ferroviaires. Technical report, INRETS-LTN, décembre 1995.
- [27] UIC. Essais et homologation de véhicules ferroviaires du point de vue du comportement dynamique - sécurité - fatigue de la voie - qualité de marche, 2001. Norme UIC-518-Or.
- [28] A. Curtinot. La mesure des forces exercées par les véhicules sur la voie, 1998.
- [29] AFNOR. Comportement des véhicules vis-à-vis de la voie. Norme, octobre 1998. référence NF F 00-702.
- [30] L.M. Cleon, P.E. Gautier, and P. Renard. Protection de la ln5 vis-à-vis des vents traversiers : Méthodologie-stratégie-validation. Technical report, SNCF IR, 2001.
- [31] H. True and L. Trzepacz. The dynamic of a railroad freight wagon wheelset with dry friction damping in the suspension. unpublished.
- [32] C. Nordstrom Jensen and H. True. On a new route to chaos in railway dynamics. *Non linear Dynamics*, volume 13 :117–129, 1997.
- [33] H. True. Railway vehicle chaos and asymmetric hunting. In R. Anderson, editor, *The Dynamics of vehicles on road and on tracks, Proceedings of the 12th IAVSD-Symposium*,



- volume Supplement to Vehicle System Dynamics volume 20, pages 625–637, Août 1991.
- [34] J.P. Pascal. Calcul dynamique par voco des forces du contact roue-rail, validation par les essais en lignes d'un wagon à essieux testé par la sncf entre hirson et charleville, approche déterministe et statique. Technical report, INRETS-LTN, Octobre 1992.
  - [35] L.B. Gonzalez. *Desarollos de modelos para el estudio de la dinamica de vehiculos ferroviarios*. PhD thesis, Universidad politecnica de Valencia, 1999.
  - [36] Y. Forton. Construction d'un modèle de motrice tgv, et validation sur des cas tests. Technical report, SNCF and ECL, 2003. Stage de DEA sous la direction de F Thouverez, A. Bobillot et X. Quost.
  - [37] Y. Forton. Validation de crv7b. Technical report, SNCF and ECL, 2003. Stage de DEA sous la direction de F Thouverez, A. Bobillot et X. Quost.
  - [38] O. Bouillet. Réécriture du noyau de contact roue rail crr. Technical report, SNCF, 2003. Stage sous la direction de A. Bobillot et X. Quost.
  - [39] J. Kalousek and E. Magel. Owri : Optimizing the wheel/rail system. *Railway track and structures (RT&S)*, page page 28, january année1997.
  - [40] E. Magel. Optimizing wheel/rail profiles : A system perspective. In *Advanced Rail Management's rail/Wheel Interface Seminar*, May 1998. Chicago.
  - [41] B. Soua. *Etude de l'Usure et de l'endommagement du roulement ferroviaire avec des modèles d'essieux Non-Rigides*. PhD thesis, Ecole nationale des ponts et Chaussées, 1997.
  - [42] UIC. Norme uic-861-3 : Profil du rail uic60, 1969.
  - [43] AFNOR. Profils de roulement pour voie normale. Norme, Octobre 1994. référence NF F 01 115.
  - [44] Klingel. Über den lauf der eisenbahnwagen auf gerader bahn. organ fortsch. *Eisenb-wes*, Volume 38 :113–123, 1883.
  - [45] H. Hertz. Über die berührung fester elastischer körper and über die härtean. *J. für reine und angewandte Mathematik*, volume 92 :156–171, 1882.
  - [46] J.J. Kalker. *Three-Dimensional elastic bodies in rolling contact*. KLUWER ACADEMIC PUBLISHER, 1990.
  - [47] H. Chollet. *Etude en similitude mécanique des efforts tangents au contact roue rail*. PhD thesis, Université Paris 6, 1991.
  - [48] J. Daffos. Confort et stabilité à grande vitesse. *Revue générale des Chemins de Fer*, Juillet-Aout 1986 :407–412, Juillet-Aout 1986.
  - [49] J. Daffos. Le bogie y32, études de base et essais. *Revue générale des Chemins de Fer*, pages 509–519, Septembre 1974.
  - [50] A. Moreau. Dynamique ferroviaire. Technical report, SNCF-AEF.

- [51] Comission-Européenne. Décision de la commission du 30 mai 2002 concernant la spécification technique d'interopérabilité relative au sous-système « infrastructure » du système ferroviaire transeuropéen à grande vitesse visée à l'article 6, paragraphe 1, de la directive 96/48/ce. *Journal officiel des Communautés européennes*, volume 245 :143–279, 2002.
- [52] J. Daffos. Les bogies. Technical report, SNCF-MT, 1980.
- [53] G. Sauvage and C. Sartori. Stabilité des véhicules à grande vitesse. *Revue générale des chemins de fer*, pages 207–225, 1977.
- [54] P. Massard and B. Gautier. Etude de la sncf sur un véhicule à roues libres. *Revue générale des Chemins de Fer*, pages 19–23, 1991.
- [55] M. Gaspard. Le tamis (seconde partie) envisagé sous l'angle des rapports bogie-caisse. *Revue générale des Chemins de Fer*, pages 344–350, 1950.
- [56] C. Pyrgidis. *Comportement transversal d'un véhicule ferroviaire en alignement et en courbe*. PhD thesis, ENPC, 1990.
- [57] R.S. Barbosa. A 3d contact force safety criterion for flange climb derailment of a railway wheel. *Vehicle Sytem Dynamics*, valume n°42(5) :page 289–300, 2004.
- [58] L. Tordai. Dysaf : Final technical report. Technical report, DYSAF & ERRI, 2001.

# Chapitre 2

## Modélisation avancée du contact roue-rail

### Sommaire

---

<b>Introduction . . . . .</b>	<b>48</b>
<b>2.1 Le problème normal . . . . .</b>	<b>50</b>
2.1.1 Théorie de Hertz . . . . .	50
2.1.2 Courbures de la roue et du rail . . . . .	52
<b>2.2 Problème tangent . . . . .</b>	<b>56</b>
2.2.1 Zone d'adhésion et de dérapage . . . . .	56
2.2.2 Lois de glissement analytiques . . . . .	57
2.2.3 FASTSIM . . . . .	63
2.2.4 Application de FASTSIM : Pseudo-glissement de traction seul . . .	65
2.2.5 Application de FASTSIM : Pseudo-glissement de spin seul . . . . .	68
2.2.6 Conclusion sur FASTSIM . . . . .	68
<b>Conclusion sur les méthodes analytiques . . . . .</b>	<b>72</b>
<b>2.3 Modélisation semi-Hertzienne . . . . .</b>	<b>73</b>
2.3.1 Intersection géométrique de deux solides réguliers . . . . .	73
2.3.2 Discrétisation le long du profil . . . . .	75
2.3.3 Application aux cas de courbures non constantes . . . . .	76
Conclusion sur la formulation par bande . . . . .	80
<b>2.4 Application de la méthode par bande . . . . .</b>	<b>81</b>
2.4.1 Validation du calcul d'empreinte de contact . . . . .	81
2.4.2 Application aux calculs en dynamique ferroviaire . . . . .	92
<b>Conclusion : calcul de zones de contact . . . . .</b>	<b>98</b>
<b>Références . . . . .</b>	<b>103</b>

---

## Introduction

Après cette courte introduction à la dynamique ferroviaire, nous abordons dans ce chapitre la problématique de modélisation du contact roue rail.

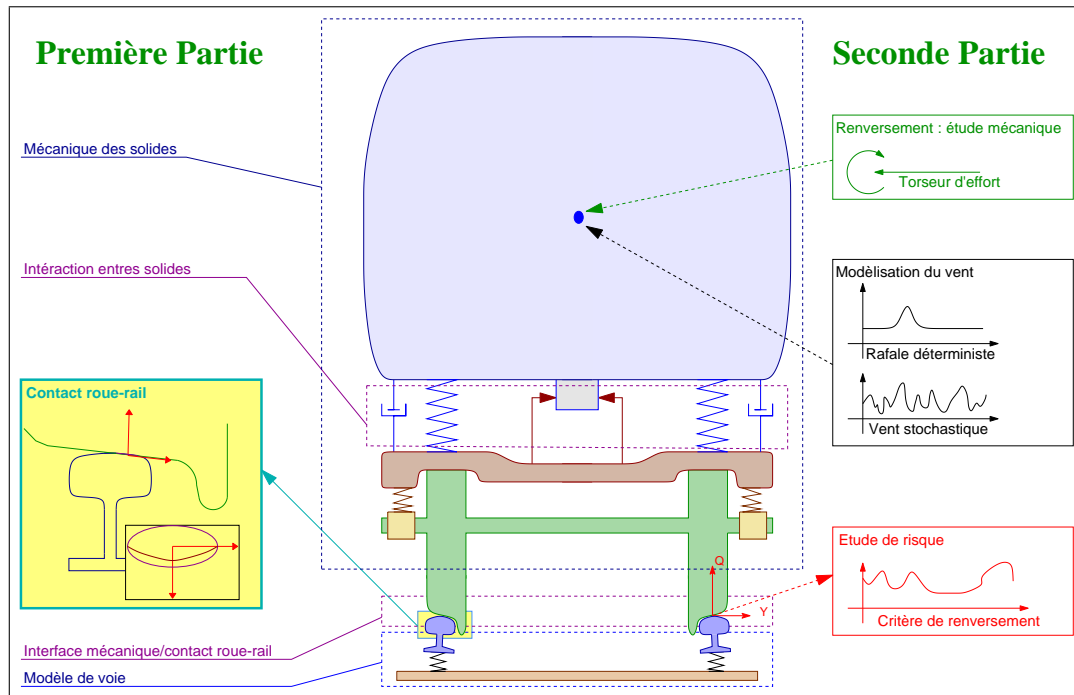


FIG. 2.1 – Fil conducteur de la thèse : modèle de contact

La modélisation du contact roue-rail est fondamentale en dynamique ferroviaire, c'est ce qui la distingue des autres branches de la mécanique générale. Les problèmes qui font intervenir le contact roue-rail ne sont pas limités à la dynamique du véhicule : le bruit de roulement (1) (2), l'usure des profils (3) (4), la propagation des fissures (5) , l'optimisation de la lubrification (6) ou encore le shuntage (7) (8) sont autant de phénomènes dépendant du contact roue-rail. Ils font intervenir les efforts tangents, la rugosité et un éventuel corps intermédiaire si bien que le traitement systématique de ces problèmes n'est pas encore à notre portée. Le problème est intrinsèquement complexe car il s'agit d'un problème de contact roulant, c'est à dire d'une zone de contact en perpétuel mouvement et cisailée par des efforts de frottement important. Cette complexité limite la précision des calculs et la vitesse de calcul des simulations.

Les méthodes éléments finis, à priori les plus à même de résoudre le problème de contact roulant sont trop lentes pour être utilisées lors d'une simulation dynamique de véhicule ferroviaire<sup>1</sup>, c'est pourquoi des modèles de contact plus simples sont utilisés. Les progrès

<sup>1</sup>La complexité des modèles de contact, le grand nombre de roues et la finesse de maillage nécessaire en font un système très lourd à résoudre. Par exemple pour la validation de STRIPES nous avons fait des calculs d'empreinte de contact (sans efforts tangents), pour ces calculs nous avons un maillage de l'ordre de

---

en calcul numérique nous permettent, petit à petit de raffiner ces modèles simplifiés en les discrétisant toujours plus.

Les hypothèses admises pour la modélisation du contact roue-rail sont les suivantes :

- Les efforts tangents n’influent ni sur la forme de l’empreinte ni sur la distribution des efforts normaux,
- L’empreinte et la distribution des charges normales sont calculées statiquement,
- Le problème tangent est considéré quasi-statiquement, c’est-à-dire que les glissements sont établis.

Ces hypothèses sont utilisées dans toutes les méthodes de calcul du contact roue-rail, et Kalker les considère comme valides jusqu’à  $500\text{km/h}$  (9). La plupart des codes utilisent la théorie de Hertz pour le calcul de l’empreinte de contact<sup>2</sup> et une loi de saturation issue de FASTSIM<sup>3</sup> pour calculer les efforts tangents. Pour simuler le renversement d’un véhicule ferroviaire (section 1.2.2, page 21), le modèle de contact roue-rail doit être précis à faible comme à forte charge, supporter le décollement, prendre en compte le roulis entre essieu et voie et modéliser finement les efforts transversaux.

Dans le cas du renversement les zones de contact des roues porteuses sont situées de manière permanente sur le boudin, c’est un endroit où les courbures du rail et de la roue varient beaucoup. De plus les charges sont très importantes, c’est à dire que les zones de contact sont d’autant plus étendues et donc plus perturbées par les géométries de la roue et du rail. Aussi nous a-t-il paru utile de tester une méthode de calcul du contact roue-rail plus précise que la méthode Hertzienne. Afin de conserver des temps de calcul raisonnables tout en tenant compte des empreintes de contact non elliptiques, nous avons choisi la méthode semi-Hertzienne par bandes<sup>4</sup>.

Dans ce chapitre, nous commencerons par présenter la théorie de Hertz et son application aux calculs d’empreintes de contact roue-rail, ensuite nous exposerons les méthodes de calcul d’efforts tangents puis nous décrirons et validerons la méthode par bandes (STRIPES).

---

200 000 éléments soit 140 000 variables.

<sup>2</sup>A l’exception de ADAMS-Medyna et VOCOLIN.

<sup>3</sup>Algorithme issu de la théorie simplifiée due à Kalker, pour le calcul des contraintes tangentes dans une empreinte de contact.

<sup>4</sup>Méthode STRIPES développé par H. Chollet et J.B. Ayasse, INRETS-LTN, Arcueil (France).

## 2.1 Le problème normal

Si la solution du problème normal est celle du problème statique, alors, il peut être traité par la théorie de Hertz (10) ou par la méthode des potentiels (11),(12). Dans le cas de la dynamique ferroviaire, nous travaillerons avec la théorie de Hertz car la répartition des contraintes en dehors de la zone de contact ne nous intéresse pas (contrairement à la problématique de propagation des fissures). Nous considérerons des surfaces non rugueuses (contrairement à la problématique de bruit de roulement) et sèches (i.e. sans troisième corps contrairement à la problématique de shuntage).

### 2.1.1 Théorie de Hertz

La théorie de Hertz s'applique au contact de deux solides élastiques de formes régulières (courbures constantes) pouvant être considérés comme infinis devant la taille de la zone de contact ; ce contact doit être non conforme, c'est à dire quasi-ponctuel. Considérons deux solides de courbures constantes avec leurs axes principaux de courbures alignés. Il existe alors un repère de contact  $R_c = (\vec{X}_c, \vec{Y}_c, \vec{Z}_c)$ , tangent aux deux solides et aligné sur les axes principaux de courbure ((12) annexe 2 page 425). Soit  $R_{1,x}$  et  $R_{2,x}$  les rayons de courbures de  $S_1$  et  $S_2$  dans le plan  $(\vec{X}_c, \vec{Z}_c)$  et  $R_{1,y}$  et  $R_{2,y}$  ceux dans le plan  $(\vec{Y}_c, \vec{Z}_c)$ , nous considérerons ces courbures comme positives quand elles sont dirigées vers l'intérieur de la matière (figure 2.2, page 50).

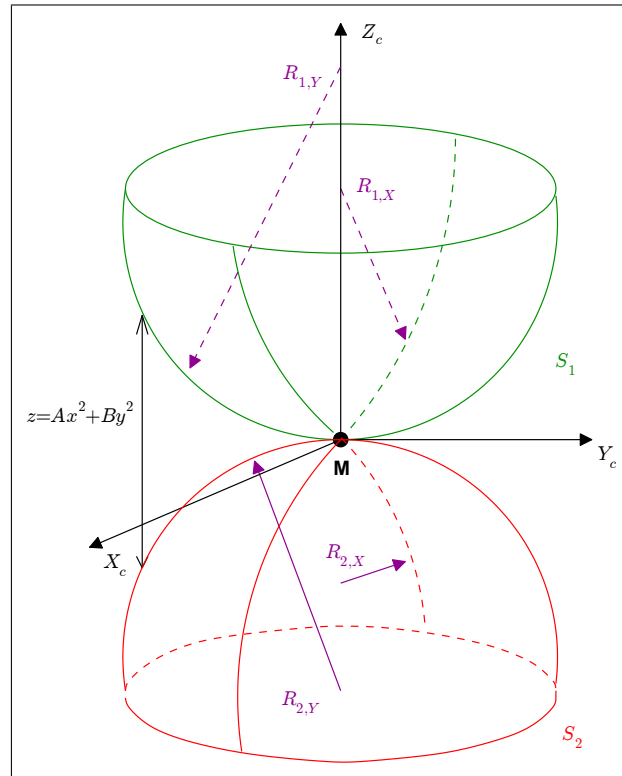


FIG. 2.2 – Contact entre deux solides : définitions des courbures

Nous définirons les courbures relatives  $(A, B)$  des solides au point de contact comme la demi-somme des courbures de chaque solide :

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{2R_{1,x}} & B_1 &= \frac{1}{2R_{1,y}} & A_2 &= \frac{1}{2R_{2,x}} & B_2 &= \frac{1}{2R_{2,y}} \\ A &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_{1,x}} + \frac{1}{R_{2,x}} \right) & B &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_{1,y}} + \frac{1}{R_{2,y}} \right) \end{aligned} \quad (2.1)$$

La séparation verticale  $z$  entre les deux solides s'écrit à proximité du point de contact sous la forme :

$$z = Ax^2 + By^2 \quad (2.2)$$

Si nous exerçons une force de compression  $N$  selon  $\vec{Z}_c$  sur les deux solides, alors ils se déforment et se rapprochent de  $\delta_o$ . Loin de la zone de contact<sup>5</sup>, la séparation verticale s'écrit alors :

$$z = Ax^2 + By^2 - \delta_o \quad (2.3)$$

Le paramètre  $\delta_o$  est appelé rapprochement Hertzien<sup>6</sup>. La théorie de Hertz<sup>7</sup> lie  $\delta_o$  à  $N$  et permet d'en déduire la taille de la zone de contact considérée comme elliptique (figure 2.3, page 52). Soit  $a$  la dimension de l'ellipse de contact selon  $\vec{X}_c$ ,  $b$  celle selon  $\vec{Y}_c$ ,  $E$  le module de Young et  $\nu$  le coefficient de Poisson des matériaux considérés alors :

$$\left\{ \begin{aligned} a &= m \left( \frac{3}{2} N \frac{1-\nu^2}{E} \frac{1}{A+B} \right)^{1/3} \\ b &= n \left( \frac{3}{2} N \frac{1-\nu^2}{E} \frac{1}{A+B} \right)^{1/3} \\ \delta_o &= r \left[ \left( \frac{3}{2} N \frac{1-\nu^2}{E} \right)^2 (A+B) \right]^{1/3} \\ \sigma_{zz} &= \frac{3}{4} \frac{N}{ab} \sqrt{1 - \left( \frac{y}{b} \right)^2 - \left( \frac{x}{a} \right)^2} \end{aligned} \right. \quad (2.4)$$

$(m, n, r)$  sont les paramètres de Hertz, résultats d'intégrales elliptiques et fonctions du rapport  $\frac{A}{B}$ , et  $\sigma_{zz}$  la contrainte normale sur la zone de contact (considérée comme elliptique).

Pour pouvoir résoudre le problème de contact normal, il est donc nécessaire de connaître les courbures des solides et l'effort de contact (ou le rapprochement Hertzien). La méthode pour résoudre le problème de contact normal est donc la suivante :

1. Localiser le point de contact,
2. En déduire les courbures en ce point,

<sup>5</sup>En un point où la déformation des solides est négligeable.

<sup>6</sup>Nous utiliserons aussi les termes d'interpénétration ou d'indentation Hertzienne.

<sup>7</sup>Les détails de la théorie de Hertz peuvent être trouvés dans (12) chapitre 4.

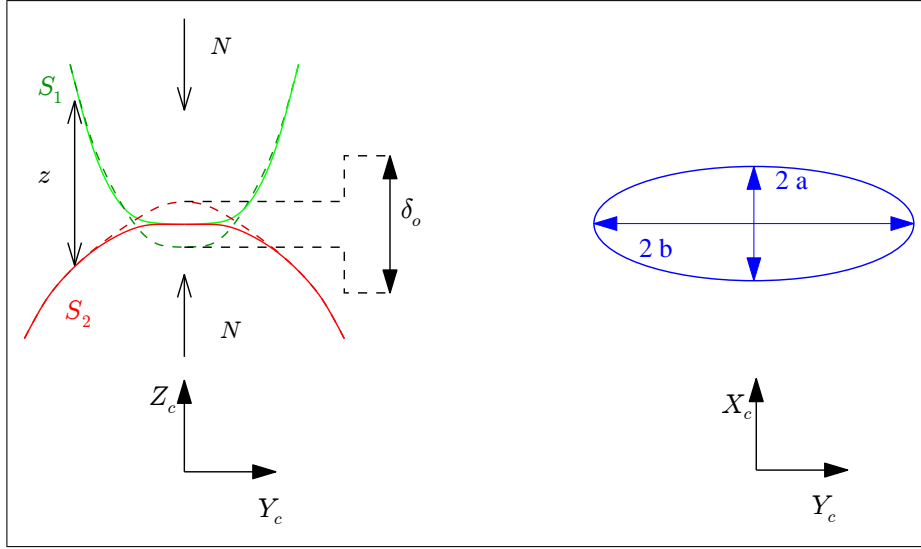


FIG. 2.3 – Contact entre deux solides : rapprochement et ellipse Hertzien

### 3. Appliquer la théorie de Hertz.

Il nous faut donc définir les profils et courbures de la roue et du rail pour proposer une solution au problème de contact normal.

#### 2.1.2 Courbures de la roue et du rail

Les courbures  $A$  se mesurent dans l'axe de la voie et les courbures  $B$  perpendiculairement à celle ci (figure 2.5, page 54).

Les courbures de la roue et du rail dans le plan  $(\vec{Y}_c, \vec{Z}_c)$  ( $B_{w,r,gd}$ ) sont déduites de leurs profils (section 1.3.1, page 26). Soit  $z_{w,g}$  le profil de la roue gauche,  $z_{r,g}$  le profil du rail gauche (figure 2.4, page 53). Nous considérerons que  $z_{w,g} = z_{r,g} = 0$  au point de contact nominal et sous une charge nulle.

Dans le plan  $\vec{X}_c, \vec{Z}_c$  (courbures  $A_{w,r,gd}$ ) le rail peut être considéré comme plan, sauf à considérer le tracé de voie et les défauts de pose.

Soit  $r_o$  le rayon de roulement nominal, les courbures et courbures relatives ( $A_{gd}$  et  $B_{gd}$ ) se définissent par :

$$\begin{aligned} B_{w,g} &= \frac{\partial^2 z_{w,g}}{\partial s^2} & B_{r,g} &= \frac{\partial^2 z_{r,g}}{\partial s^2} \\ A_{w,g} &= \frac{\cos(\gamma_g)}{2z_{w,g} + r_o} & A_{r,g} &= 0 \\ A_g &= A_{w,g} & B_g &= B_{w,g} + B_{r,g} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Le couple roue-rail que nous considérons<sup>8</sup> présente des variations locales importantes de courbures (figure 2.6, page 54 et figure 2.7, page 55). Il est parfois difficile de considérer

<sup>8</sup>Roue GV sur rail UIC60 posé au 1/20



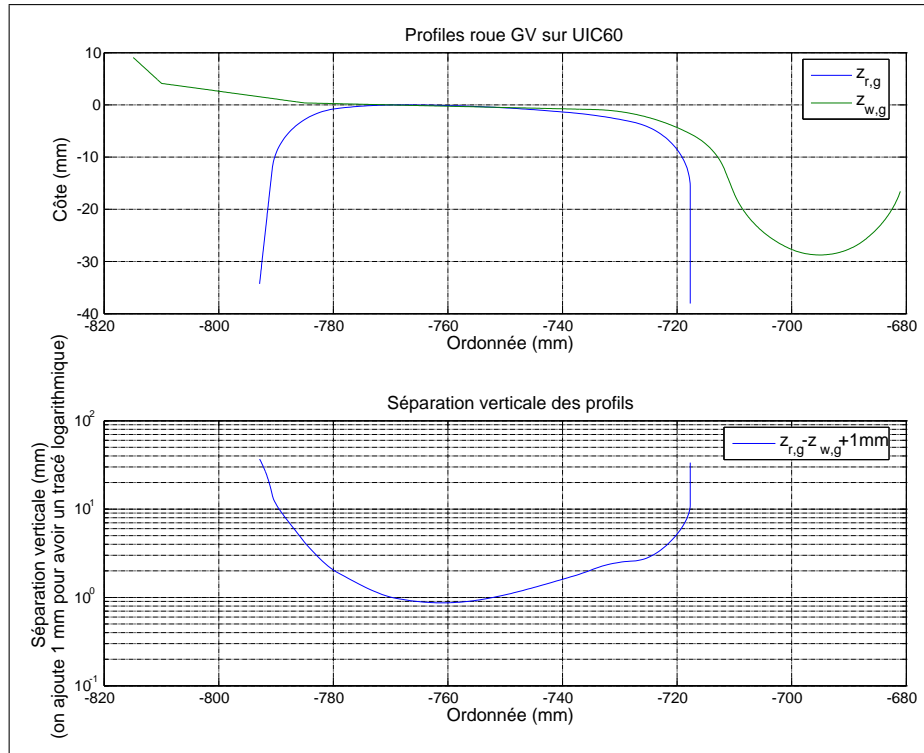


FIG. 2.4 – Profils de roue et de rail et séparation verticale

la courbure constante dans toute la zone de contact. Ceci est d'autant plus vrai quand la zone de contact s'élargit sous l'effet d'une charge importante *comme c'est le cas des roues porteuses lors du renversement*. Ce premier point peut mettre en défaut l'usage de la théorie de Hertz pour la résolution du problème normal.

Traçons l'évolution des courbures relatives, au niveau du point de contact, en fonction du déplacement latéral de l'essieu comme précédemment (section 1.3.1, page 26). L'évolution de  $A$  et  $B$  est brutale et  $B$  s'annule (pour un ballant  $y_e = 6.5\text{mm}$ , figure 2.6, page 54), cela signifie que le contact est conforme, c'est à dire que localement les profils de roue et de rail s'emboîtent parfaitement. C'est le second point qui peut poser problème dans l'usage de la théorie de Hertz.

Pour éviter ces problèmes nous proposerons (section 2.3, page 73) une formulation discrétisée du contact roue-rail établie par Ayasse et Chollet (13) (14). Admettons pour l'instant la formulation Hertzienne du contact roue-rail et détaillons dans ce cadre la formulation du problème tangent.

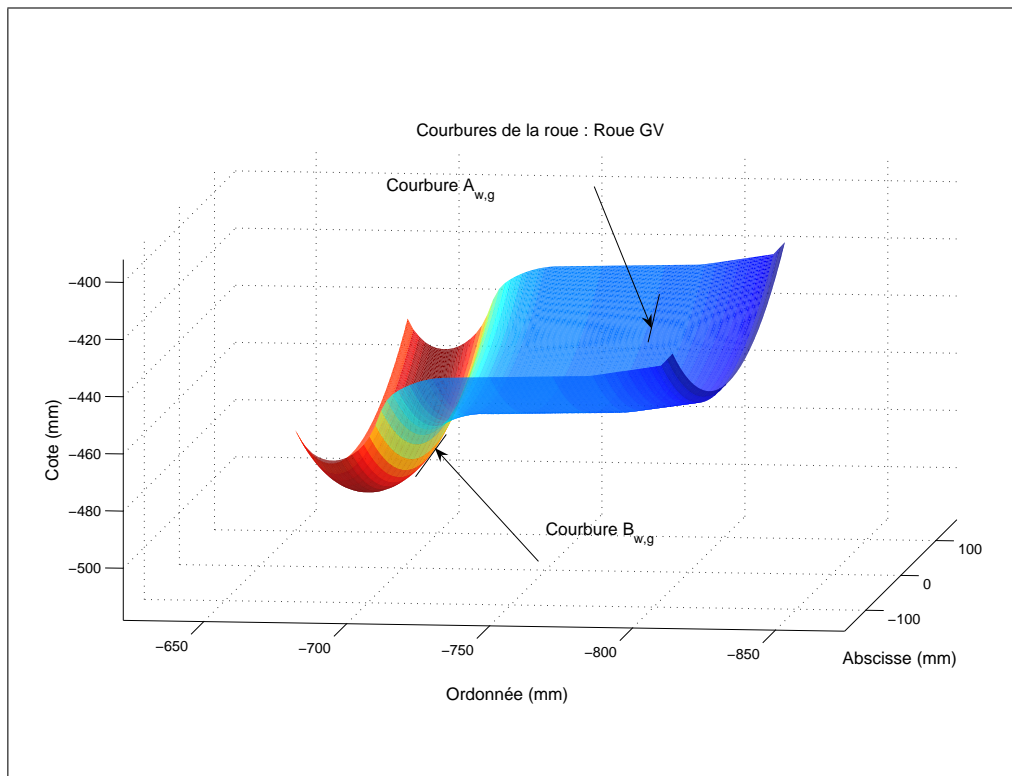


FIG. 2.5 – Courbures A et B sur une Roue GV

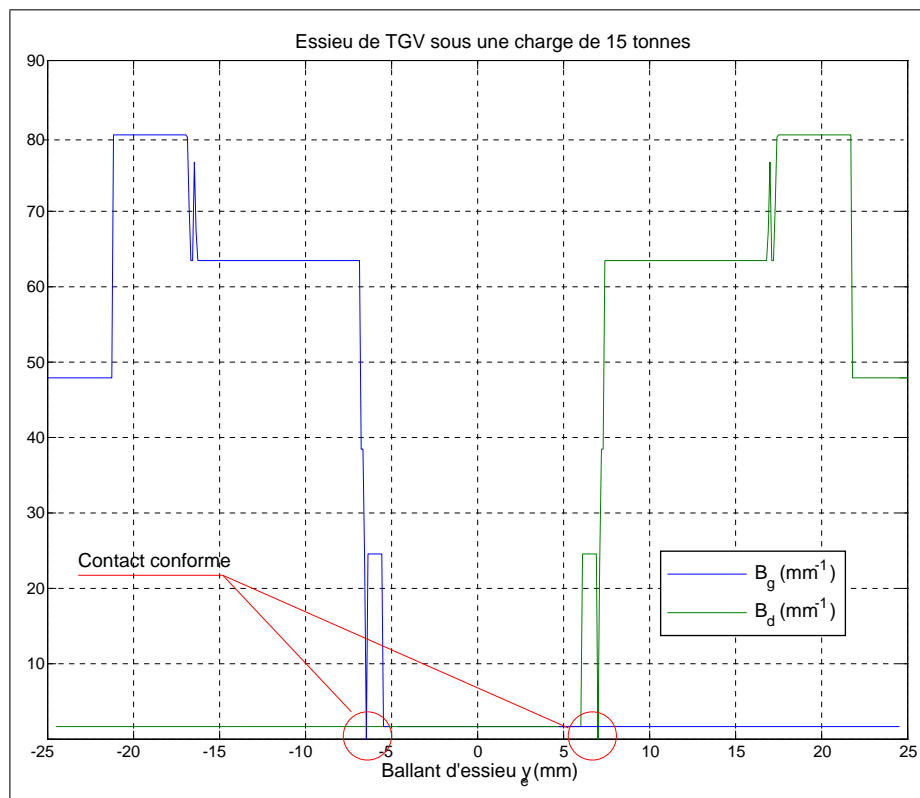


FIG. 2.6 – Courbures  $B_g$  et  $B_d$  des points de contact en fonction du ballant d'essieu

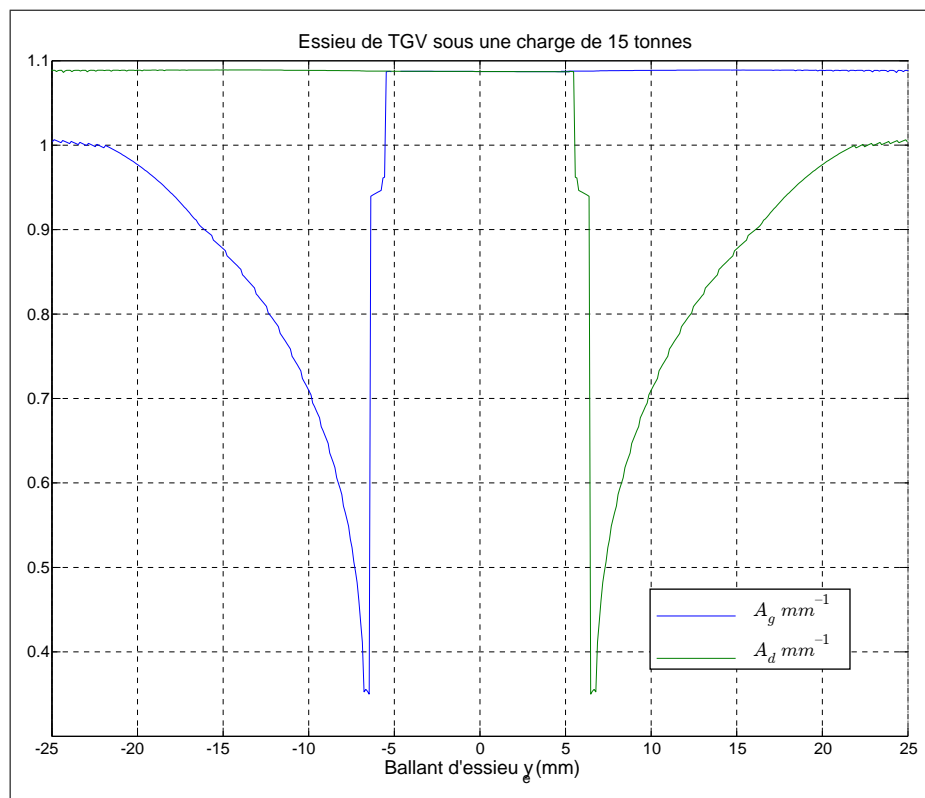


FIG. 2.7 – Courbures  $A_g$  et  $A_d$  des points de contact en fonction du ballant d'essieu

## 2.2 Problème tangent

Le problème tangent fut abordé pour caractériser la capacité de traction des engins moteurs (15). Les lois de frottement sec de Coulomb ne suffisant pas pour modéliser le contact roulant de manière satisfaisante (section 2.2.1, page 56), on doit se tourner vers d'autres théories. Les travaux de référence dans ce domaine sont ceux de Kalker (16) et de Johnson (12). L'ouvrage de Kalker comporte notamment une synthèse des travaux sur le contact roulant particulièrement claire ((16) pages 60-61).

Nous commencerons par définir ce que nous appelons adhésion et dérapage<sup>9</sup> en matière de contact roulant, puis nous exposerons les lois de frottement sans dérapage (proportionnelles aux pseudo-glissements, section 1.3.2, page 30) puis les modélisations expérimentales du glissement. Nous présenterons ensuite la théorie simplifiée FASTSIM ainsi que les méthodes de contact sous forme de différences finies. Nous ne rentrerons pas dans les détails de chacune des théories exposés dans l'ouvrage de Kalker (16).

### 2.2.1 Zone d'adhésion et de dérapage

Les lois de frottement sec négligent la déformation des surfaces devant la vitesse relative des solides. Dans le cas du contact roulant cette approximation n'est plus légitime. Il faut donc regarder le problème tangent avec les outils de la mécanique des milieux continus.

Considérons deux points  $M_1$  et  $M_2$  qui entrent en même temps dans la zone de contact (figure 2.8, page 56). Comme les deux solides n'ont pas la même vitesse, si nous les considérons indéformables, il y aurait dérapage. Mais comme ils sont déformables, il y a d'abord déformation des corps de sorte que  $M_1$  et  $M_2$  restent en regard : c'est l'adhésion. Puis, lorsque le cisaillement est suffisamment important, les deux points se séparent : il y a dérapage. Les contraintes tangentielles ont atteint une valeur seuil, elles sont dites « saturées », et les surfaces dérapent l'une sur l'autre.

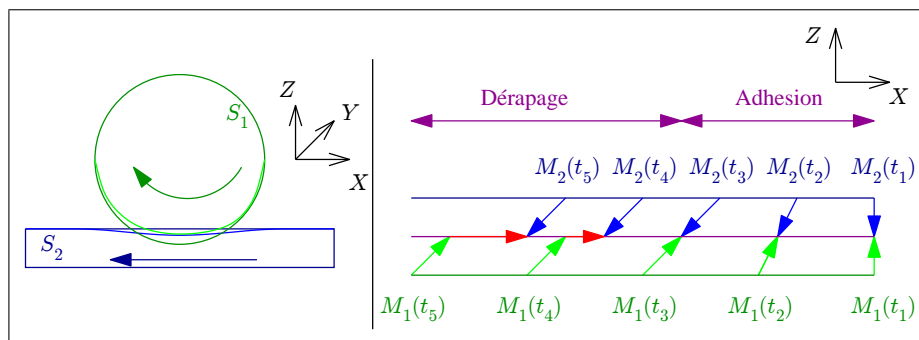


FIG. 2.8 – Adhésion et dérapage dans le cas du contact roulant

<sup>9</sup>Nous préférons la terminologie « dérapage » à la terminologie « glissement » qui est plus ambiguë. Nous appellerons abusivement glissements  $\nu_x$  et  $\nu_y$  et spin  $\phi$  (les pseudo-glissements).

La physique qui dirige le contact tangent est donc intrinsèquement locale (c'est à dire se joue au niveau du calcul des contraintes) ; pour les calculs en dynamique ferroviaire, il n'est pas possible de descendre à cette échelle. Pour établir des critères de risques (par exemple section 1.4.5, page 40), il fut nécessaire de proposer des formulations analytiques des efforts de contact.

La première théorie du contact roulant fut élaborée par Carter (1926) (15) et Fromm (1927) (17). En cherchant à résoudre le problème de traction des véhicules ferroviaires ils proposèrent une division de l'empreinte de contact en une zone d'adhésion (dans laquelle le déplacement relatif des solides est dû à la déformation des solides), et une zone de dérapage. Cette théorie s'applique à un cylindre roulant sur un plan, on ne considère alors que le glissement d'avance ( $\nu_x \neq 0$ , on ne considère ni spin  $\phi = 0$ , ni pseudo-glissement latéral  $\nu_y = 0$ ). A l'avant de la zone de contact il y a adhésion, la contrainte  $\sigma_{zx}$  est libre ; au contraire, à l'arrière, il y a dérapage et la contrainte  $\sigma_{zx}$  est majorée par la contrainte normale multiplié par un coefficient de frottement<sup>10</sup>  $\widehat{\sigma}_{zz} = \mu\sigma_{zz}$  (figure 2.9, page 57 et figure 2.10, page 58). Cette théorie est la source des premières lois analytiques du contact roulant.

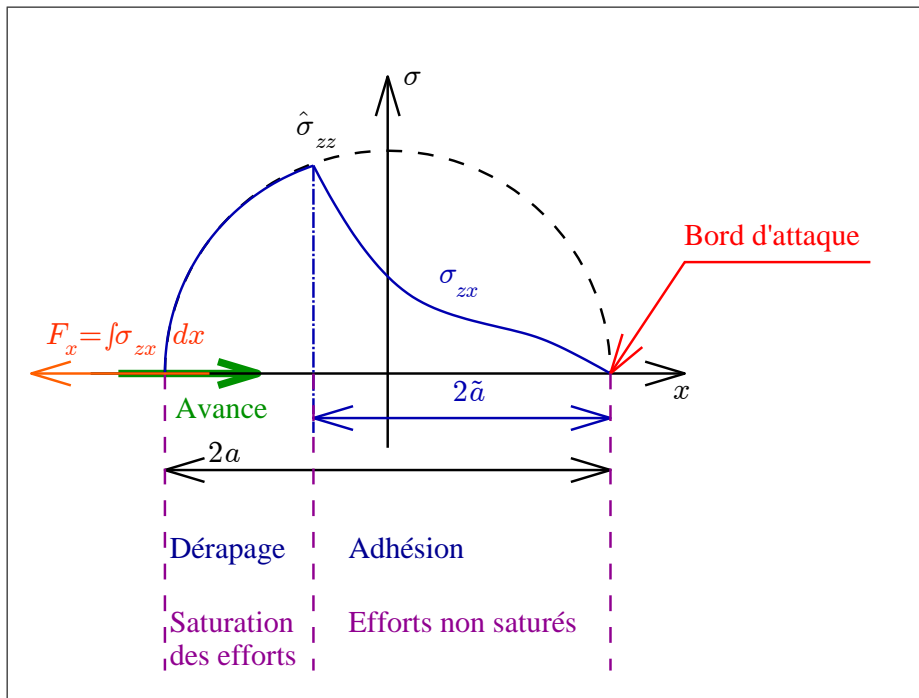


FIG. 2.9 – Théorie de Carter et Fromm : contrainte  $\sigma_{zx}$  et limite de traction

### 2.2.2 Lois de glissement analytiques

Les lois analytiques proposent une formulation des efforts de contact en fonction des pseudo-glissements, elles sont formulées en deux parties.

<sup>10</sup>Nous appellerons  $\widehat{\sigma}_{zz}$  « limite de traction ».

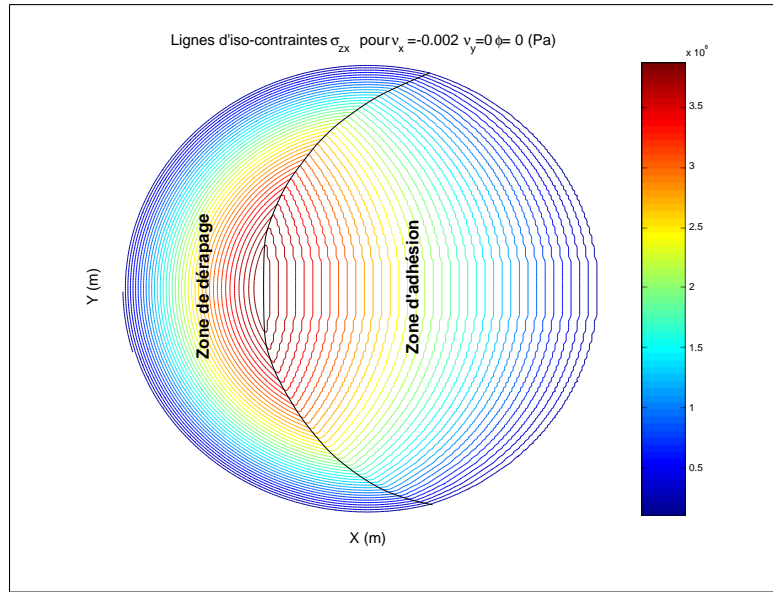


FIG. 2.10 – Contrainte tangente dans l'aire d'adhésion et l'aire de contact

- La partie linéaire : on considère qu'il y a adhésion sur toute l'empreinte de contact.
- La partie saturée où les efforts sont limités par une valeur maximale égale au coefficient de frottement multiplié par l'effort normal ( $\mu N$ ).

Ces lois ont beaucoup évolué entre la théorie de Carter et FASTSIM (Kalker) car elles étaient le seul moyen d'avoir une estimation des efforts de frottement utilisable en dynamique ferroviaire<sup>11</sup>.

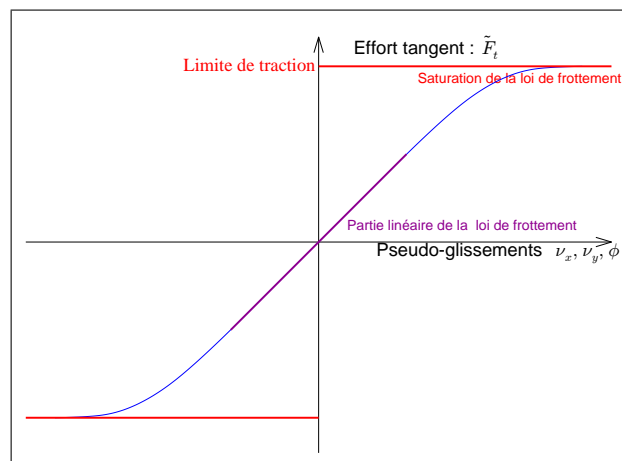


FIG. 2.11 – Partie linéaire et saturée d'une loi de contact

## Lois linéaires

La théorie linéaire de Kalker est une théorie de contact roulant où l'empreinte de contact est considéré adhésive<sup>12</sup>. C'est l'aboutissement des théories de Johnson sur le spin pur (1958)

<sup>11</sup>Le lecteur pourra regarder comment Chartet incluait les lois de frottement dans ses calculs de déraillement (18).

<sup>12</sup>Nommée « no slip-theory » par Kalker.

(19) et sur le glissement pur (20) (1958). La théorie de Kalker (1967) (21) (22) unifia le spin et le glissement pour aboutir à la formulation suivante (figure 2.12, page 59) :

$$\begin{cases} F_x &= -a b G c_{11} \nu_x \\ F_y &= -a b G c_{22} \nu_y - \sqrt{(ab)^3} G c_{23} \phi \\ M_z &= -a b G c_{32} \nu_y + (ab)^2 G c_{33} \phi \end{cases} \quad (2.6)$$

avec le module de Coulomb<sup>13</sup>  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$  et  $c_{ij}$  des coefficients correctifs établis par Kalker.

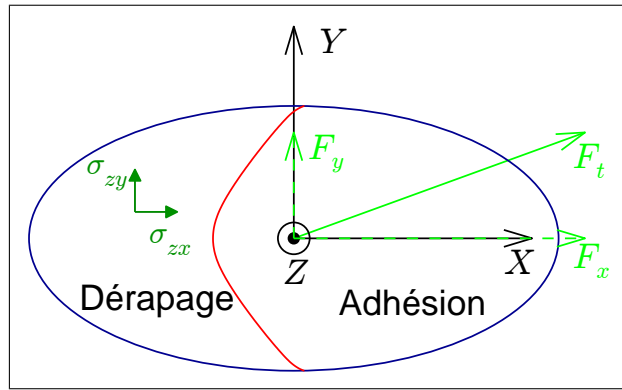


FIG. 2.12 – Définitions des efforts de contact  $F_x$  et  $F_y$

### Lois de saturation

Pour saturer les efforts dans la zone de contact, la théorie de Carter fut adaptée au contact elliptique par Haines et Ollerton (23),(24) sous le nom de "strip theory"<sup>14</sup> (1963) puis par Vermeulen et Johnson (1964)(25) enfin par Kalker sous le nom de "line theory" (1972) (26) mais limitée aux zones de contact très élancées. Ces théories diffèrent par la forme que l'on donne à la zone d'adhésion.

Nous adopterons les notations suivantes (figure 2.13, page 60) :

- $\vec{F}_t = \vec{F}_x + \vec{F}_y$  les efforts selon la théorie linéaire (sans prendre en compte le dérapage).
- $f = \frac{\|\vec{F}_t\|}{\mu N}$  la normalisation des efforts (sans saturation) par la charge normale,
- $\widetilde{F}_t$ ,  $\widetilde{F}_x$  et  $\widetilde{F}_y$  les efforts tenant compte de la saturation.

### Saturation de Vermeulen et Johnson

Cette loi de saturation fait l'hypothèse que la zone d'adhésion est une ellipse dont l'élanement (le rapport des axes) est similaire à celui de l'empreinte de contact et dont le centre

<sup>13</sup>Aussi dit deuxième coefficient de Lamé ou encore module de cisaillement.

<sup>14</sup>Ne pas confondre avec la méthode "STRIPES" de l'INRETS (13) (14).

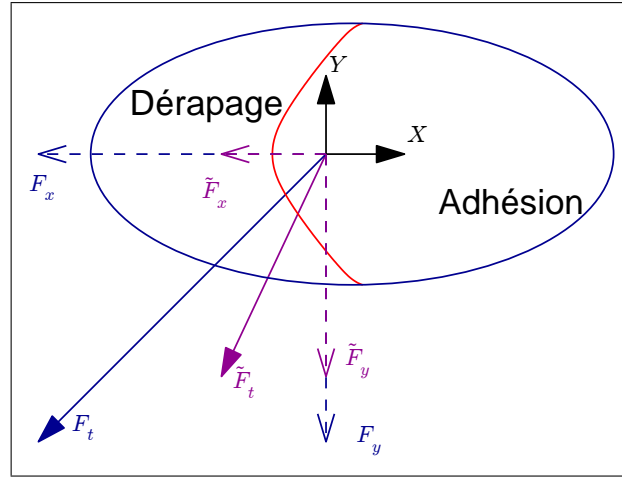


FIG. 2.13 – Efforts tangents saturés et non saturés

est calculé en fonction des pseudo-glissements (figure 2.14, page 61). On obtient par le calcul une loi de saturation polynômiale qui s'exprime<sup>15</sup> :

$$\frac{\tilde{F}}{\mu N} = \begin{cases} 1 - (1 - \tau)^3 & \text{si } \tau \in [0; 1] \\ 1 & \text{si } \tau > 1 \end{cases} \quad (2.7)$$

Avec  $\tau = \frac{f}{3}$ .

Cette théorie a deux défauts, la zone d'adhésion n'est pas réaliste (elle ne couvre pas le bord d'attaque) et c'est une formulation qui néglige le spin ( $\phi = 0$ ).

### Line theory de Kalker

Une loi permettant de lever ces difficultés fut proposée par Kalker ; établie à partir de la « strip theory », la méthode est similaire à celle de Johnson (on admet une forme pour la zone d'adhésion), mais la forme de la zone d'adhésion est différente (figure 2.14, page 61), on applique ligne à ligne la méthode de Carter<sup>16</sup>, pour obtenir la formulation suivante :

$$\frac{\tilde{F}}{\mu N} = \begin{cases} \frac{3}{2}\tau \arccos(\tau) + \left(1 - \left(1 + \frac{1}{2}\tau^2\right)\sqrt{1 - \tau^2}\right) & \text{si } \tau \in [0; 1] \\ 1 & \text{si } \tau > 1 \end{cases} \quad (2.8)$$

Avec  $\tau = \frac{4}{3\pi}f$ .

Cette théorie est très efficace tant que l'élancement de la zone de contact est tel que  $b > a$ , et que le spin n'est pas dominant.

<sup>15</sup>En prenant en compte les modifications de Hobbs (correction de pente) et Shen, Hedricks & Helkins (inclusion du spin).

<sup>16</sup>Ceci explique les noms de strip theory et de Line theory.



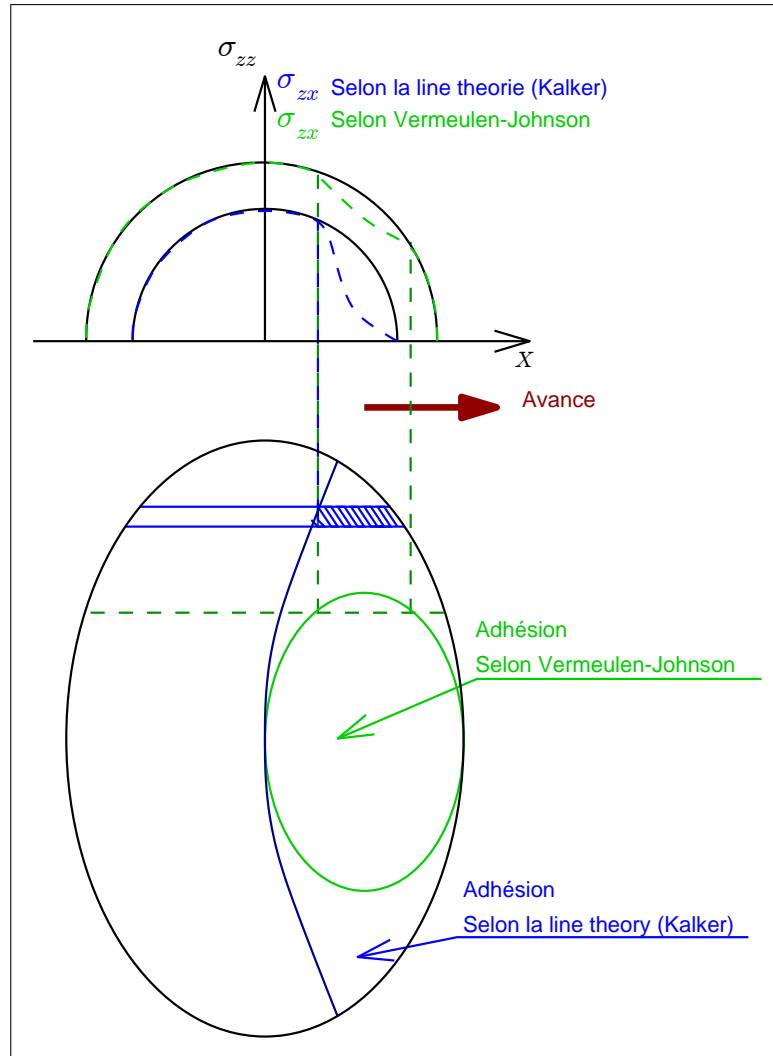


FIG. 2.14 – Formes de la zone d'adhésion pour Vermeulen-Johnson et pour Kalker

### Saturation exponentielle : CHOPAYA

Contrairement aux lois analytiques précédentes, d'autres auteurs ont travaillé à établir des lois de contact purement expérimentales issues d'essais. Par exemple la loi CHOPAYA avec une saturation exponentielle (27) (28) (Une loi similaire fut proposée par Ohyama (29)) :

$$\frac{\tilde{F}}{\mu N} = 1 - e^{-f} \quad (2.9)$$

Ces lois sont peu précises et elles ne fonctionnent pas très bien lorsque la valeur du spin change. De plus elles supposent généralement que les efforts de contact saturés  $\tilde{F}_t$  ont la même direction que les efforts de contact non saturés  $F_t$  ce qui est généralement faux.

### Conclusion sur les lois saturées

Les différence, quant au choix de la loi de saturation (exponentielle, polynômiale ou trigonométrique) ont peu d'importance dans la mesure où l'approximation principale est

faite sur la direction des efforts saturés. Kalker nous propose une méthode approchée pour le calcul des efforts tangents : FASTSIM.

### 2.2.3 FASTSIM

L'évolution « naturelle » de la « line theory » fut la théorie FASTSIM (30) qui s'applique à toute forme de zone de contact. Cette théorie locale est suffisamment simple pour être intégrée dans un code de dynamique ferroviaire et bien qu'approchée, elle offre des résultats d'une bonne précision en comparaison des méthodes éléments finis, pour un coût bien moindre, ce qui explique son succès auprès des concepteurs de code de dynamique ferroviaire.

L'idée est de calculer les contraintes tangentes le long de l'axe  $\vec{X}_c$  de manière incrémentale en partant du bord d'attaque (où l'on sait que les contraintes sont nulles). La différence avec la « line theory » est que la forme de la zone de contact n'est pas donnée à priori. Les incréments des contraintes  $\delta\sigma_{zx}$  et  $\delta\sigma_{zy}$  sont données comme des fonctions linéaires de  $x$  et  $y$  :

$$\begin{cases} \delta\sigma_{zx} = \left( \frac{3}{8}Gc_{11}\nu_x - \frac{4}{\pi}\sqrt{\frac{a}{b}}Gc_{23}\phi y \right) \frac{\delta x}{a} \\ \delta\sigma_{zy} = \left( \frac{3}{8}Gc_{22}\nu_y + \frac{4}{\pi}\sqrt{\frac{a}{b}}Gc_{23}\phi x \right) \frac{\delta x}{a} \end{cases} \quad (2.10)$$

Ces incréments permettent d'estimer les contraintes en  $x+\delta x$ <sup>17</sup> en fonction des contraintes en  $x$ , c'est une méthode récursive. Supposons que les contraintes au point  $(x, y)$  soient connues, en supposant que le point  $(x+dx, y)$  soit dans la zone d'adhésion alors les contraintes en ce point se calculent par :

$$\begin{cases} \widetilde{\sigma}_{zx}(x + \delta x, y) = \sigma_{zx}(x, y) + \delta\sigma_{zx,y} \\ \widetilde{\sigma}_{zy}(x + \delta x, y) = \sigma_{zy}(x, y) + \delta\sigma_{zy,y} \end{cases} \quad (2.11)$$

Pour vérifier que le point  $(x + \delta x, y)$  est effectivement dans une zone d'adhésion, on compare la norme des contraintes tangentes à la limite de traction. La limite de traction devrait être la contrainte normale multipliée par le coefficient de glissement  $\mu \sigma_{zz}(x + \delta x, y)$  mais pour que les formes des zones d'adhésion et de dérapage soient plus conformes avec l'expérience, Kalker (30) propose une limite de traction différente<sup>18</sup> :

$$\widehat{\sigma}_{zz}(x, y) = \mu \frac{2N}{\pi ab} \left( 1 - \left( \frac{x}{a} \right)^2 + \left( \frac{y}{b} \right)^2 \right) \quad (2.12)$$

<sup>17</sup> $\delta x$  est négatif car on parcourt l'empreinte de contact depuis le bord d'attaque ( $x > 0$ ) vers le bord de fuite ( $x < 0$ ).

<sup>18</sup>La théorie de Hertz prévoit une distribution elliptique des contraintes normales, Kalker pour sa limite de traction propose une distribution parabolique. Cette distribution permet de saturer complètement l'ellipse de contact ce que ne permet pas la distribution elliptique (pente infinie des contraintes normales sur le bord d'attaque).

Soit  $\tilde{\sigma}_t(x, \delta x, y) = \sqrt{\tilde{\sigma}_{zx}(x + \delta x, y)^2 + \tilde{\sigma}_{zy}(x + \delta x, y)^2}$  la norme des contraintes tangentées estimées précédemment si :  $\tilde{\sigma}_t(x + \delta x, y) < \hat{\sigma}_{zz}(x + \delta x, y)$  alors le point  $(x + \delta x, y)$  est bien dans une zone d'adhésion et les contraintes en ce point vérifient (2.11), dans le cas contraire le point est en zone de dérapage et il faut saturer les contraintes (c'est-à-dire faire en sorte que leur norme vaille la limite de traction, figure 2.15, page 64) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{zx}(x + \delta x) = \tilde{\sigma}_{zx}(x + \delta x, y) \\ \sigma_{zy}(x + \delta x) = \tilde{\sigma}_{zy}(x + \delta x, y) \end{array} \right\} \quad \text{en zone d'adhésion}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{zx}(x + \delta x) = \frac{\tilde{\sigma}_{zx}(x + \delta x, y)}{\tilde{\sigma}_t(x, \delta x, y)} \hat{\sigma}_{zz}(x + \delta x, y) \\ \sigma_{zy}(x + \delta x) = \frac{\tilde{\sigma}_{zy}(x + \delta x, y)}{\tilde{\sigma}_t(x, \delta x, y)} \hat{\sigma}_{zz}(x + \delta x, y) \end{array} \right\} \quad \text{en zone de dérapage} \quad (2.13)$$

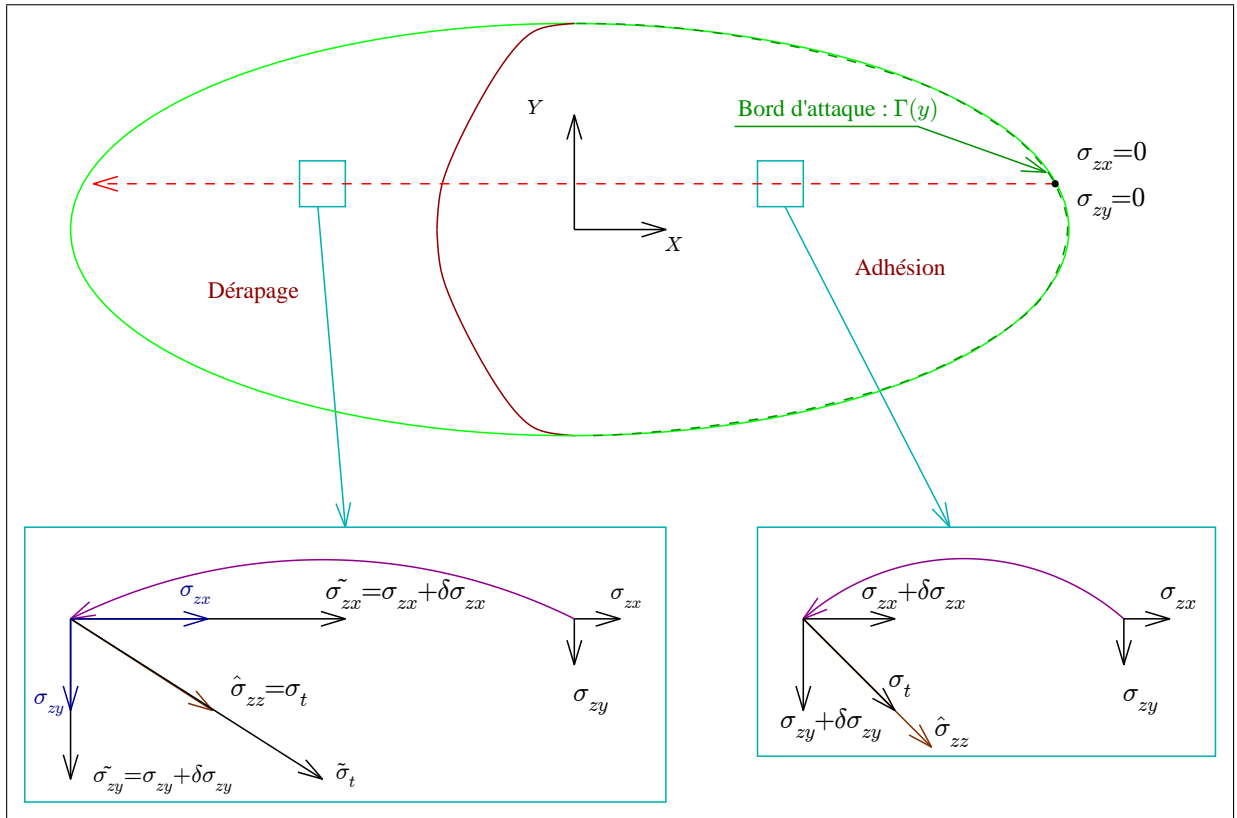


FIG. 2.15 – Méthode FASTSIM pour le calcul des contraintes tangentées.

Le schéma récursif est initié sur le bord d'attaque de l'empreinte de contact (frontière avant de la zone de contact). Si l'empreinte de contact est elliptique le bord d'attaque de l'empreinte est la frontière de l'ellipse telle que  $x > 0$  c'est à dire :  $\Gamma(y) = a\sqrt{1 - (\frac{y}{b})^2}$ , par conséquent  $\sigma_{zx}(\Gamma(y), y) = \sigma_{zy}(\Gamma(y), y) = 0$ . On peut calculer l'expression exacte des contraintes en négligeant le glissement :

$$\begin{cases} \sigma_{zx}(x, y) = \int \delta\sigma_{zx} = - \left( \frac{3}{8}G c_{11} \nu_x - \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{b}{a}} G c_{23} \phi y \right) \frac{\Gamma(y) - x}{a} \\ \sigma_{zy}(x, y) = \int \delta\sigma_{zy} = - \left( \frac{3}{8}G c_{22} \nu_y - \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{b}{a}} G c_{23} \phi (\alpha(y) + x) \right) \frac{\Gamma(y) - x}{a} \end{cases} \quad (2.14)$$

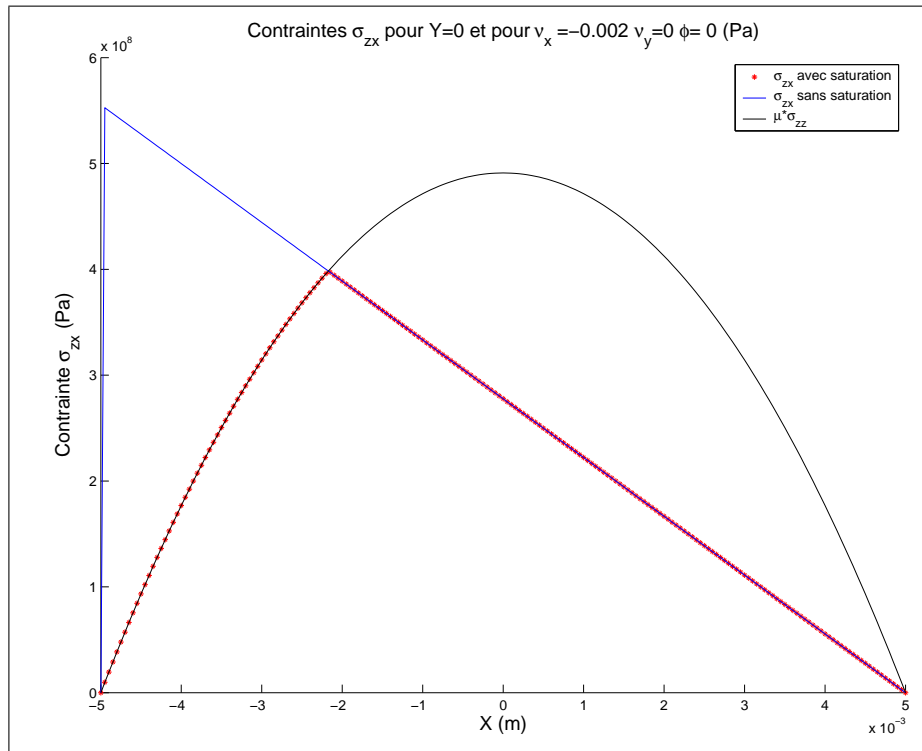
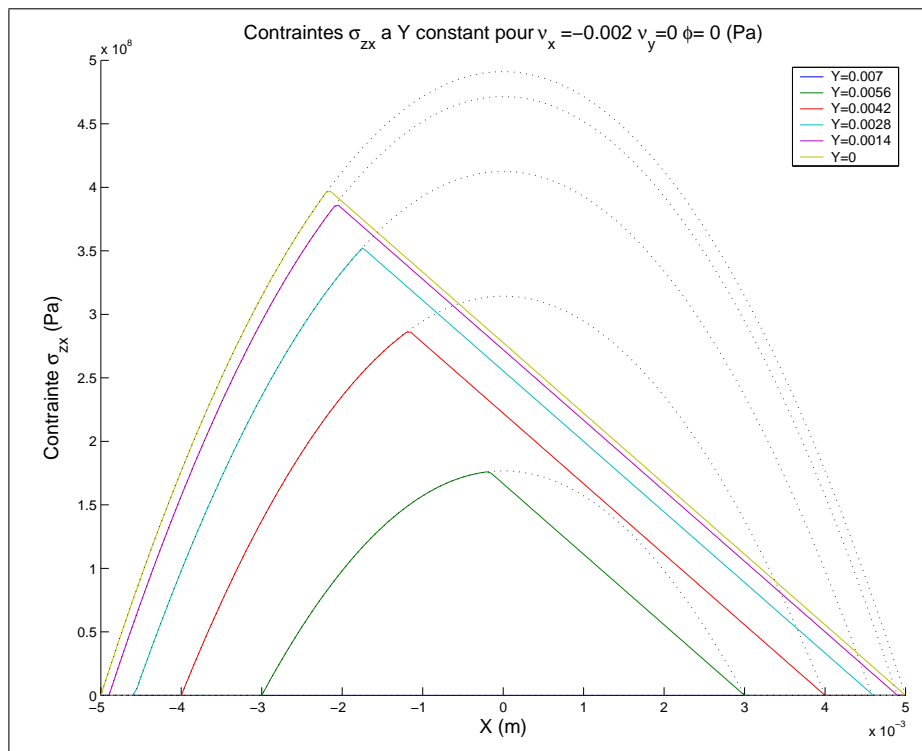
En considérant qu'il n'y a pas de saturation et en intégrant ces contraintes sur une empreinte de contact elliptique, on retrouve les expressions linéaires de Kalker (section 2.2.2, page 57).

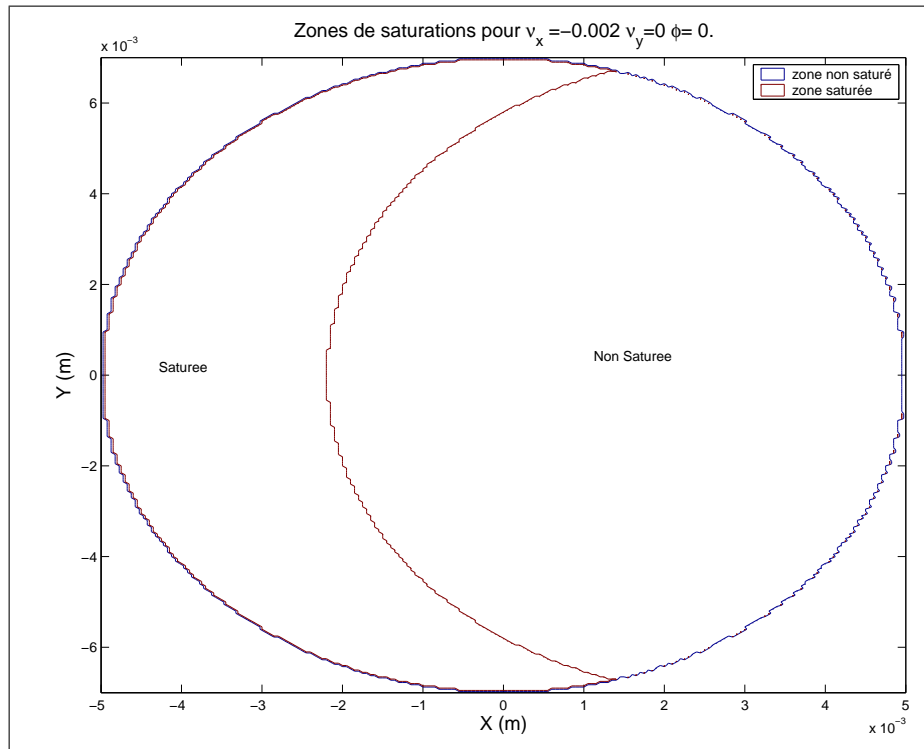
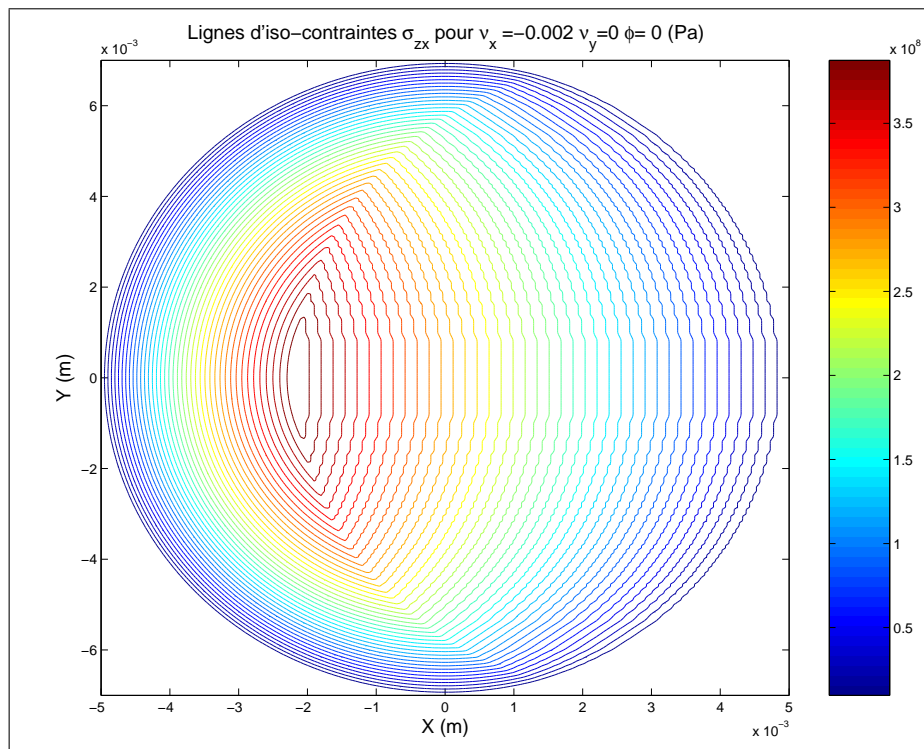
### 2.2.4 Application de FASTSIM : Pseudo-glissement de traction seul

Le premier cas que nous allons étudier est un cas de saturation pour  $\nu_x = -0.002$ ,  $\nu_y = \phi = 0$ . Ce cas est assez simple car  $\sigma_{zy} = 0$  donc n'influe pas sur la saturation. De plus  $\phi$  étant nul, il n'y a pas d'influence du spin sur la contrainte  $\sigma_{zx}$ .

La figure 2.16 (page 66) montre l'évolution de  $\sigma_{zx}$  sur la droite  $y = 0$ . Pour toute la zone où  $x > -2$  les contraintes tenant compte de la saturation (en \* rouge) et les contraintes n'en tenant pas compte (en bleu) sont confondues. A partir du moment où elles atteignent  $\hat{\sigma}_{zz}$  (en noir), la saturation majore la contrainte tangente  $\sigma_{zx}$  par la limite de traction  $\hat{\sigma}_{zz}$ . La distribution de  $\sigma_{zx}$  n'est donc plus linéaire. On observe le même phénomène sur toutes les droites  $y = cst$  (figure 2.17, page 66).

La zone de l'ellipse où la saturation s'opère ressemble à une lune à l'arrière de la zone de contact (figure 2.18, page 67) et les lignes d'iso-contraintes se ferment sur elles mêmes à l'intérieur de l'ellipse (figure 2.19, page 67). Notons que, quelque soit  $\nu_x \neq 0$ , la contrainte  $\sigma_{zx}$  est toujours saturée sur le bord de fuite : il y a toujours une zone de glissement dans l'empreinte de contact.


 FIG. 2.16 – Contrainte  $\sigma_{zx}$  à  $y = 0$  ( $\nu_x$  seul)

 FIG. 2.17 – Contrainte  $\sigma_{zx}$  pour  $y = cst$  ( $\nu_x$  seul)

FIG. 2.18 – Saturation de la zone de contact ( $\nu_x$  seul)FIG. 2.19 – Lignes d'iso-contraintes  $\sigma_{zx}$  ( $\nu_x$  seul)

### 2.2.5 Application de FASTSIM : Pseudo-glissement de spin seul

L'influence de la saturation sur la contrainte en présence de spin est très complexe. En effet la saturation est liée à la combinaison de  $\sigma_{zx}$  et de  $\sigma_{zy}$ .

Considérons un cas avec un spin élevé :  $\phi = 1.5$ , le long de la droite  $y = 0$  la contrainte  $\sigma_{zx}$  est nulle car son incrément n'est fonction que de  $y\phi$ .

Dès le début  $\sigma_{zy}$  est saturée car l'incrément de la contrainte tangente est plus important que celui de la limite de traction (figure 2.20, page 68). Au point  $x = 0$ , ce rapport s'inverse : la contrainte  $\sigma_{zy}$  dé-sature et suit la translation de la contrainte sans saturation. Ce trajet l'amène à re-dépasser la contrainte normale et donc à re-saturer.

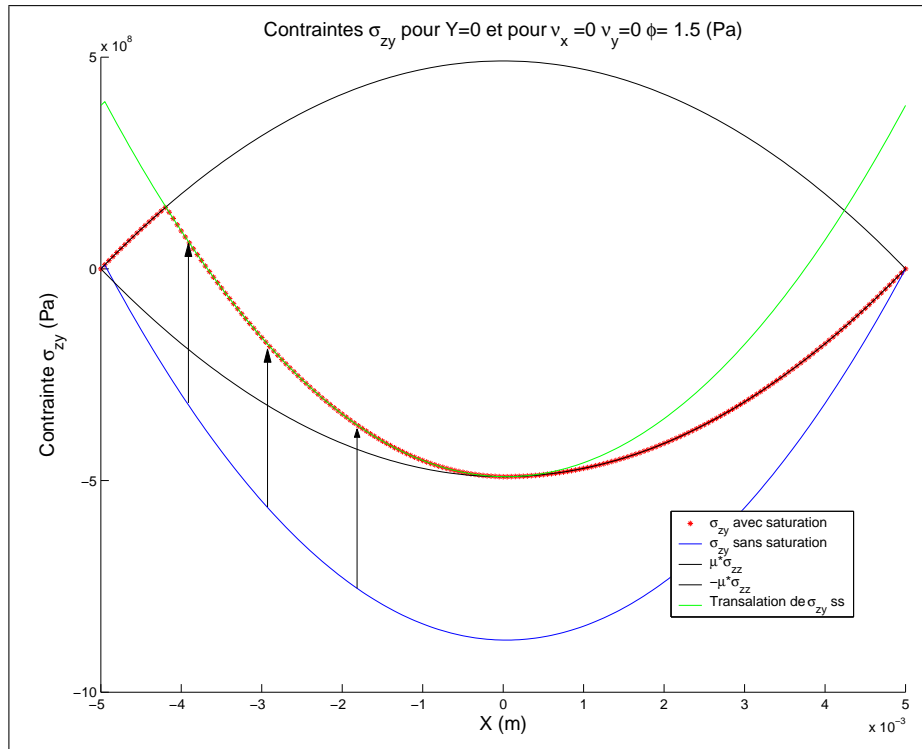


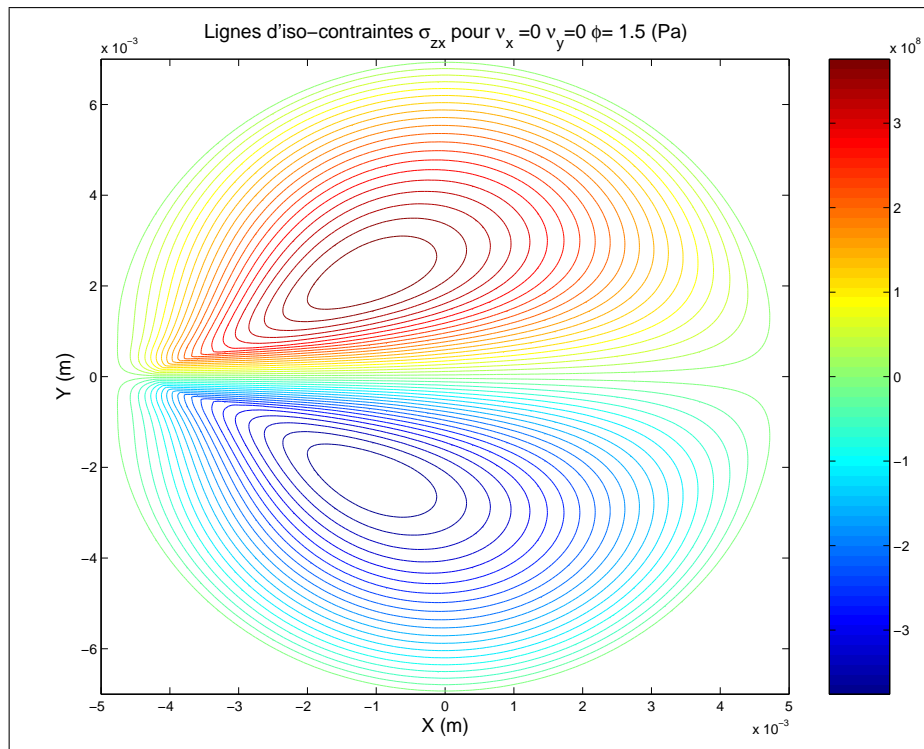
FIG. 2.20 – Contrainte  $\sigma_{zy}$  pour  $y = cst$  (Spin seul)

On retrouve une forme presque similaire pour les droites  $y = cst$  (figure 2.23, page 70) toutefois ce phénomène est moins évident car  $\sigma_{zx}$  n'est plus nulle et participe à la saturation. La zone saturée ressemble à une ellipse à l'intérieur de la zone de contact (figure 2.24, page 71). Si nous avions choisi un spin plus faible elle aurait ressemblé à un signe « inférieur à » ( $<$ ) (figure 2.25, page 71).

### 2.2.6 Conclusion sur FASTSIM

Cette méthode est purement numérique, elle a l'avantage d'être proche de la réalité pour un coût de calcul quasi abordable. En pratique, cette méthode n'est pas utilisée dans les simulations de véhicules, sauf pour des cas exceptionnels où l'on cherche une bonne précision



FIG. 2.21 – Zones d'iso-contraintes de  $\sigma_{zx}$  (Spin seul)

des efforts de contact en présence de spin. Dans ces situations on pourrait envisager d'utiliser une méthode numérique telle que CONTACT (31) qui se base sur une formulation exacte du problème de contact.

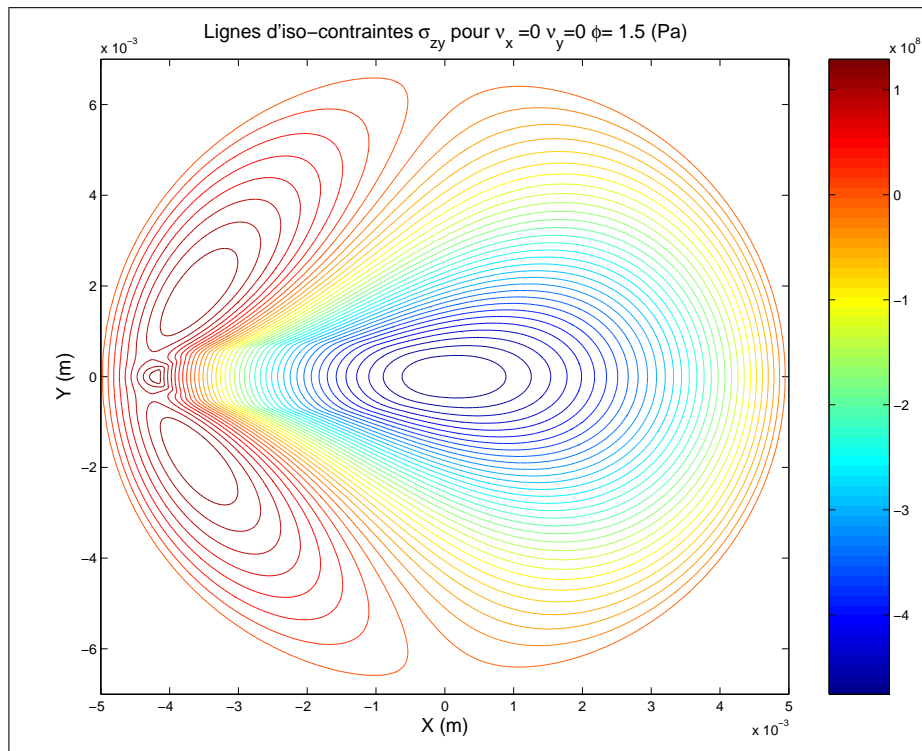


FIG. 2.22 – Zones d'iso-contraintes de  $\sigma_{zy}$  (Spin seul)

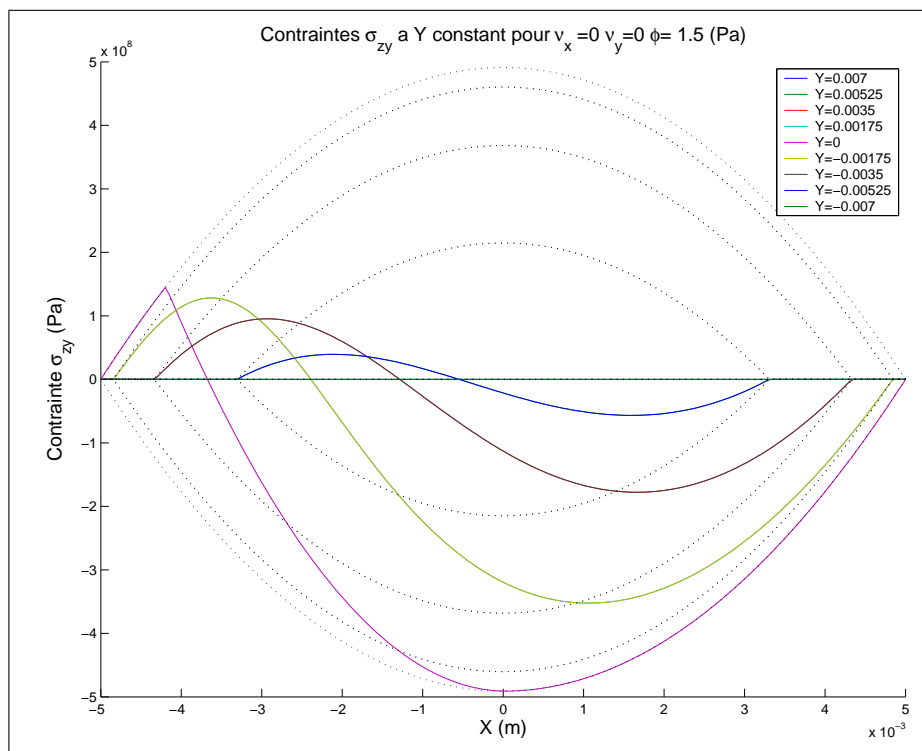


FIG. 2.23 – Contrainte  $\sigma_{zy}$  pour  $y = 0$  (Spin seul)

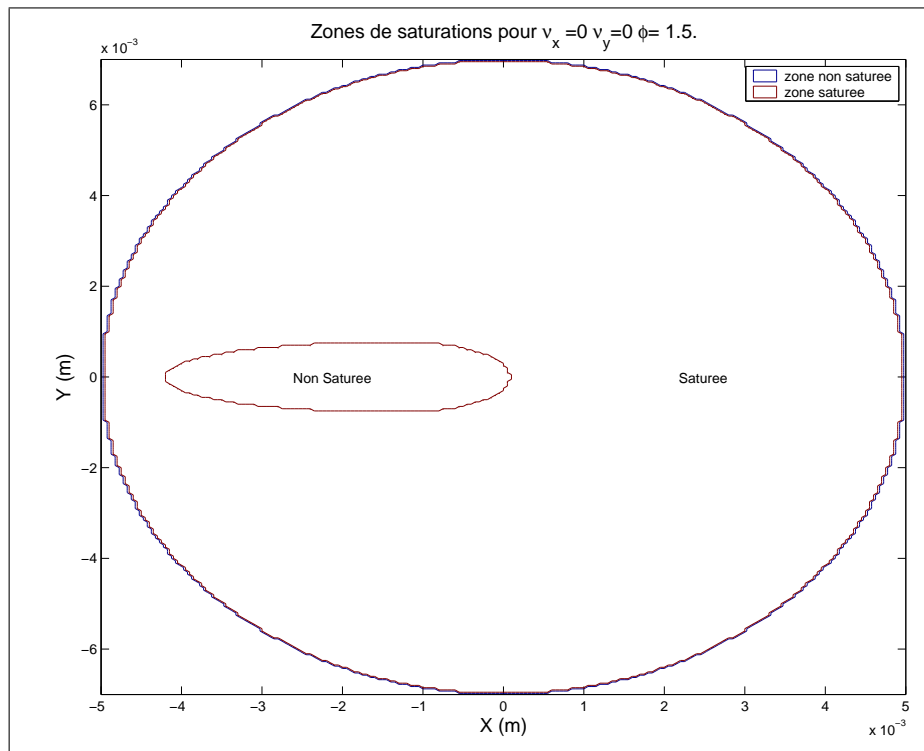


FIG. 2.24 – Zone de saturation, spin fort (Spin seul)

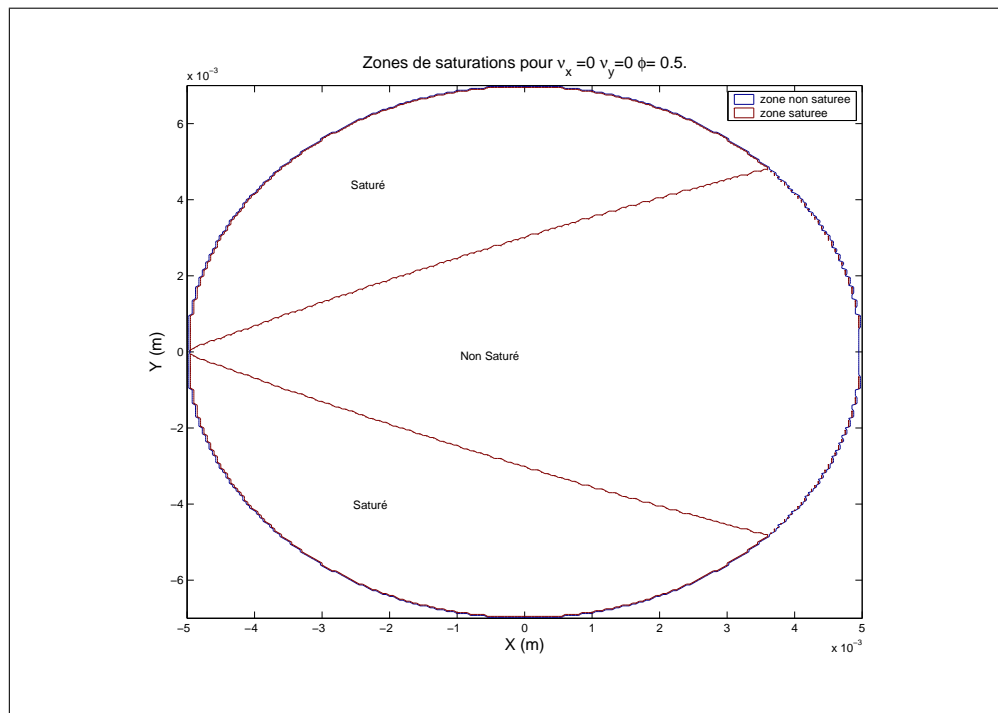


FIG. 2.25 – Zone de saturation, spin faible (Spin seul)

## Conclusion sur les méthodes analytiques

Jusqu’alors nous avons présenté des méthodes de calcul des forces normale et tangentes limitées aux cas Hertiens. Dans le cas du renversement d’un véhicule et vu les essais de renversement faits en soufflerie, il apparaît que le véhicule pivote sur sa roue porteuse et par conséquent les zones de contact vont certainement parcourir toute la zone de raccord du boudin (figure 2.26, page 72) où les courbures ne sont pas régulières. Il nous faut donc proposer d’autres méthodes de modélisation du contact.



FIG. 2.26 – Renversement simulé au CSTB Nantes, caméra rapide sur la roue porteuse

Des méthodes numériques furent développées afin de traiter le problème de contact dans sa totalité. Il n’est pas encore possible de traiter de manière systématique le contact roulant par des méthodes éléments finis : le coût de calcul d’une situation est trop important. Toutefois Kalker a proposé (31) un traitement par formulation variationnelle (en élément discret) du contact, ”CONTACT”, cette théorie n’a pas besoin d’hypothèse sur les courbures des profils et intègre le frottement. Elle est néanmoins trop coûteuse (huit secondes par zone de contact quand une formulation Hertziennne avec FASTSIM ne coûte que quelque centièmes de secondes) pour être aujourd’hui intégrée dans un code de dynamique ferroviaire.

Pour pallier l’absence d’intermédiaire entre les méthodes analytiques présentées et les méthodes éléments finis, des méthodes de calcul de contact par bandes discrètes, dites semi-Hertziennes, ont été développées. Elles ont pour objet de modéliser le contact conforme et les changements de courbure. Cela permet d’avoir des modélisations plus fines des empreintes de contact et par conséquent des estimations plus précises des efforts tangents (par exemple avec FASTSIM).

Nous étudierons la méthode Semi-Hertziennne de l’INRETS-LTN : STRIPES développée par J.B. Ayasse et H. Chollet (13) (14).

## 2.3 Modélisation semi-Hertzienne

La théorie de Hertz est régulièrement mise en défaut lors des calculs de contact roue-rail, généralement parce que les courbures des profils ne sont pas constantes, que le profil fut dessiné ainsi ou que celui ci soit usé. Les méthodes semi-Hertziennes proposent une formulation en éléments discrets (les bandes) dans la direction  $\vec{Y}_c$  et une formulation analytique selon  $\vec{X}_c$ . Même si les bandes sont de tailles très étroites  $\sim 0.1\text{mm}$  le nombre de bandes à considérer le long des profils est raisonnable<sup>19</sup> ( $\sim 500$ ). Aujourd'hui il existe deux formulations semi-Hertziennes : la formulation de Kik et Piotrowski (32) (33), implémentée dans Medyna et la formulation d'Ayasse et Chollet (13) (14) (34) dénommée STRIPES<sup>20</sup> et implémentée dans VOCOLIN. Nous nous appuierons sur cette dernière méthode pour réaliser le noyau de contact que nous utiliserons pour simuler le renversement.

La présentation de STRIPES sera abordée en trois temps. La première partie consiste à construire une relation d'équivalence entre intersection géométrique et zone de contact dans un cas purement Hertzien. Le deuxième temps est consacré à la discrétisation du problème en découpant les profils en segments. La troisième étape consiste en une extension de cette formulation aux cas non Hertziens.

### 2.3.1 Intersection géométrique de deux solides réguliers

Considérons les deux solides de la section 2.1.1, la séparation verticale entre les deux solides est donnée par l'équation 2.3. L'intersection géométrique entre les deux solides est :

$$(x, y) \text{ tels que } z = Ax^2 + By^2 - \delta_o < 0 \quad (2.15)$$

Cette zone dessine dans le plan de contact une ellipse dont les axes  $(\tilde{a}, \tilde{b})$  sont données par :

$$\tilde{a} = \sqrt{\frac{\delta_0}{A}}, \quad \tilde{b} = \sqrt{\frac{\delta_0}{B}} \quad (2.16)$$

Si nous comparons les ellipses Hertziennes et géométrique pour une même indentation  $\delta_o$ , nous constatons qu'elles n'ont pas le même élanement  $\eta$  (rapport des axes de l'ellipse figure 2.27, page 74). Soit  $\tilde{\eta} = \frac{\tilde{a}}{\tilde{b}}$  et  $\eta = \frac{a}{b}$  les élanements des ellipses géométrique et Hertziennes :

$$\begin{cases} \tilde{\eta} &= \frac{\tilde{a}}{\tilde{b}} &= \sqrt{\frac{B}{A}} \\ \eta &= \frac{a}{b} &= \frac{m}{n} \end{cases} \quad (2.17)$$

<sup>19</sup>Si une discrétisation était faite par des éléments finis, en ne comptant que les surfaces extérieures, pour des éléments de l'ordre de 0.5mm, il faudrait compter 3600 noeuds.

<sup>20</sup>Ne pas confondre avec Strip de Haines et Ollerton (23) qui traite des efforts tangents uniquement

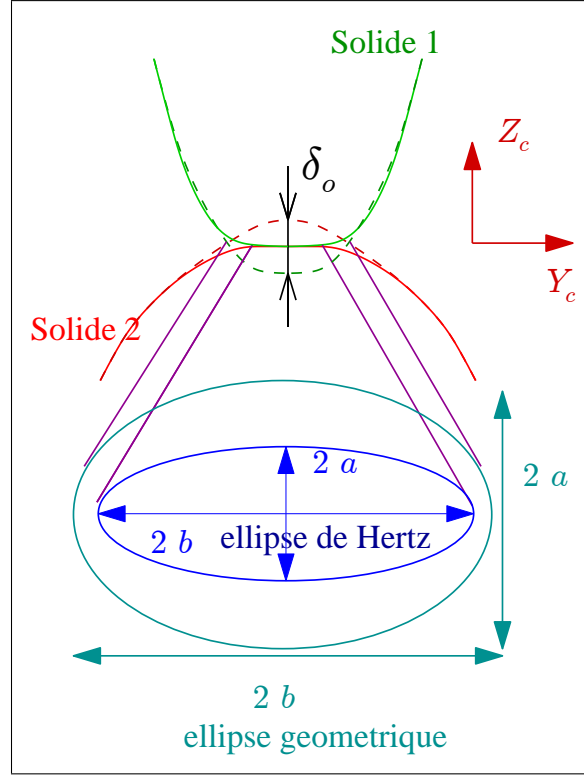


FIG. 2.27 – Intersection géométrique et contact Hertzien

Comme les élargissements des empreintes géométriques et Hertziennes ne dépendent que du rapport  $\frac{A}{B}$  ( $m$  et  $n$  dépendent de ce même rapport), pour que  $\eta = \tilde{\eta}$  nous corrigerons les courbures du problème géométrique. Comme la discrétisation est faite dans la direction latérale ( $\vec{Y}_c$ ), seul  $A$  est corrigé en  $\tilde{A}$  et nous appliquons un lissage des courbures sur  $B$  comme expliqué en section 2.3.3, page 78. En ce cas les courbures du problème géométrique équivalent se déduisent alors de  $A$  et  $B$  par :

$$\begin{cases} \tilde{A} = \frac{n^2}{m^2} B \\ \tilde{B} = B \end{cases} \quad (2.18)$$

Les axes de l'ellipse géométrique sont donnés par :

$$\begin{cases} \tilde{a} = \frac{n}{m} \sqrt{\frac{\delta_o}{B}} \\ \tilde{b} = \sqrt{\frac{\delta_o}{B}} \end{cases} \quad (2.19)$$

Pour avoir  $\tilde{a} = a$  et  $\tilde{b} = b$ , il est nécessaire de jouer sur l'enfoncement du problème géométrique : soit  $\epsilon_o$  le rapport entre l'enfoncement géométrique corrigé  $h_o$  et l'enfoncement Hertzien  $\delta_o$  :

$$\epsilon_o = \frac{h_o}{\delta_o} = \frac{n^2}{r(B+A)}B \quad (2.20)$$

Cette relation entre problème Hertzien et problème géométrique étant construite, nous allons mettre en oeuvre la discrétisation le long du profil, tout en conservant les hypothèses de la théorie de Hertz.

### 2.3.2 Discrétisation le long du profil

Choisissons comme profil de référence, celui du rail<sup>21</sup>, que nous découpons en petits segments de même largeur. Soit  $y_i$  l'abscisse du segment  $i$  et  $o$  le premier segment en contact. Nous définissons alors l'interpénétration de chaque bande  $h_i$ , la demi-longueur de contact  $a_i$  et l'angle moyen au contact  $\gamma_i$  (avec  $\gamma_{wi}$  l'angle du profil de roue et  $\gamma_{ri}$  celui du profil de rail, figure 2.28, page 76). La formulation du problème géométrique équivalent au problème de contact (avec correction) donne, dans le plan de contact  $(Y_c, Z_c)$  (notons que tant que l'on reste dans le plan de contact  $\Delta\gamma_i \sim 0$ ) :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} h_o & = & \frac{n^2 B}{r(B+A)}\delta_o \\ h_i & = & h_o - \tilde{B} * y_i^2 \\ \gamma_i & = & \frac{\gamma_{w,i} + \gamma_{r,i}}{2} \\ \Delta\gamma_i & = & \|\gamma_{w,i} - \gamma_{r,i}\| \\ a_i & = & \sqrt{\frac{h_i}{\tilde{A}}} \end{array} \right. \quad (2.21)$$

Dans la suite nous aurons besoin du ratio  $\frac{a_i}{a}$ , car il apparaîtra dans les expressions de FASTSIM (section 2.3.3, page 76 équation 2.27) pour remplacer le paramètre  $\frac{y}{b}$  qui n'a plus de sens dans une formulation discrétisée. Par une approximation circulaire de  $h_i$  on obtient<sup>22</sup> :

$$\left(\frac{a_i}{a}\right)^2 = \frac{h_i}{h_i + \frac{\tilde{B}}{4B^2} * (\Delta\gamma_i)^2} \quad (2.22)$$

Les relations obtenues ci-dessus sont écrites en considérant les courbures constantes ( $A, B$  sont des paramètres globaux de la zone de contact). Elles vont maintenant être étendues au problème avec courbures non constantes en considérant que l'on peut remplacer les paramètres pris au centre de la zone de contact par leur équivalent locaux.

<sup>21</sup>On prendrait celui de la roue dans le cas de calculs de mouchage d'aiguille.

<sup>22</sup>Actuellement on étudie le remplacement de cette expression par  $\frac{a_i}{a} = \sqrt{\frac{h_i}{h_o}}$

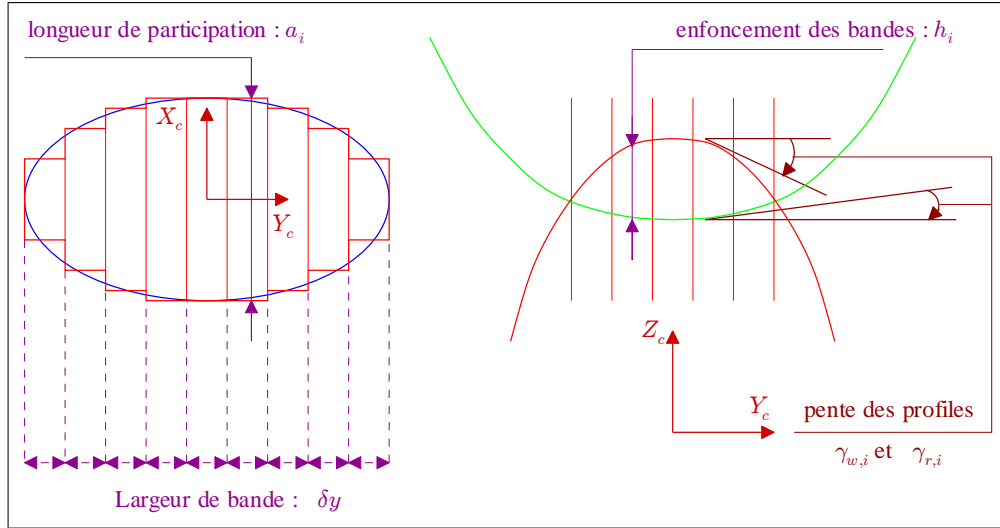


FIG. 2.28 – STRIPES : définition des paramètres

### 2.3.3 Application aux cas de courbures non constantes

Considérons deux solides de courbures non constantes variant en fonction de  $y_i$  uniquement et soient  $(A_i, B_i)$  les courbures relatives de ces solides au point  $y_i$ . Nous pouvons étendre la formulation géométrique à un profil non régulier. Soient  $z_{p,1}$  et  $z_{p,2}$  les fonctions de profil et  $z_i$  leur séparation verticale, elles ne dépendent que de  $y_i$ . La première bande en contact sera appelée « bande mère », nous la numérotions  $o$ . Considérons alors :

$$z_i = z_{p,1}(y_i) - z_{p,2}(y_i) \text{ tel que } z_o = 0 \quad (2.23)$$

Sous une charge  $N$ , il se produit un rapprochement Hertzien  $\delta_o$ , donc un rapprochement vertical ( $d_z = \frac{\delta_o}{\cos \gamma_o}$ ) des profils :

$$z_i = z_{p,1}(y_i) - z_{p,2}(y_i) - d_z \text{ tel que } z_o = -d_z \quad (2.24)$$

L'interpénétration est alors corrigée comme en 2.20 (page 75) et la séparation normale entre les deux solides ( $h_i$ ) s'écrit en considérant la projection orthogonale de  $z_i$  sur la normale au profil<sup>23</sup> (figure 2.29, page 77) :

$$\begin{cases} h_i &= -(z_{p,1}(y_i) - z_{p,2}(y_i)) * \cos(\gamma_i) + h_o \\ \epsilon_o &= \frac{h_o}{\delta_o} = \frac{n^2}{r (B_o + A_o)} B_o \end{cases} \quad (2.25)$$

L'intersection géométrique se définit alors en considérant que  $h_i$  doit être positif et que dans la direction orthogonale  $\tilde{A}_i \times x^2 - h_i < 0$ , les expressions 2.21 (page 75) sont alors étendues en remplaçant  $A$  et  $B$  par  $A_i$  et  $B_i$  :

<sup>23</sup>Ici notre interprétation de la méthode STRIPES diverge de celle de l'INRETS, nous considérons que lorsque deux zones de contact se rejoignent il y a toujours deux bandes mère, donc il peut y avoir discontinuité sur l'interpénétration. La méthode STRIPES exacte ne prévoit qu'une seule bande mère dans ce même cas.



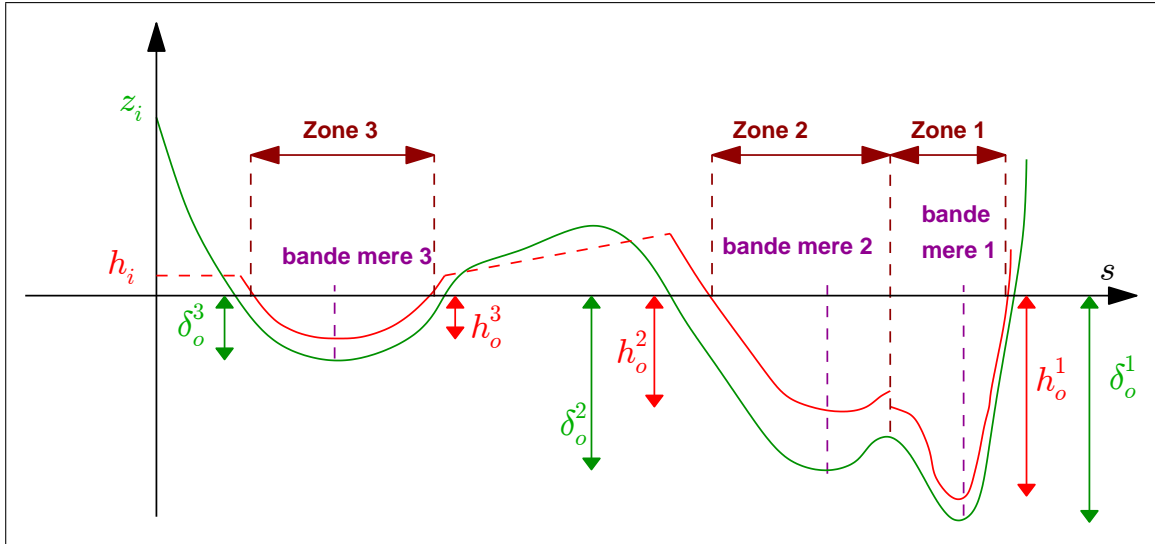


FIG. 2.29 – Correction de l'interpénétration sur plusieurs zones de contact

$$\left\{ \begin{array}{lcl} h_i & = & h_o - \tilde{B} * y_i^2 \\ \gamma_i & = & \frac{\gamma_{w,i} + \gamma_{r,i}}{2} \\ \Delta\gamma_i & = & \|\gamma_{w,i} - \gamma_{r,i}\| \\ a_i & = & \sqrt{\frac{h_i}{\tilde{A}_i}} \\ \left(\frac{a_i}{a}\right)^2 & = & \frac{h_i}{h_i + \frac{\tilde{B}_i}{4\tilde{B}_i^2} * (\Delta\gamma_i)^2} \end{array} \right. \quad (2.26)$$

Nous pouvons en déduire l'expression des contraintes normales, et tangentielles avant saturation (en négligeant le glissement<sup>24</sup>) :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \sigma_{zz,i}(x) & = & \frac{1}{\pi} \frac{1}{n_i} \frac{1}{r_i} \frac{E}{1-\nu^2} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a_i}\right)^2} \frac{h_i}{a_i} \frac{1}{\epsilon_i} \\ \hat{\sigma}_{zz,i}(x) & = & \frac{4\mu}{3\pi} \frac{1}{n_i} \frac{1}{r_i} \frac{E}{1-\nu^2} \left(1 - \left(\frac{x}{a_i}\right)^2\right) \frac{h_i}{a_i} \frac{a_i}{a} \frac{1}{\epsilon_i} \\ \sigma_{zx,i} & = & -\frac{3}{8} G c_{11,i} \nu_{x,i} \left(1 - \frac{x}{a_i}\right) \frac{a_i}{a} \\ \sigma_{zy,i} & = & -\left(\frac{3}{8} G c_{22,i} \nu_{y,i} + \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{n_i}{m_i}} G c_{23,i} \phi_i (a_i + x)\right) \left(1 - \frac{x}{a_i}\right) \frac{a_i}{a} \end{array} \right. \quad (2.27)$$

Ou sous forme intégrée par bande (en négligeant le glissement, figure 2.30, page 78) :

<sup>24</sup>Pour retrouver des expressions simples.

$$\left\{ \begin{array}{ll}
 \hat{N}_i = \frac{16\mu}{9\pi} \frac{1}{n_i r_i} \frac{E}{1-\nu^2} \frac{h_i}{\epsilon_o} \frac{a_i}{a} \delta y & \text{Limite de traction} \\
 N_i = \frac{1}{2} \frac{1}{n_i r_i} \frac{E}{1-\nu^2} \frac{h_i}{\epsilon_o} \delta y \\
 F_{x,i} = -\frac{3}{4} G c_{11,i} \nu_{x,i} a_i \frac{a_i}{a} \delta y \\
 F_{yg,i} = -\frac{3}{4} G c_{22,i} \nu_{y,i} a_i \frac{a_i}{a} \delta y & \text{Force de glissement} \\
 F_{ys,i} = -\frac{3}{8\pi} G c_{23,i} \sqrt{\frac{n_i}{m_i}} \phi_i a_i^2 \frac{a_i}{a} \delta y & \text{Force de spin} \\
 F_{y,i} = F_{yg,i} + F_{ys,i}
 \end{array} \right. \quad (2.28)$$

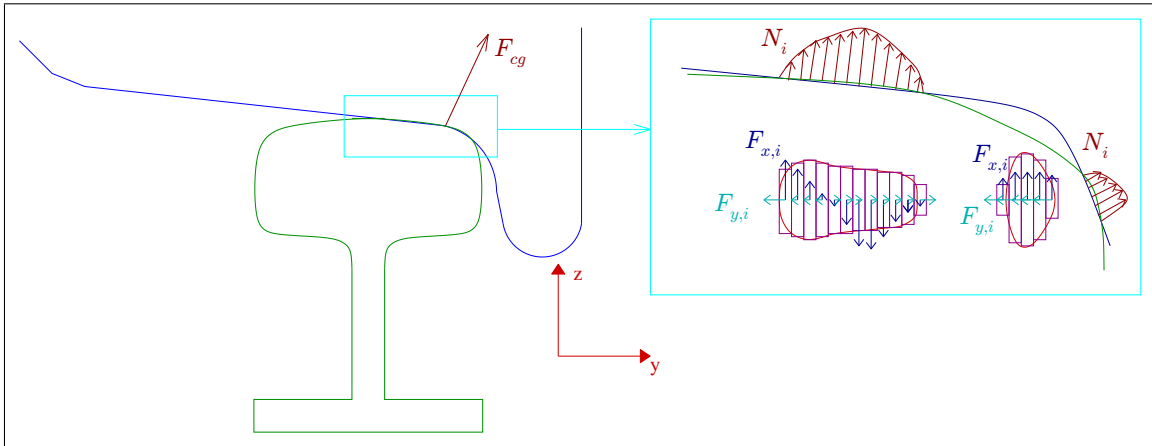


FIG. 2.30 – STRIPES : Méthode générale

Cette méthode simple de prise en compte des courbures néglige les interactions des bandes entre elles. Cela ne pose pas de problème tant que  $B$  est assez régulier, mais si  $B$  est très discontinu,  $\tilde{A}$  et  $a_i$  le seront et par conséquent l’empreinte de contact aussi. Pour pallier ce problème une régularisation de la courbure  $B$  est faite.

### Filtration des courbures

Deux points justifient une correction des courbures.

Tout d’abord parce que le cisaillement entre les bandes est négligé. Ainsi si la courbure  $B_i$  varie brutalement entre la bande  $i$  et la bande  $i + 1$  alors  $a_i$  et  $a_{i+1}$  sont très différents. Cet effet n’a pas lieu dans la réalité.

Ensuite STRIPES comme la théorie de Hertz fait l’hypothèse que  $B$  est positif (dans la zone de contact). Or  $B$  peut géométriquement être nul voir négatif dans certains cas extrêmes

(section 2.4.1, page 88). La courbure  $B$  doit donc être régularisée en  $\hat{B}$  par l'application d'un filtrage adaptatif, le paramètre d'adaptation étant le rayon du cercle de contact Hertzien  $l_o$ .

$$\begin{cases} \frac{d\hat{B}}{ds} = \frac{B - \hat{B}}{3/2l_o} \\ \hat{B} \in [B_{min}; B_{max}] / B_{min} > 0 \\ l_o = \left( \frac{3}{2} N_f \frac{1 - \nu^2}{E} (A + B) \right)^{1/3} \end{cases} \quad (2.29)$$

$l_o$  est ramené à une charge équivalente  $N_f$  dite charge de filtrage. Pour obtenir la meilleure précision possible il faudrait que  $N_f$  soit égale à  $\sum(N_i)$ , en pratique, comme l'application de cette régularisation est onéreuse en temps de calcul, on choisit de filtrer avec une valeur de  $N_f$  constante proche de la charge statique (35).

### Loi analytique d'efforts tangents

Pour éviter d'utiliser la méthode FASTSIM pour le calcul des efforts tangents, ce qui serait assez coûteux numériquement, Ayasse<sup>25</sup> propose d'utiliser une méthode analytique. Cette méthode est basée sur une expression de saturation exponentielle des efforts (section 2.2.2, page 61) et appliquée pour chacune des bandes.

Posons les efforts normalisés par la limite de traction 2.28 (page 78) :

$$\begin{cases} f_{x,i} = \frac{F_{x,i}}{\hat{N}_i} \\ f_{yg,i} = \frac{F_{yg,i}}{\hat{N}_i} \\ f_{ys,i} = \frac{F_{ys,i}}{\hat{N}_i} \end{cases} \quad (2.30)$$

On définit alors une participation  $u_{x,i}$  et  $u_{y,i}$  de chaque effort sous la forme de fractions rationnelles ( $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Phi_4$ ) fonction de  $f_{x,i}, f_{yg,i}$  et  $f_{ys,i}$  de sorte que la direction  $\vec{u} = \vec{u}_x + \vec{u}_y$  soit parallèle à celle donnée par FASTSIM dans le cas similaire (figure 2.31, page 80) :

$$\begin{cases} \left. \begin{aligned} u_{x,i} &= \Phi_1(f_{x,i}, f_{yg,i}, f_{ys,i}) \\ u_{y,i} &= \Phi_2(f_{x,i}, f_{yg,i}, f_{ys,i}) \end{aligned} \right\} \text{ Si } |f_{ys,i}| \leq 1 \\ \left. \begin{aligned} u_{x,i} &= \Phi_3(f_{x,i}, f_{yg,i}, f_{ys,i}) \\ u_{y,i} &= \Phi_4(f_{x,i}, f_{yg,i}, f_{ys,i}) \end{aligned} \right\} \text{ Si } |f_{ys,i}| > 1 \end{cases} \quad (2.31)$$

<sup>25</sup>Travaux non publiés.

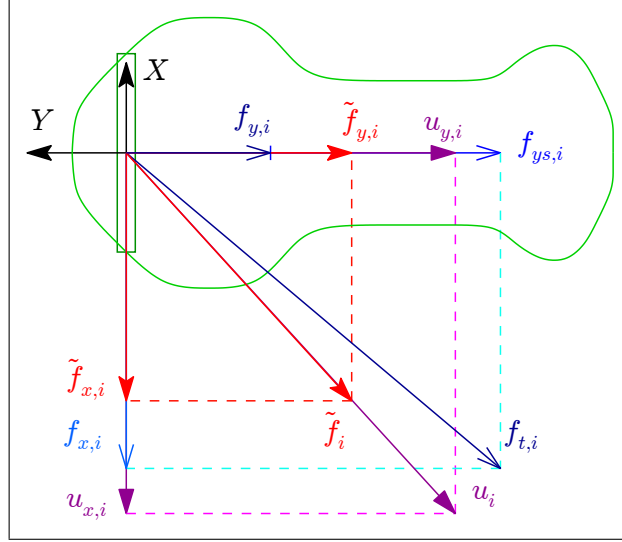


FIG. 2.31 – Méthode d'approximation de FASTSIM proposée par Ayasse

Ensuite on applique une saturation sur les efforts de sorte que ceux ci ne dépassent pas la limite de traction :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_i = \sqrt{u_{x,i}^2 + u_{y,i}^2} \\ F_i = \hat{N}_i (1 - \exp(-u_i)) \\ \tilde{F}_{x,i} = -F_i \frac{u_{x,i}}{u_i} \\ \tilde{F}_{y,i} = -F_i \frac{u_{y,i}}{u_i} \end{array} \right. \quad (2.32)$$

Cette approximation permet de saturer dans une direction différente de celle des pseudo-glissements (efforts « sans glissement »). De plus comme chaque bande est calculée séparément, on se rapproche d'une discrétisation de type « FASTSIM » sans en avoir le coût numérique.

## Conclusion sur la formulation par bande

Cette formulation du problème de contact normal est un premier pas vers la discrétisation totale des profils. En tirant partie de la théorie de Hertz elle permet de lever les hypothèses contraignantes sur la régularité des profils. Elle est particulièrement bien adaptée au problème ferroviaire parce qu'elle ne s'appuie que sur la description des profils. De plus elle peut intrinsèquement calculer plusieurs empreintes de contact sans qu'elles ne se recouvrent. Dans la section suivante nous proposerons une validation de cette méthode.

## 2.4 Application de la méthode par bande

Cette section a pour objet de présenter les travaux de validation de STRIPES et de montrer ce que cette méthode apporte aux calculs de dynamique ferroviaire.

### 2.4.1 Validation du calcul d’empreinte de contact

Pour valider le calcul d’empreintes de contact fait avec STRIPES<sup>26</sup>, nous nous sommes intéressé à deux cas qui mettent en défaut la théorie de Hertz : le contact conforme et le recouvrement de zones de contact. Pour ne pas avoir de difficultés de positionnement des profils de roue et de rail, nous avons choisi de travailler sur des corps simples et définis pour l’occasion. La surface du solide supérieur (que nous nommerons roue) se déduit de son profil par une révolution de rayon 500mm, le solide inférieur (rail) est un parallélépipède. La validation a été faite en comparant les résultats de STRIPES avec ceux que donne un logiciel éléments finis<sup>27</sup>. Trois tests de validation ont été réalisés, le premier avec un changement brutal de courbure, le second avec un contact conforme et pour le troisième un chevauchement de deux zones de contact (35).

#### Validation sur un cas de changement de courbure

Dans ce cas nous considérons un profil de roue très simple : un rayon de courbure constant entre  $-6mm$  et  $6mm$  puis un profil plan (figure 2.32, page 81).

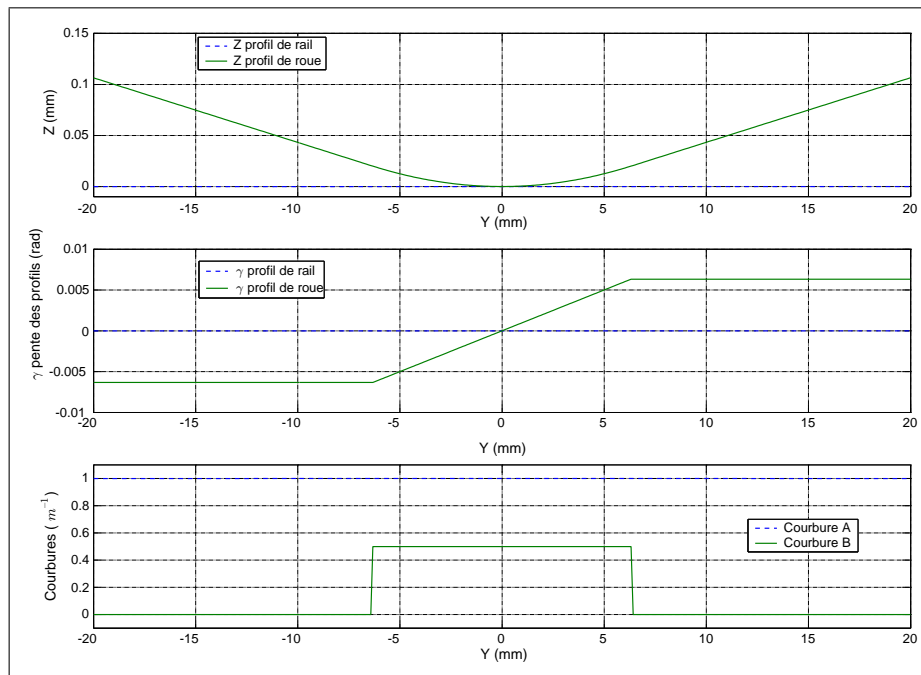


FIG. 2.32 – Validation de STRIPES, premier profil

<sup>26</sup>Travaux réalisés avec Michel Sebes (INRETS-LTN)

<sup>27</sup>ABAQUS, et Ansys côté INRETS-LTN.

Dès que la largeur de l’empreinte de contact dépassera les  $12\text{mm}$ , sa forme ne devrait plus être elliptique, c’est l’évolution que l’on observe entre les charges de  $18\text{kN}$  (figure 2.33, page 82) et de  $200\text{kN}$  (figure 2.34, page 83) .

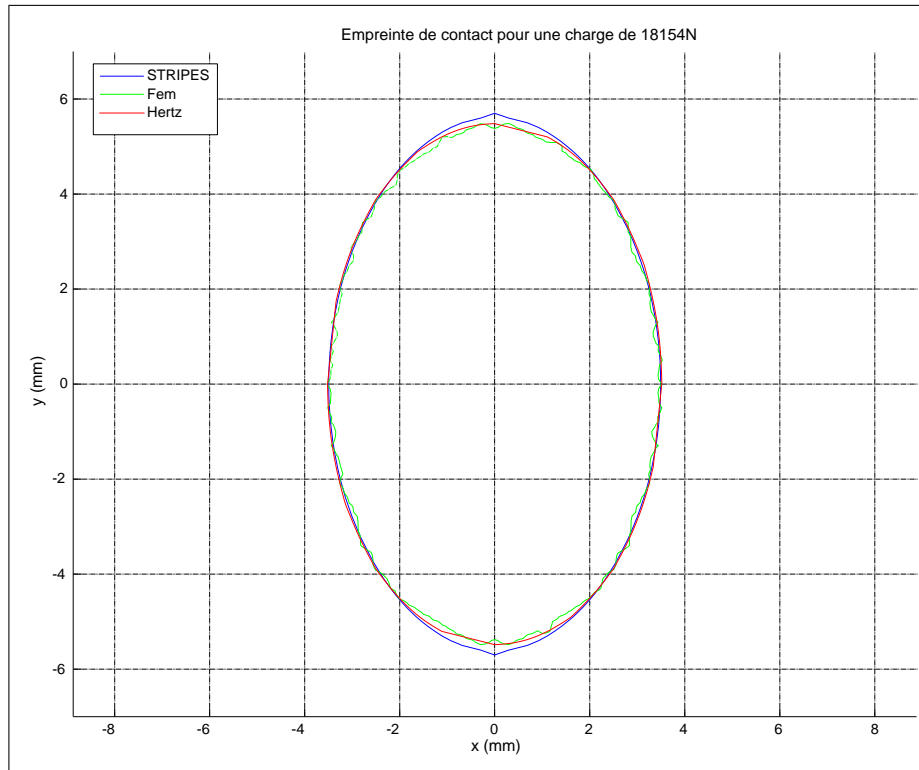


FIG. 2.33 – Validation de STRIPES, premier cas, empreinte sous  $18\text{kN}$

La loi d’effort-rapprochement Hertzien (figure 2.35, page 83) liant la charge au rapprochement Hertzien est moins convaincante, les trois méthodes donnent des résultats plutôt différents (de l’ordre de 17% d’écart). La divergence entre STRIPES et Hertz vers les  $20\text{kN}$  s’explique par le changement de courbure (que la théorie de Hertz voit pas). La courbe du code éléments finis restant très en deçà des deux autres courbes, il semble que nous n’ayons pas maillé suffisamment de matière pour faire une mesure précise de rapprochement Hertzien<sup>28</sup>.

Dans ce premier cas, la répartition des charges (charge par bande) calculée par STRIPES présente un écart maximum de 0.4% avec le calcul éléments finis (figure 2.36, page 84) ce qui est une nette amélioration par rapport à la modélisation Hertzienne. Par conséquent sous la réserve que la loi d’effort-déplacement puisse être validée sur les cas suivants, il apparaît que STRIPES permet de prendre en compte précisément les variations de courbure des profils.

<sup>28</sup> Cette hypothèse est confirmée car on constate que le gradient de déformation en haut du solide « roue » n’est pas nul.

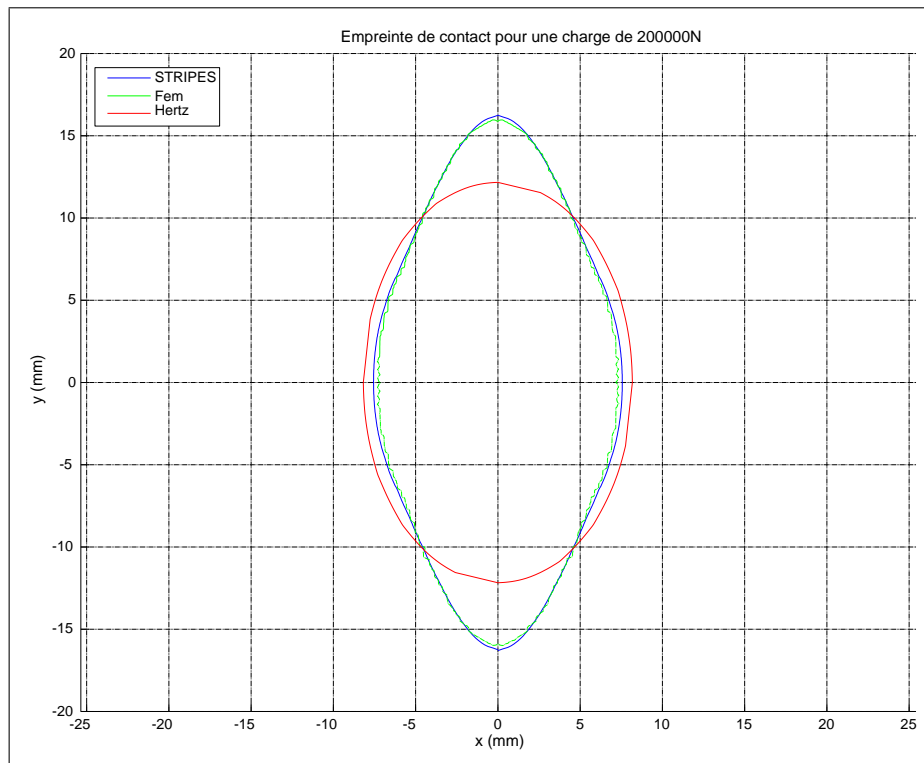


FIG. 2.34 – Validation de STRIPES, premier cas, empreinte sous  $200kN$

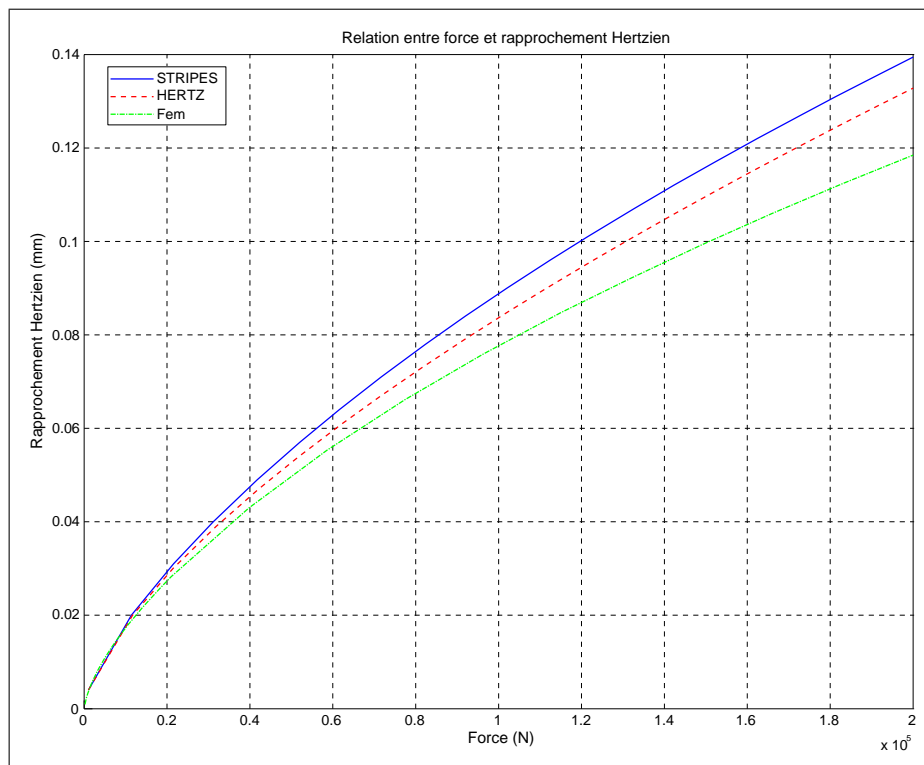


FIG. 2.35 – Validation de STRIPES, premier cas, effort-déplacement

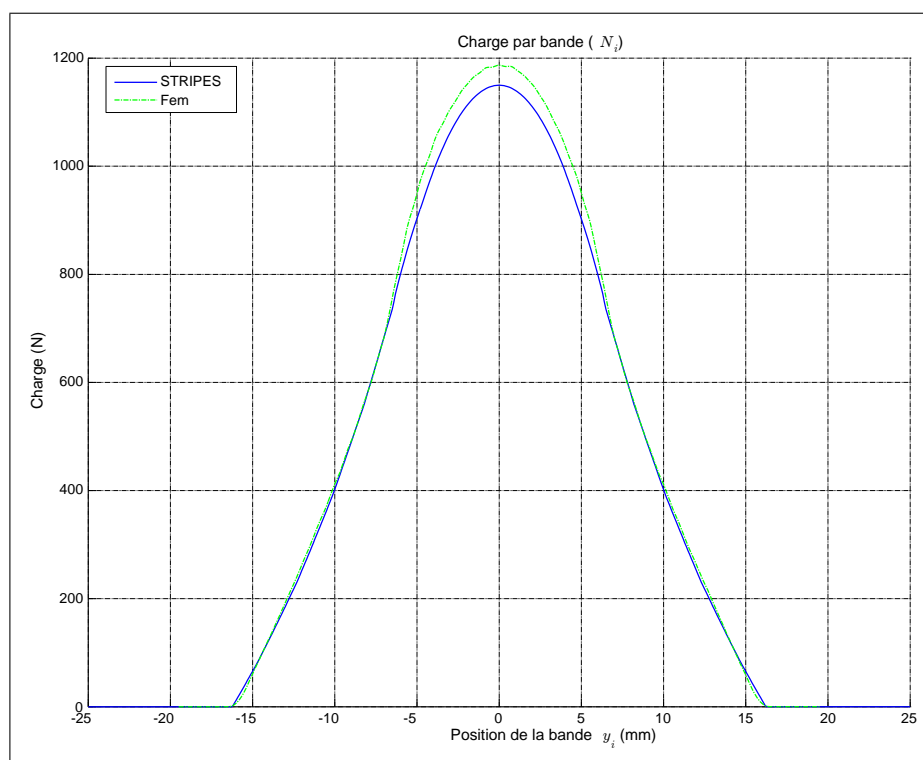


FIG. 2.36 – Validation de STRIPES, premier cas, répartition des charges



### Validation sur un cas de contact conforme

Dans ce cas nous considérons un profil de roue simple : plate entre  $-10\text{mm}$  et  $+10\text{mm}$  puis un rayon de courbure de  $300\text{mm}$  (figure 2.37, page 85).

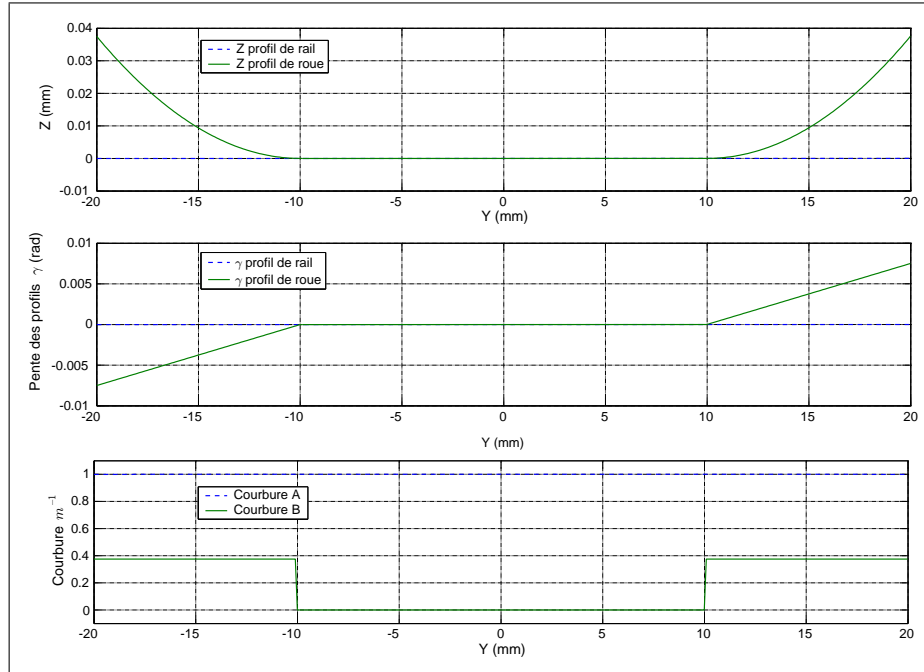


FIG. 2.37 – Validation de STRIPES, deuxième profil

Le contact est conforme c'est à dire que l'empreinte de contact n'est pas calculable par la théorie de Hertz (parce que au repos le contact n'est pas un point mais une droite), il est possible d'estimer cette empreinte avec STRIPES, une régularisation sur  $B$  étant appliquée (section 2.3.3, page 78). Les empreintes calculées par le logiciel éléments finis et STRIPES sont à 7.5% près similaires (figure 2.38, page 86). Les lois d'effort-rapprochement Hertzien sont conformes (3% figure 2.39, page 86) et la répartition des charges par bandes est plutôt bonne compte tenue des différences sur l'empreinte (7.5% figure 2.40, page 87)

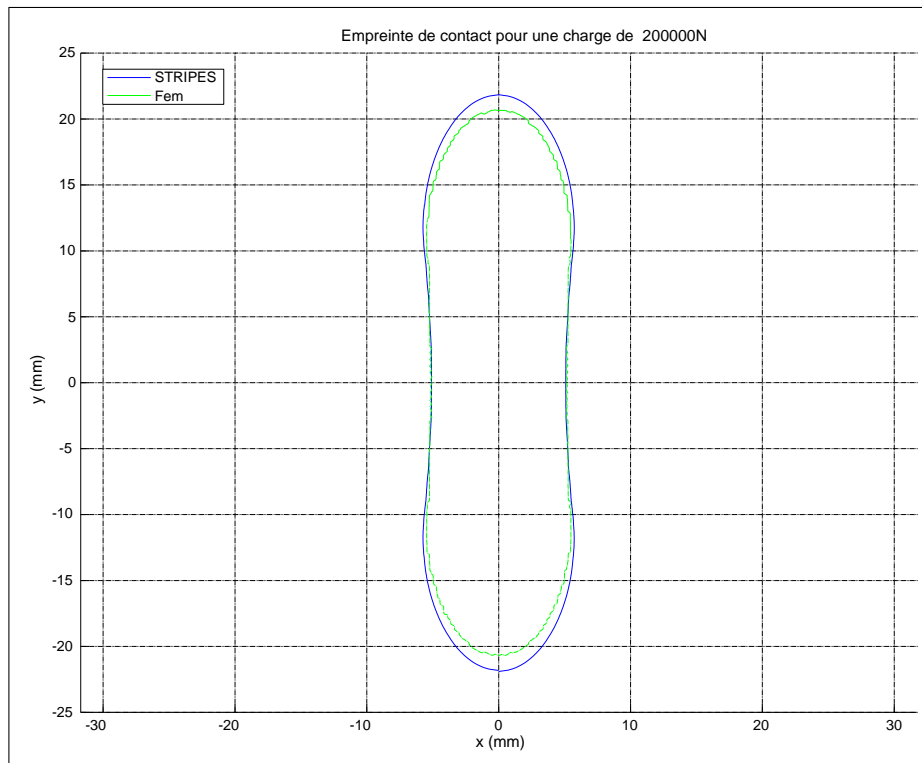


FIG. 2.38 – Validation de STRIPES, deuxième cas, empreinte sous  $200kN$

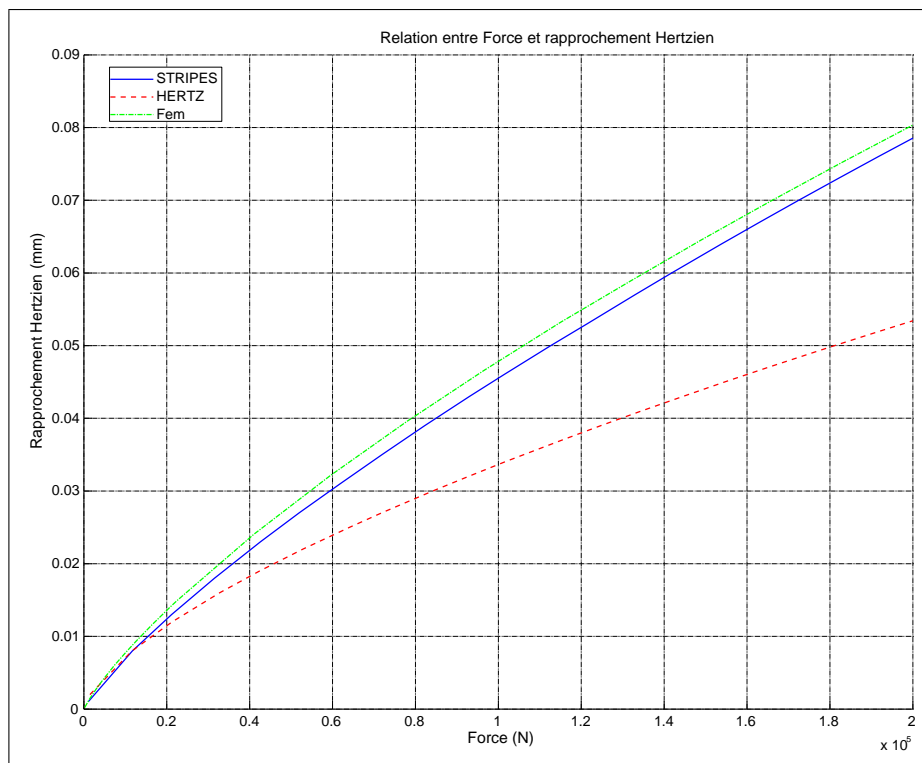


FIG. 2.39 – Validation de STRIPES, deuxième cas, effort-déplacement

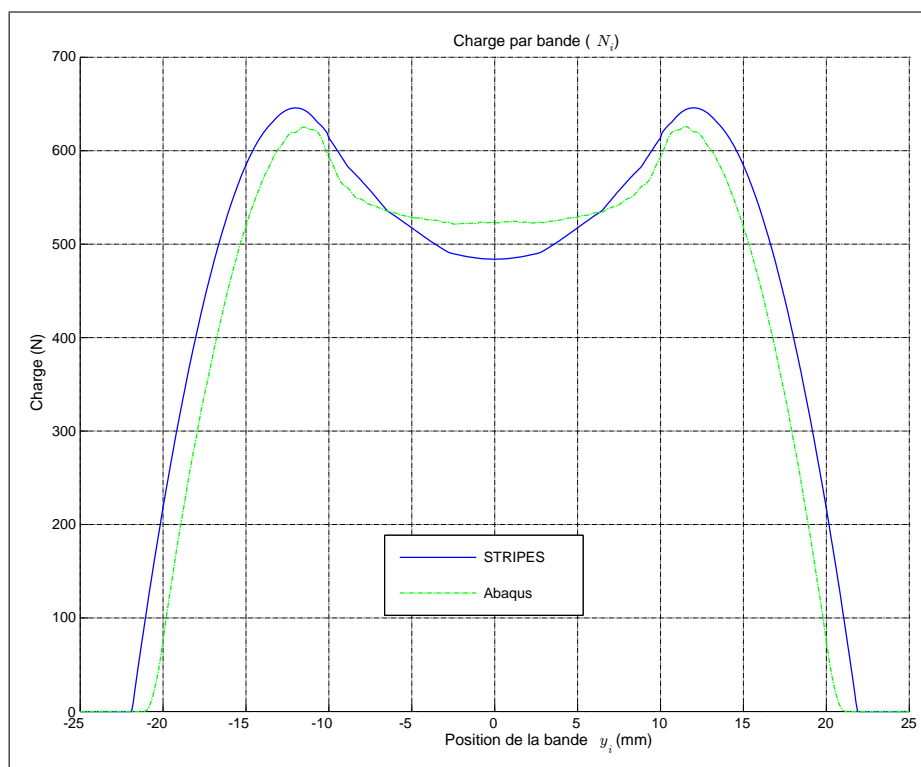


FIG. 2.40 – Validation de STRIPES, deuxième cas, répartition des charges

### Validation sur un cas de recouvrement d'ellipses de contact

Dans ce cas nous considérons un profil de roue qui permet deux zones de contact en  $y = -10\text{mm}$  et  $y = +10\text{mm}$  avec des courbures de  $0.375\text{m}^{-1}$  (convexe) reliées par une courbure de  $-0.25\text{m}^{-1}$  (concave) (figure 2.41, page 88)

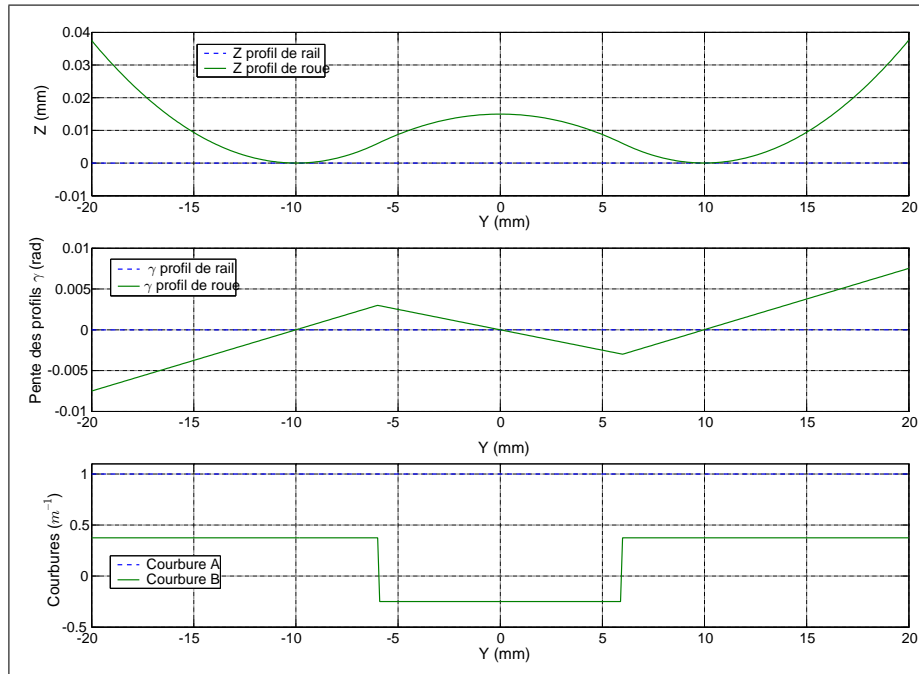


FIG. 2.41 – Validation de STRIPES, troisième profil

Trois cas de charges ont été observés. Une charge où le problème reste quasiment dans le cadre des hypothèses de Hertz ( $23\text{kN}$  figure 2.42, page 89). Puis les zones de contact se rejoignent alors que la théorie de Hertz ne voit pas le changement de courbure et donc calcule deux zones de contact distinctes ( $37\text{kN}$  figure 2.43, page 90). Enfin pour la charge de  $200\text{kN}$  les zones calculées par la théorie de Hertz se chevauchent alors que les méthodes éléments finis et STRIPES ne calculent qu'une seule empreinte de contact (figure 2.44, page 90). Sur les trois figures, les empreintes calculées par éléments finis ou par STRIPES correspondent quasi-parfaitement.

Les lois effort globale-rapprochement Hertzien sont très proches (figure 2.45, page 91) toutefois la répartition des charges par bandes présente 16% d'écart entre le code éléments finis et STRIPES (figure 2.46, page 91).

### Conclusion sur le calcul d'empreinte par la méthode par bande

Les calculs d'empreintes réalisés par STRIPES sont très précis dans le cas Hertzien (La méthode est conçue pour que ce soit le cas) et dans les cas non-Hertzien elle présente, des résultats précis comparés à une méthode éléments finis (erreur inférieure à 20%). Une telle erreur est acceptable sachant que dans ces cas là, on ne peut pas faire un calcul Hertzien dans la mesure où les hypothèses de Hertz ne sont pas respectées. Le temps de calcul très faible (de

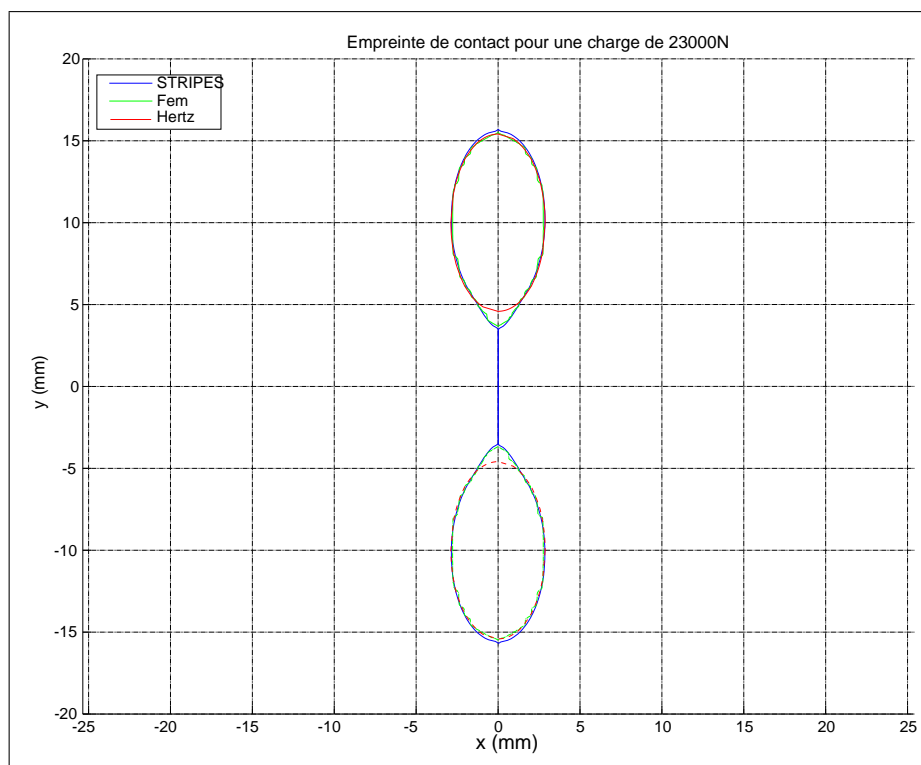


FIG. 2.42 – Validation de STRIPES, troisième cas, empreinte sous  $23kN$

l'ordre du centième de seconde en comparaison de quelques heures pour le calcul en éléments finis) nous permet d'utiliser cette méthode pour des calculs de dynamique ferroviaire.

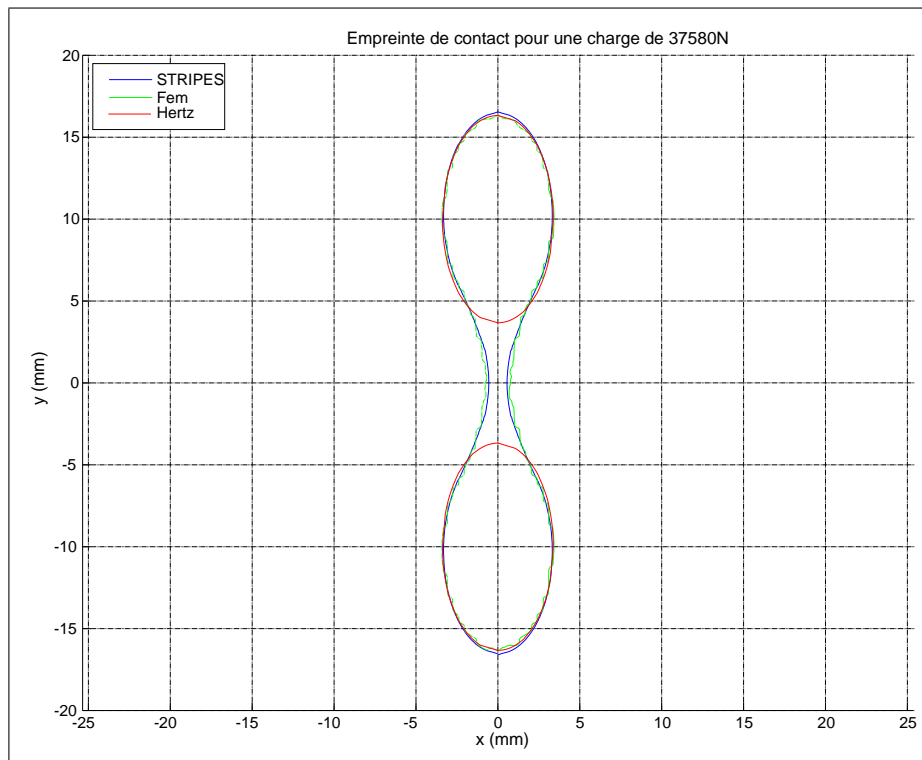


FIG. 2.43 – Validation de STRIPES, troisième cas, empreinte sous  $37kN$

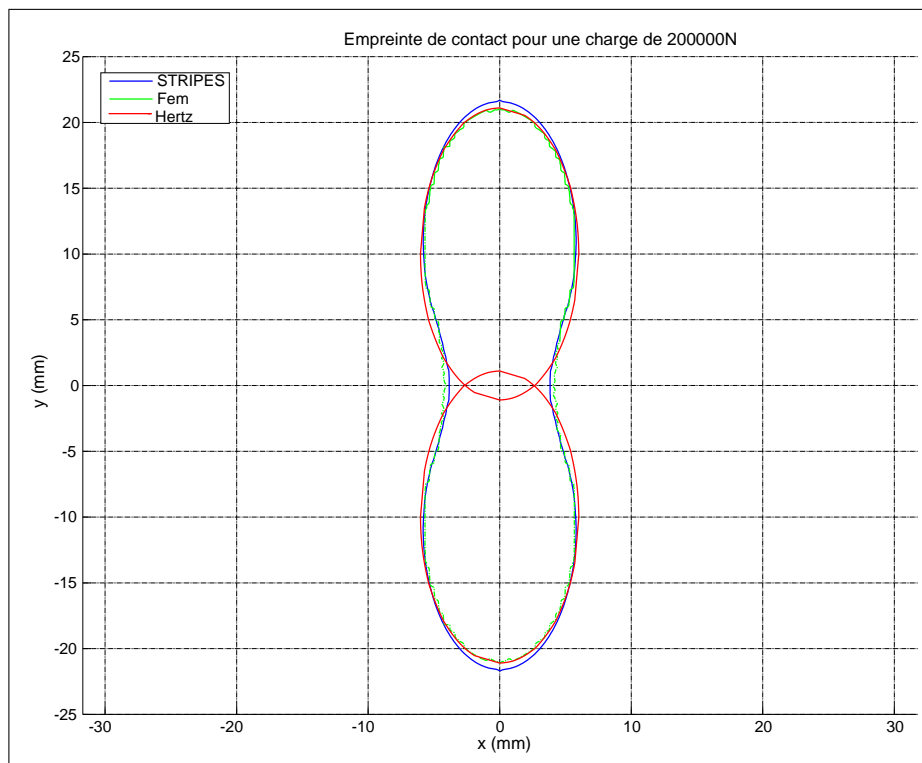


FIG. 2.44 – Validation de STRIPES, troisième cas, empreinte sous  $200kN$

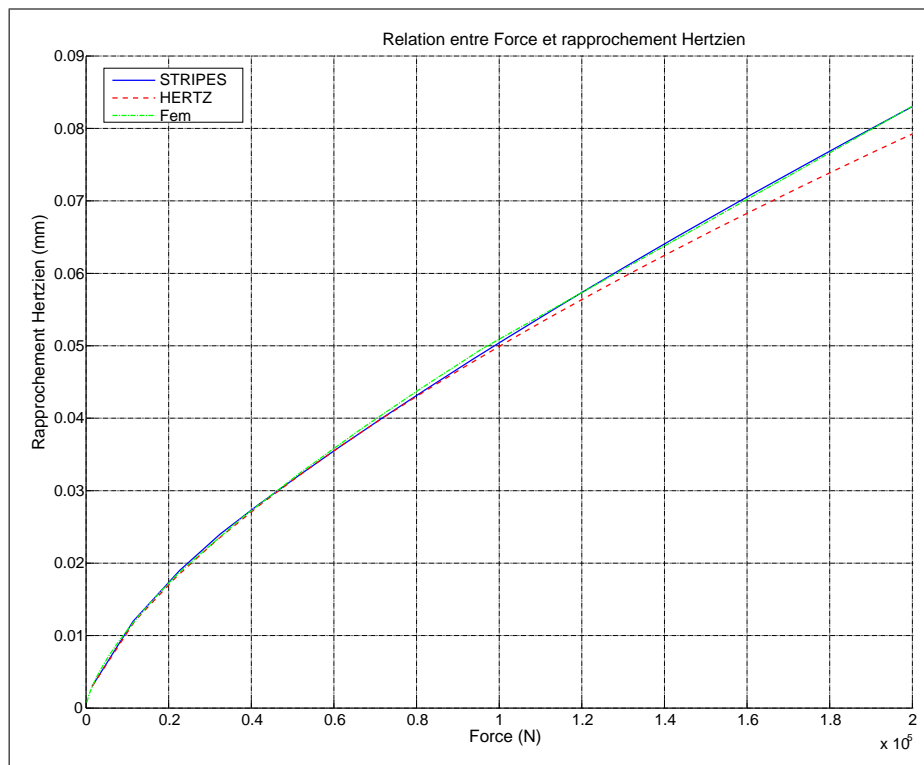


FIG. 2.45 – Validation de STRIPES, troisième cas, effort-déplacement

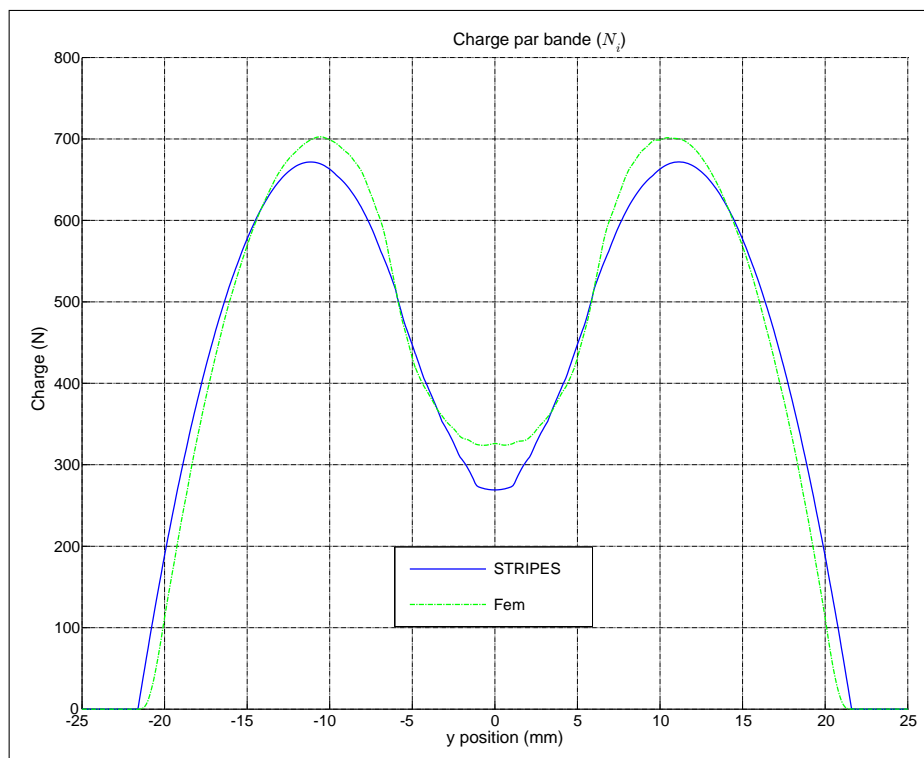


FIG. 2.46 – Validation de STRIPES, troisième cas, répartition des charges

### 2.4.2 Application aux calculs en dynamique ferroviaire

L'apport d'une modélisation semi-Hertzienne sur les calculs en dynamique ferroviaire n'est pas évident, pour pouvoir le souligner, nous allons présenter différents cas de calcul de réponse d'une motrice TGV-Duplex vis à vis d'un effort « représentatif d'une rafale de vent<sup>29</sup> » (figure 2.47, page 92)

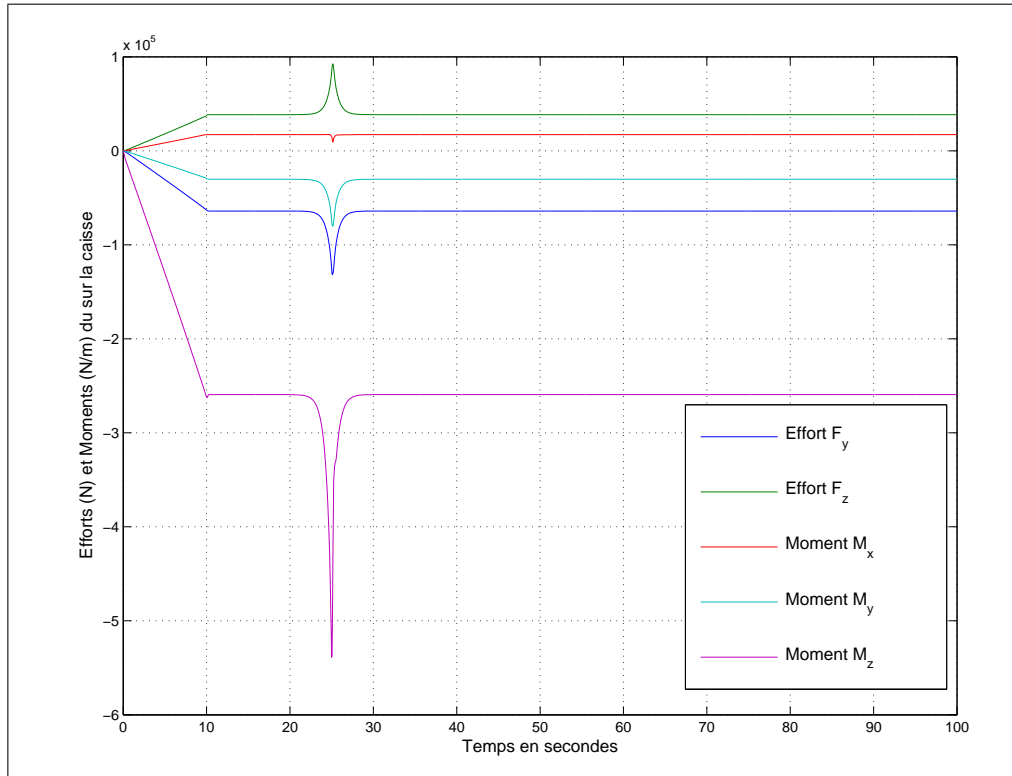


FIG. 2.47 – Torseur d'effort représentatif du vent appliqué au centre de gravité de la caisse

Pour le premier calcul nous ne considérons aucun effort tangent, et nous faisons un calcul Hertzien et un calcul par bande. Pour pouvoir faire le calcul Hertzien, il faut « cacher » la zone de contact conforme, sinon le problème est trop irrégulier pour que les algorithmes d'intégration convergent avec précision. Regardons alors le ballant des deux premiers essieux de la motrice (figure 2.48, page 93), l'écart entre les deux calculs est quasiment négligeable (entre 2% et 3%)

Le second calcul est fait en calculant les glissements par la méthode FASTSIM (le calcul le plus précis des efforts tangents), cette fois les deux calculs présentent des différences plus importantes (entre 12% et 8% (figure 2.49, page 94). La méthode de calcul des efforts tangents d'Ayasse (section 2.3.3, page 79) donne des résultats satisfaisant, (localement 8% et globalement 1% d'erreur par rapport à FASTSIM, figure 2.50, page 94), il pourrait être utile de retravailler les formulations. Toutefois il est important de regarder le lacet de bogie que provoquent ces ballants d'essieu (figure 2.51, page 95) les différences sont beaucoup plus marquées car les erreurs sur les ballants d'essieu ne se compensent pas forcément. Ainsi

<sup>29</sup>Chapeau Chinois, incidence 90°, Vitesse de vent 15 m/s, rafale glissante.



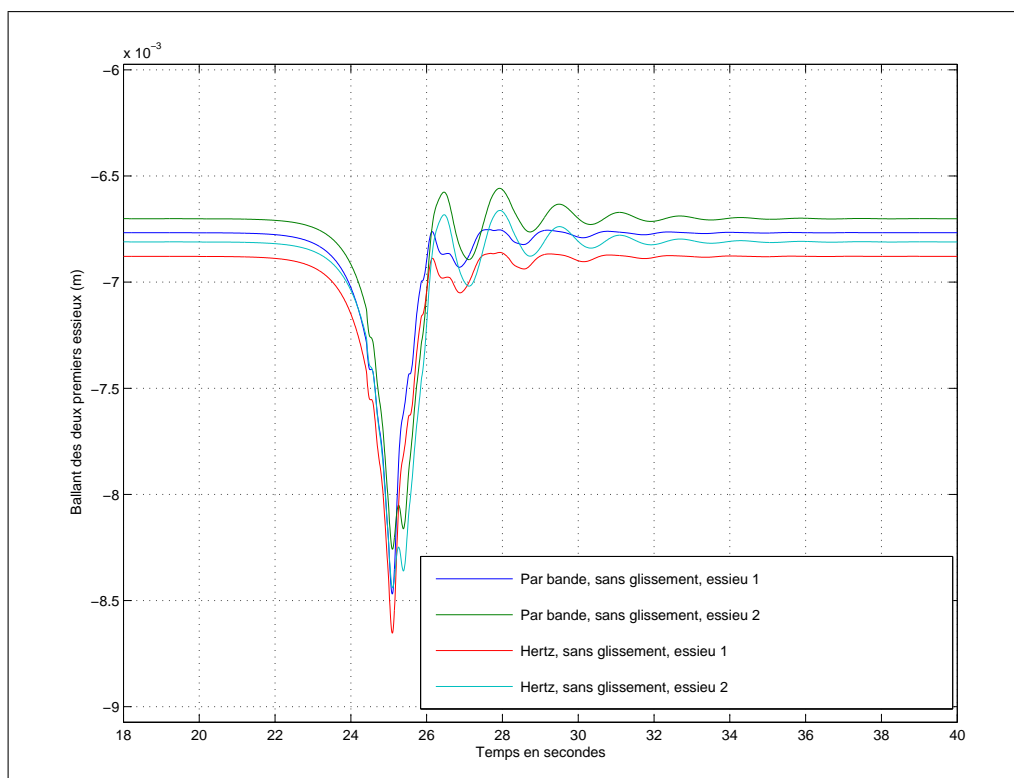


FIG. 2.48 – Ballant des deux premiers essieux : pas de glissement

entre la méthode par bande et le calcul Hertzien on trouve un écart maximum de 84% (25% globalement) et entre le calcul des efforts tangent par la méthode d'Ayasse et la méthode FASTSIM, on trouve (malgré un pic à 54%) un écart dans les 1%.

Enfin à titre de comparaison, les calculs faits avec Vampire donnent des résultats plutôt cohérents<sup>30</sup> : on observe un écart de 6% sur les positions statiques après la rafale (figure 2.52, page 95). Toutefois si l'on regarde avant la rafale, les réponses des deux codes sont très différentes, Vampire n'est pas stable peut être parce qu'il ne voit pas le bi-contact pour la roue gauche du deuxième essieu (figure 2.53, page 96). Notons que pour une vitesse de vent légèrement différente ce phénomène n'apparaît pas (figure 2.54, page 96).

Enfin le transitoire de mise en contact au boudin est très bruité sous vampire (figure 2.55, page 97), après vérification auprès de l'INRETS un tel phénomène n'apparaît ni avec CRR ni avec VOCOLIN, quels que soient les paramètres de calculs<sup>31</sup>.

<sup>30</sup>En tenant compte du fait que Vampire est un code mono Hertzien.

<sup>31</sup>On peut penser que le fait de ne pas considérer la rotation de l'essieu comme un degré de liberté à part entière déstabilise Vampire sur des transitoires où les roues sont déplacées brutalement vers l'extérieur.

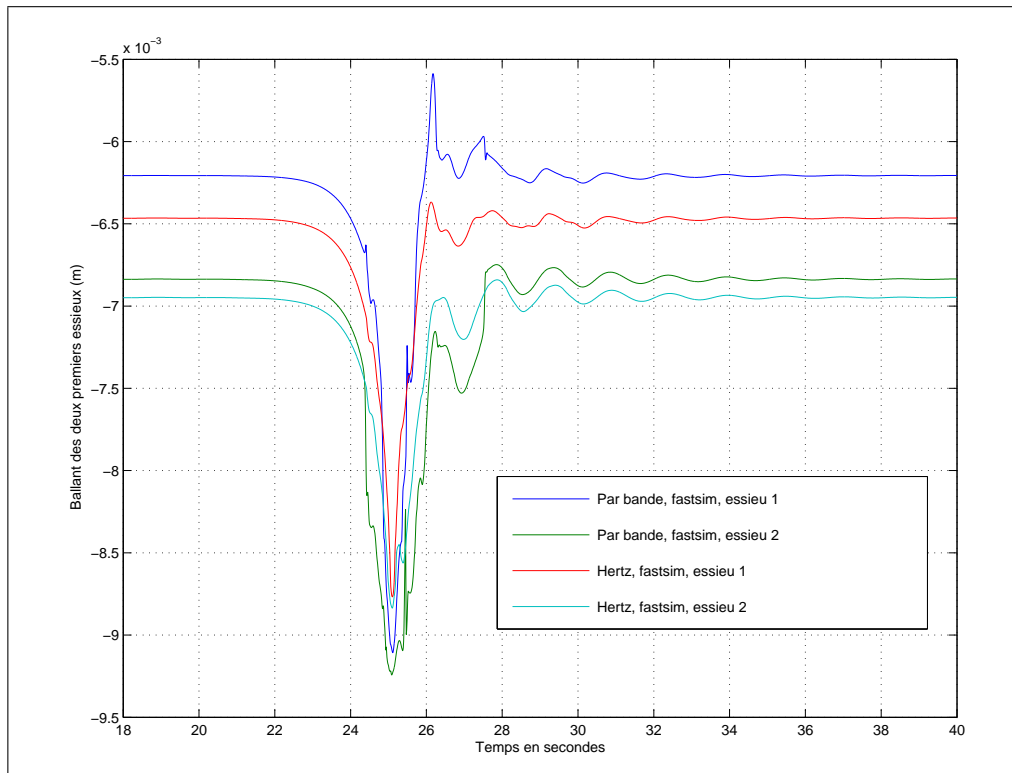


FIG. 2.49 – Ballant des deux premiers essieux : calcul des glissement par FASTSIM

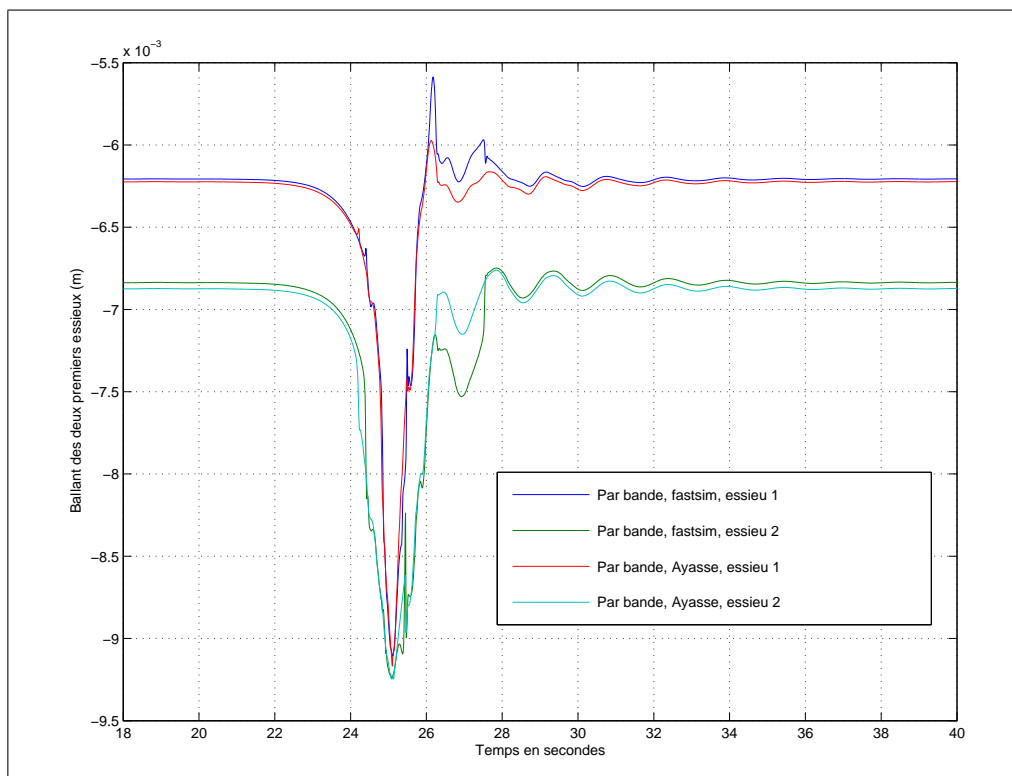


FIG. 2.50 – Ballant des deux premiers essieux : calcul des glissements par FASTSIM et par la méthode d'Ayasse

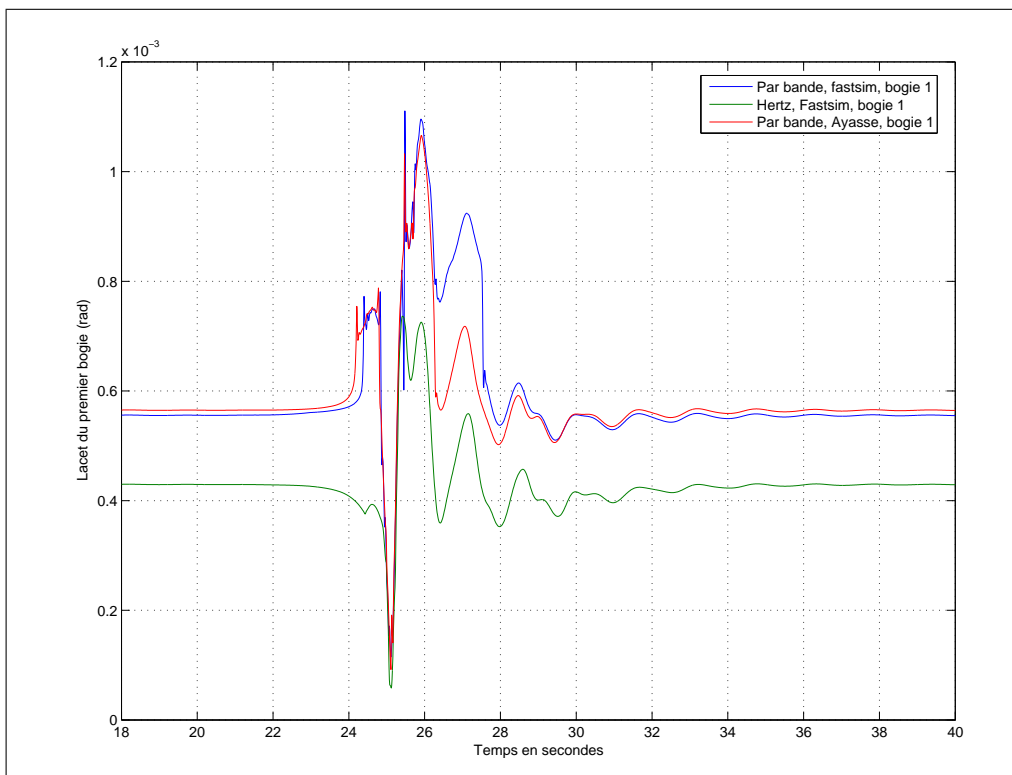


FIG. 2.51 – Lacet du premier bogie

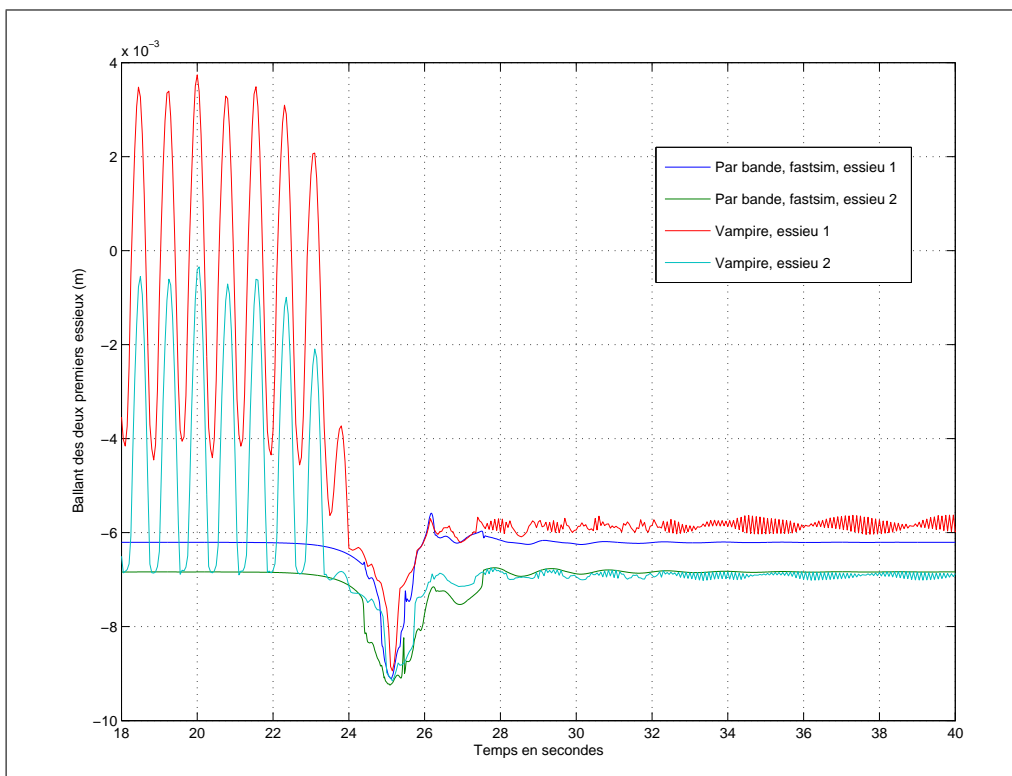


FIG. 2.52 – Comparaison avec vampire

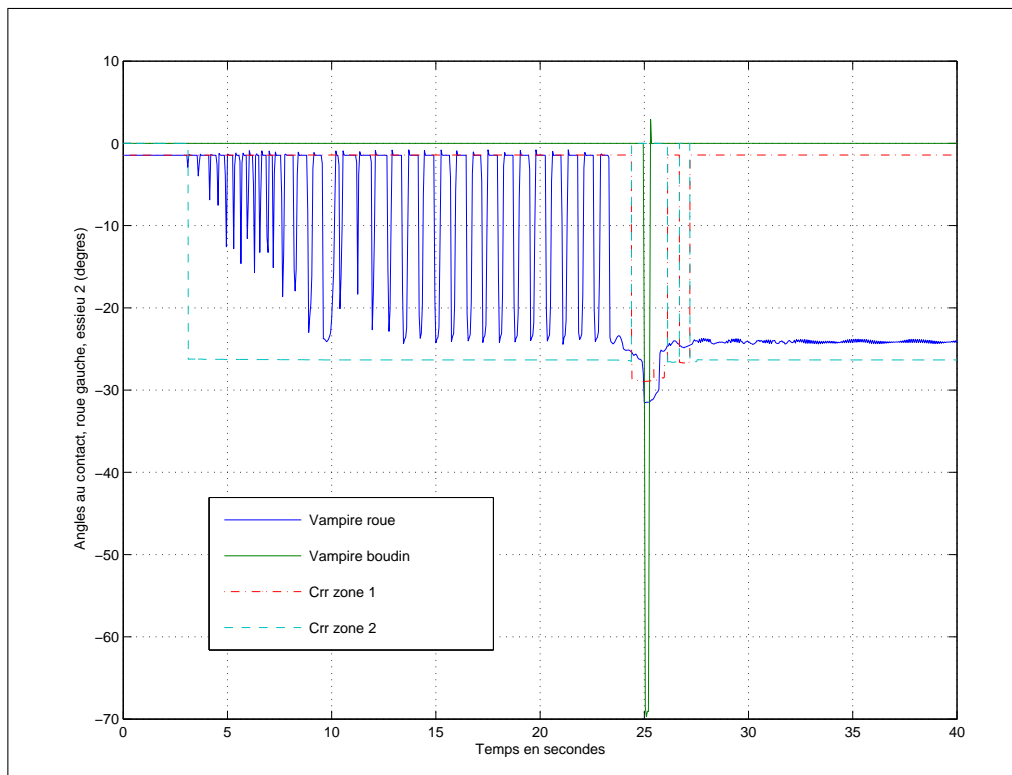


FIG. 2.53 – Angles au contact de la roue gauche du deuxième essieu pour vampire et CRR

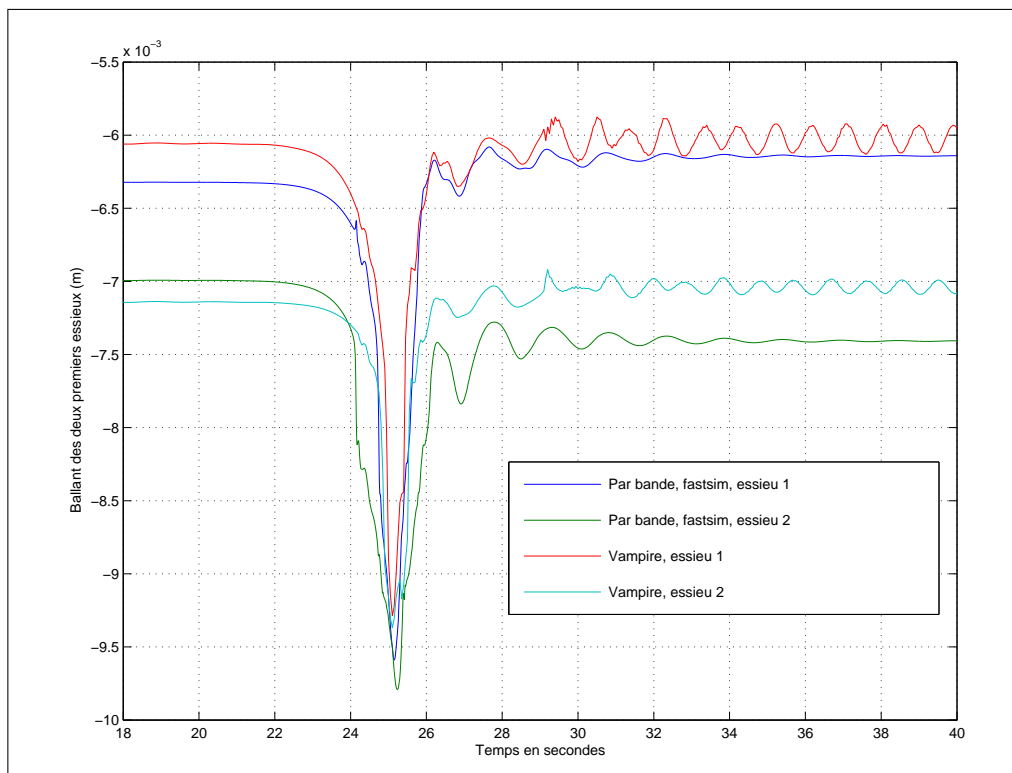


FIG. 2.54 – Comparaison avec vampire (Vitesse vent 16 m/s)

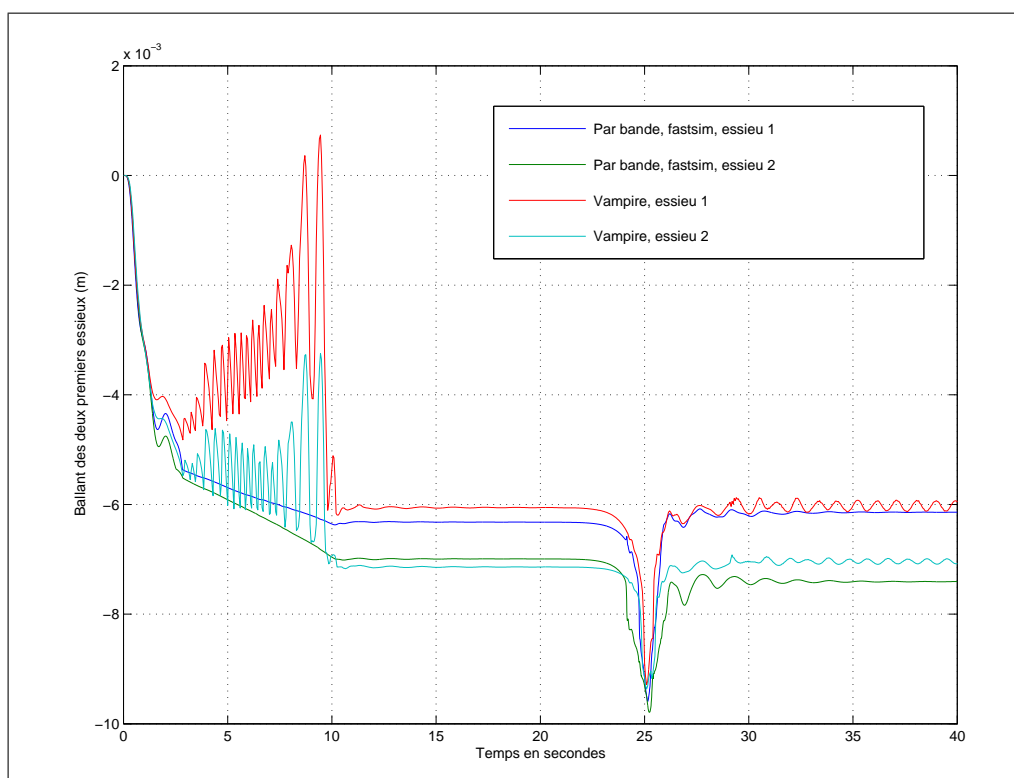
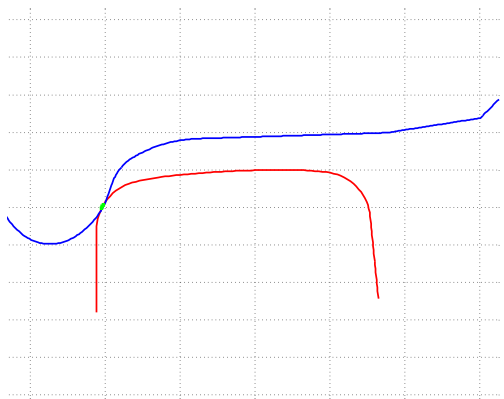
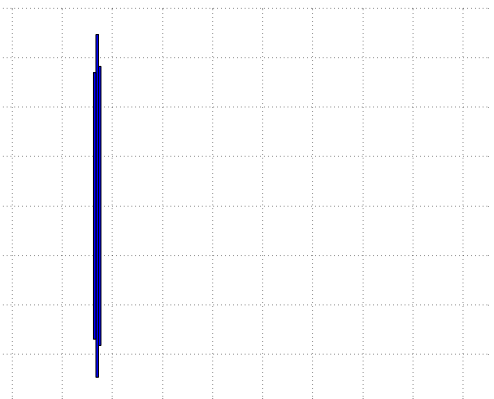
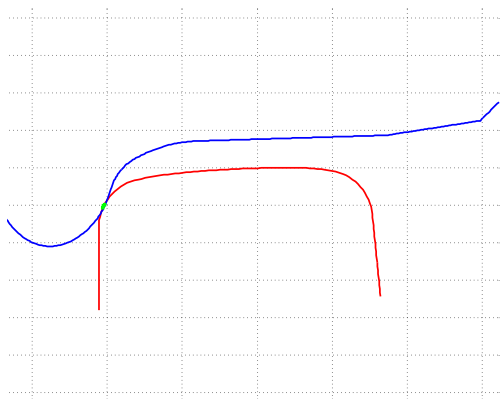
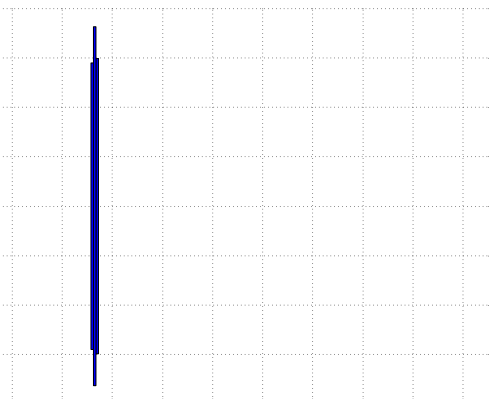
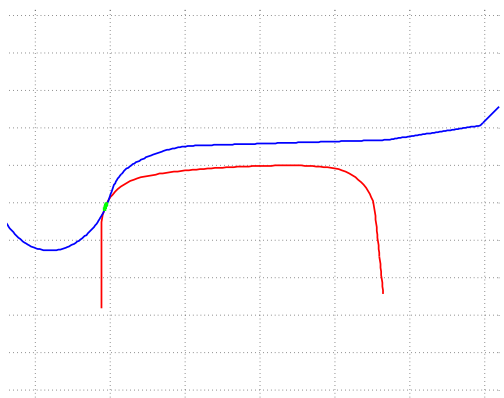
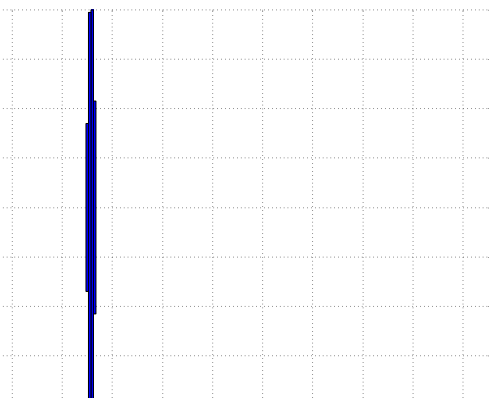
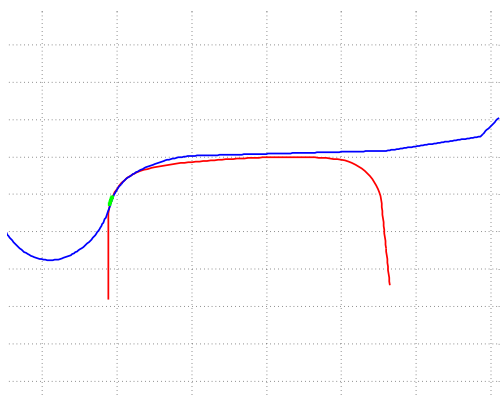
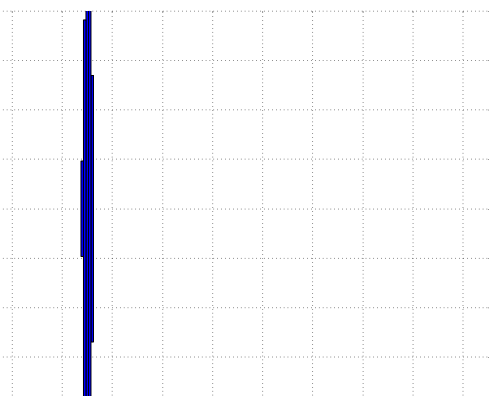


FIG. 2.55 – Comparaison avec vampire transitoire de contact au boudin

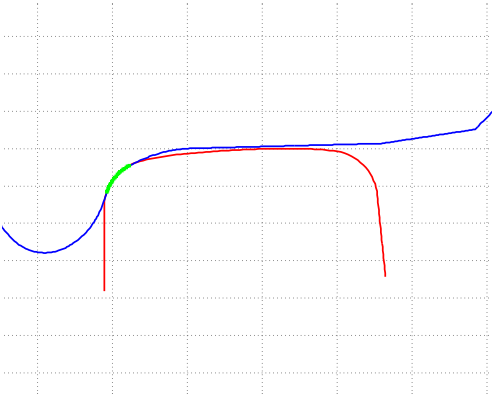
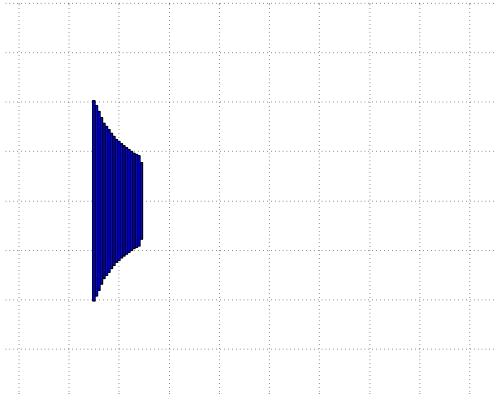
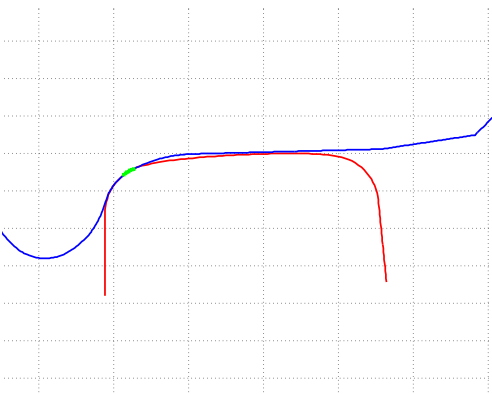
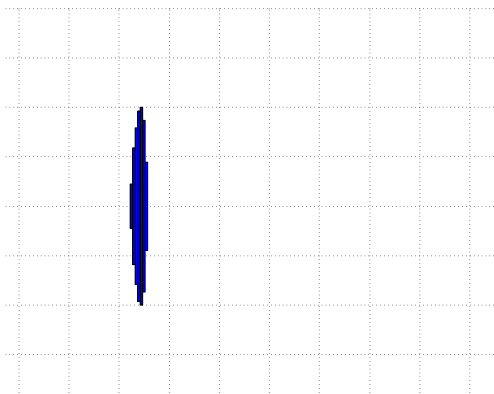
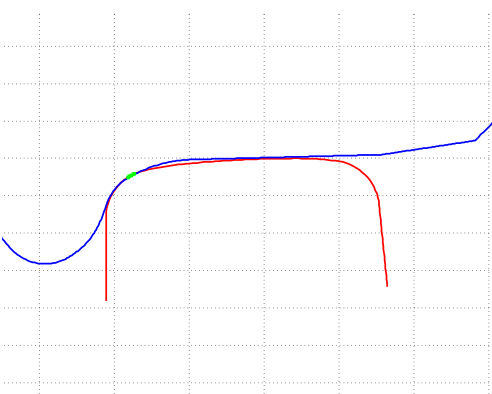
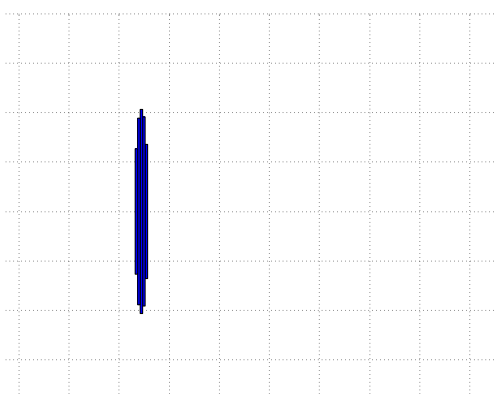
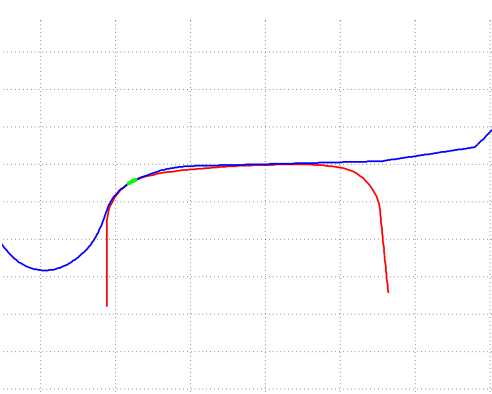
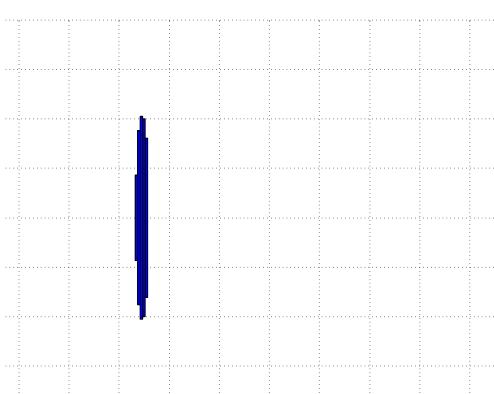
## Conclusion : calcul de zones de contact

Pour conclure les tableaux 2.1 (page 99), 2.2 (page 100) et 2.3 (page 101) présentent les empreintes de contact de la roue droite d'un essieu (sous une charge de 17 tonnes) lors de la transition entre la table de contact et le boudin. Constatons que des zones de contact multiples et non Hertziennes interviennent lors de cette transition. L'influence d'une modélisation fine du contact roue-rail se verra donc lorsque le véhicule sera en condition limite (par exemple dans les cas de déraillement et de renversement).

Dans ce chapitre nous avons présenté les méthodes de calcul du contact roue rail en dynamique ferroviaire et proposé une méthode de substitution plus précise que la formulation Hertzienne mais néanmoins suffisamment rapide pour être utilisée (même si des travaux restent à faire pour accélérer les calculs). Les travaux de la thèse ont porté sur la validation de la modélisation du problème normal par bande à travers des codes éléments finis, et sur la programmation de cette méthode en prenant en compte des roulis important d'essieu. Enfin (ce que nous développerons dans le chapitre suivant) nous avons travailler sur l'intégration de cette méthode dans un code de dynamique ferroviaire.

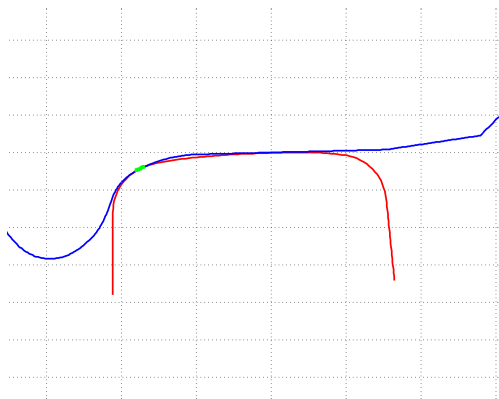
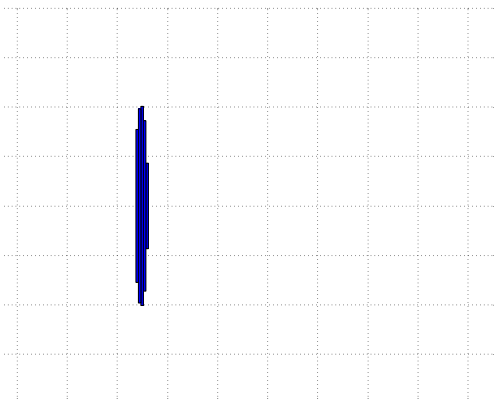
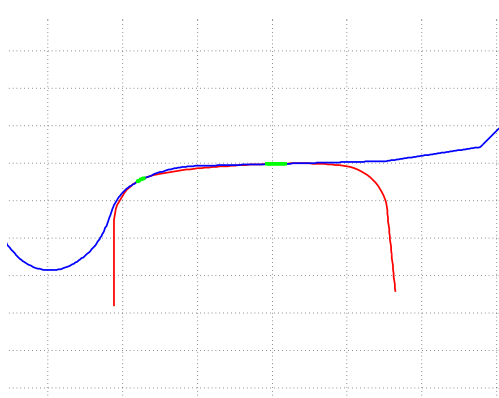
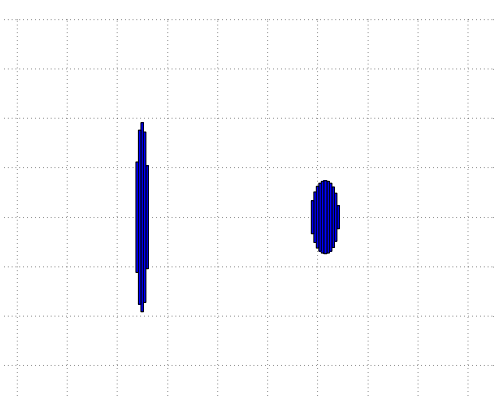
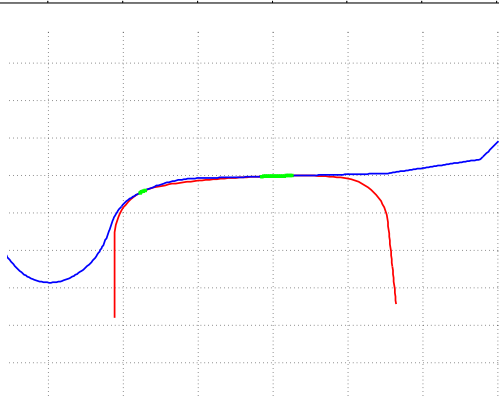
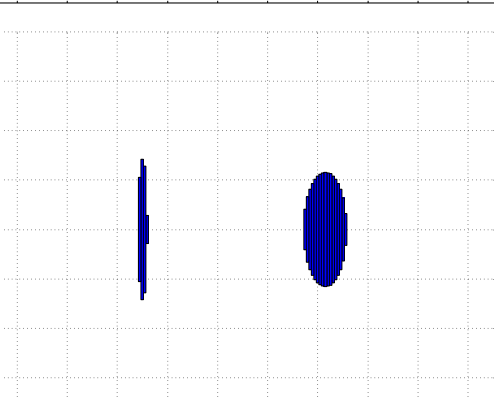
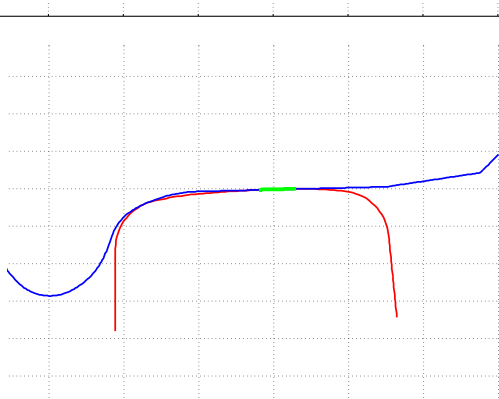
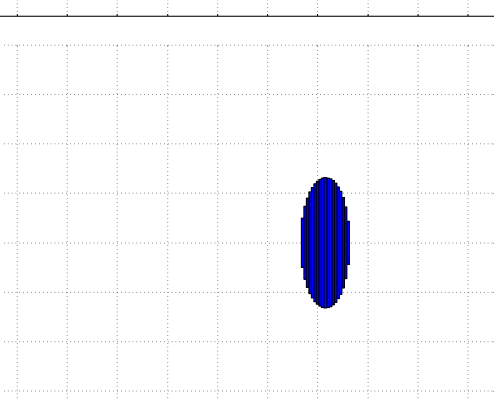
Ballant	Localisation du contact	Empreinte de contact
7.3 mm		
7.1 mm		
6.9 mm		
6.7 mm		

TAB. 2.1 – Empreintes de contact en fonction du ballant d'essieu 1/3

Ballant	Localisation du contact	Empreinte de contact
6.5 mm		
6.3 mm		
6.1 mm		
5.9 mm		

TAB. 2.2 – Empreintes de contact en fonction du ballant d'essieu 2/3



Ballant	Localisation du contact	Empreinte de contact
5.7 mm		
5.5 mm		
5.3 mm		
5.1 mm		

TAB. 2.3 – Empreintes de contact en fonction du ballant d'essieu 3/3



# Références

- [1] D.J. Thompson. *Wheel/Rail noise : Theoretical modelling of the generation of vibration*. PhD thesis, University of Southampton, 1990.
- [2] P.J. Remington. Wheel/rail noise : Validation of the theory. *JASA*, volume n° 81 :1824–1832, 1987.
- [3] B. Soua. *Etude de l'Usure et de l'endommagement du roulement ferroviaire avec des modèles d'essieux Non-Rigides*. PhD thesis, Ecole nationale des ponts et Chaussées, 1997.
- [4] J. Kalousek and E. Magel. Owri : Optimizing the wheel/rail system. *Railway track and structures (RT&S)*, page page 28, january année1997.
- [5] K. Dang Van, Z. Moumni, and N. Karart. Tache 2.3 caractérisation des gradients de propriété dans l'épaisseur du rail. Technical report, SNCF-I&R, 2001.
- [6] E. Magel. Optimizing wheel/rail profiles : A system perspective. In *Advanced Rail Management's rail/Wheel Interface Seminar*, May 1998. Chicago.
- [7] M. Godet, Y. Berthier, J. Lancaster, and L. Vincent. Wear modeling using fundamental understanding or practical experience. *Wear*, volume n°149 :page : 325–340, 1991.
- [8] M. Godet. The third body approach, a mechanical view of wear. *Wear*, volume n° 100 :437–452, 1984.
- [9] J.J. Kalker. Survey of wheel/rail rolling contact theory. *Vehicle System Dynamics*, volume n° 5 : : 317–358, 1979.
- [10] H. Hertz. Über die berührung fester elastischer körper and über die härtean. *J. für reine und angewandte Mathematik*, volume 92 :156–171, 1882.
- [11] J. Boussinesq. *Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques*. Librairie scientifique et technique Albert Blanchard, 1969.
- [12] K.L. Johnson. *Contact mechanics*. Cambridge, 1984.
- [13] H. Chollet. Contact semi hertzien. Technical report, INRETS-LTN, 2002. Rapport interne.
- [14] J. B. Ayasse and H. Chollet. Semi hertzian contact. *Vehicle System Dynamics*, 41, Mars 2005.
- [15] F.W. Carter. On the action of a locomotive driving wheel. *Proceedings of the Royal Society of London*, volume A112 :151–157, 1926.

- [16] J.J. Kalker. *Three-Dimensional elastic bodies in rolling contact*. KLUWER ACADEMIC PUBLISHER, 1990.
- [17] H. Fromm. Berechnung des schlupfes beim rollen deformierbarer scheiben. *Zeitschrift fur angewandte Mathematik und Mechanik*, volume n°7 :27–58, 1927.
- [18] M Chartet. La théorie statique du déraillement d’un essieu (première partie). *Revue générale des Chemins de Fer*, pages 365–386, 1950.
- [19] K.L. Johnson. The effect of spin upon the rolling motion of an elastic sphere upon a plane. *Journal of applied Mechanics*, volume n° 25 :332–338, 1958.
- [20] K.L. Johnson. The effect of a tangential contact upon the rolling motion of an elastic sphere upon a plane. *Journal of applied Mechanics*, volume n°25 :339–346, 1958.
- [21] J.J. Kalker. *On the rolling contact of two elastic bodies in the presence of dry friction*. PhD thesis, University of Delft, 1967.
- [22] J.J. Kalker. The transmission of forces and couple between two elastically similar rolling spheres. *Proceedings Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen*, volume n°B67 :135–177, 1964.
- [23] D.J. Haines and E. Ollerton. Contact stress distributions on elliptical contact surfaces subjected to radial and tangential forces. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, volume 177 :95–114, 1963.
- [24] D.J. Haines. Contact stress in flat elliptical surfaces which support radial and shearing forces. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, volume n°179, 1964.
- [25] P.J Vermeulen and K.J. Johnson. Contact of non spherical bodies transmitting tangential forces. *Journal of applied Mechanics*, volume n° 31 :338–340, 1964.
- [26] J.J. Kalker. On elastic line contact. *Journal of Applied Mechanics*, volume n°39 :1125–1132, 1972.
- [27] H. Chollet. Dynamique ferroviaire et contact en similitude. *Recherche Transport Sécurité*, volume 20 :39–46, 1989.
- [28] H. Chollet. *Etude en similitude mécanique des efforts tangents au contact roue rail*. PhD thesis, Université Paris 6, 1991.
- [29] T. OHYAMA. Some problems of the fundamental adhesion at higher speeds. *Quarterly report of the RTRI*, Volume 14 :Page 181, 1973.
- [30] J.J. Kalker. A fast algorithm for the simplified theory of rolling contact. *Vehicule Systeme Dynamics*, volume 11 :1–13, 1982.
- [31] J.J. Kalker. Numerical calculation of the elastic field in a half space. *Applied numerical methods*, volume 2 :page 401–410, 1986.
- [32] W. Kik and J. Piotrowsky. A fast approximate method to calculate normal load at contact between wheel and rail and creep forces during rolling. In *2nd mini-conference on contact mechanics and wear on rail/whell systems, Budapest*, July 1996.

- [33] W. Kik and J. Piotrowsky. The influence of spin on creep forces for non-flat contact area. *Vehicle System Dynamics*, Supplement 31 :158–177, 1999.
- [34] J. B. Ayasse, H. Chollet, and J.L. Maupu. *Paramètres caractéristiques du contact Roue-Rail*. Number 225. INREST-LTN, Janvier 2000. ISBN 0768-9756.
- [35] X. Quost and M. Sebes. Assessment of a semi hertzian method for determination of wheel rail contact patch. *Vehicule Sytème Dynamics*, to be published. To be published.



# Chapitre 3

## Réalisation d'un code de dynamique ferroviaire adapté au renversement : CRRv8

### Sommaire

---

<b>Introduction . . . . .</b>	<b>108</b>
<b>3.1 Couplage Contact-Dynamique . . . . .</b>	<b>108</b>
3.1.1 Équations du contact de l'essieu et de la voie . . . . .	109
3.1.2 Méthode indirecte basée sur l'essieu. . . . .	114
3.1.3 Méthode indirecte basée sur les rails. . . . .	116
3.1.4 Méthode directe par indentation . . . . .	118
3.1.5 Méthode directe par voile de roue . . . . .	119
3.1.6 Conclusion sur l'intégration d'un noyau de contact roue-rail. . . . .	122
3.1.7 Fonctionnement du noyau contact de CRR . . . . .	122
<b>3.2 Dynamique ferroviaire en courbe . . . . .</b>	<b>125</b>
3.2.1 Repérage des solides . . . . .	125
3.2.2 Équations du mouvement d'un solide . . . . .	129
3.2.3 Fonctionnement de CRRv8 . . . . .	133
3.2.4 Conclusion . . . . .	134
<b>3.3 Interactions entre solides . . . . .</b>	<b>136</b>
3.3.1 Liaisons mono-directionnelles . . . . .	136
3.3.2 Liaisons tri-dimensionnelles . . . . .	140
3.3.3 Modélisation de la voie . . . . .	142
3.3.4 Conclusion sur la modélisation mécanique . . . . .	143
<b>3.4 Validation du code CRRv8. . . . .</b>	<b>144</b>
3.4.1 Modélisation du véhicule . . . . .	144
3.4.2 Premier cas test : calcul de la vitesse critique . . . . .	145
3.4.3 Deuxième cas test : défauts d'écartement . . . . .	147
3.4.4 Troisième cas : défaut de nivellement . . . . .	149
3.4.5 Quatrième cas : défaut de Dressage . . . . .	151
3.4.6 Conclusion sur la validation . . . . .	151
<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>154</b>
<b>Références . . . . .</b>	<b>155</b>

---

## Introduction

Dans la section 1.2.2 (page 21) nous abordions les problèmes de modélisation du renversement des véhicules ferroviaires, en précisant qu'il fallait porter attention à la modélisation du contact roue-rail (chapitre 2, page 48) mais aussi à celle des liaisons. Lors d'un renversement, les efforts transversaux et verticaux dans les liaisons sont du même ordre de grandeur et les angles de roulis entre solides ne sont plus négligeables. La simultanéité de ces deux événements impose un calcul de liaison précis, et par conséquent une écriture de la mécanique adaptée. Afin de modéliser le renversement, nous avons choisi de réécrire un code de dynamique ferroviaire qui supporte les grandes rotations et les grands déplacements.

La difficulté principale d'un tel code est l'interfaçage entre le noyau de contact roue-rail et la mécanique des solides. En effet, les caractéristiques intrinsèques du contact roue-rail imposent des pas d'intégration très faibles afin d'assurer la stabilité du schéma d'intégration et la précision nécessaire à la localisation des zones de contacts. Ceci explique que la plupart des codes de dynamique ferroviaire (à l'exclusion de MEDYNA (1) et de VOCOLIN (2) (3)) utilisent des modèles de contact simples pour réduire les coûts de calcul.

Dans ce chapitre, nous exposerons une stratégie d'écriture de la dynamique ferroviaire basée sur le tracé de la voie<sup>1</sup> et inspirée de travaux de Ayasse et Maupu (4). L'objet de cette réécriture du problème étant de fournir une équation différentielle du premier ordre à un algorithme d'intégration, nous nous appuierons sur le principe fondamental de la mécanique.

Ce chapitre se divise en quatre parties principales qui justifient les choix faits pour la conception de ce nouveau code de contact roue-rail (CRRv8). En premier lieu, nous présenterons différentes techniques d'interfaçage du contact roue-rail dans une modélisation mécanique. Dans un deuxième temps, nous traiterons de l'écriture de la dynamique en courbe dans le repère de la voie. La troisième section traite de la problématique d'écriture des lois d'effort-déplacement. Enfin, la quatrième section traite de l'écriture du modèle de motrice TGV-Duplex et de la validation du code sur quelques cas tests.

### 3.1 Couplage du contact roue-rail avec la dynamique ferroviaire

Les stratégies d'interfaçage entre le contact roue rail et la dynamique ferroviaire sont très nombreuses et diverses, probablement spécifiques à chaque code existant en fonction du problème initialement traité (usure, renversement, mécanique générale). Nous présenterons quatre approches, et nous distinguerons celles qui calculent les empreintes de contact pour

---

<sup>1</sup>Nous n'aborderons pas les problèmes de calculs en courbe dans cette thèse, toutefois il nous semblait utile, pour une éventuelle utilisation ultérieure, de prévoir cette fonctionnalité.



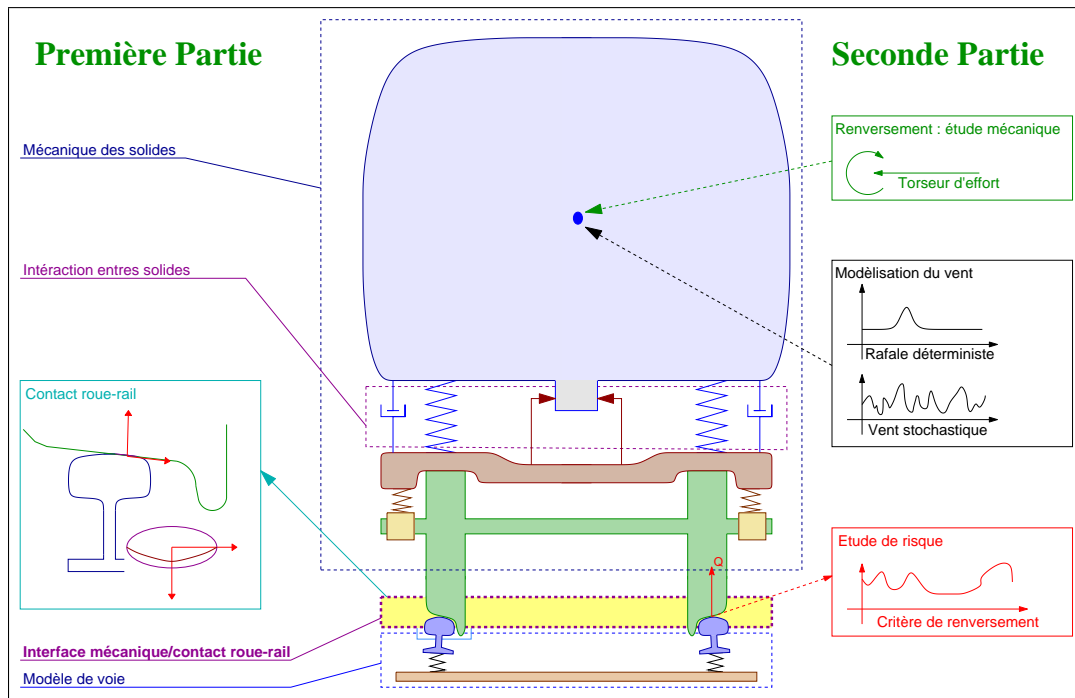


FIG. 3.1 – Fil conducteur de la thèse : interface mécanique/contact

calculer les efforts normaux (formulation directe) de celles qui calculent les efforts normaux puis les empreintes (formulation indirecte). En effet, calculer les empreintes de contact nécessite de calculer l'indentation hertzienne des solides dont l'ordre de grandeur est de  $0.1mm$  avec une précision de l'ordre du micron, ce qui est coûteux numériquement. Les codes utilisant une méthode indirecte esquivant le calcul de l'indentation, sont donc à priori plus rapides mais, ne pouvant pas calculer les zones de contacts multiples, ils sont moins précis dans certaines configurations que les codes utilisant une méthode directe.

Nous exposerons d'abord les équations qui régissent les trois principales briques qui participent à l'interfaçage entre le contact et la mécanique du solide : l'essieu, la voie et le contact. Nous exposerons leurs lois de comportement puis nous proposerons quatre agencement de ces blocs qui permettent tous de construire un code de dynamique ferroviaire. Enfin, nous discuterons de leurs avantages et inconvénients respectifs. Ne nous intéressant pas aux équations en elles-mêmes mais au fonctionnement des méthodes, nous n'explicitons pas les fonctions liant efforts et déplacements ou reliant les déplacements (ces sujets ont été abordés dans le chapitre 2 (page 48) ou seront abordés dans les sections suivantes 3.2 (page 125)).

### 3.1.1 Équations du contact de l'essieu et de la voie

Dans cette section, nous exposerons les lois de comportement des trois blocs : contact essieu et voie, pour ce faire nous décrivons d'abord le paramétrage général.

## Paramétrage général

Dans le cadre de ce paragraphe, nous considérons trois solides : l'essieu, le rail gauche et le rail droit et deux surfaces de référence : les roues gauche et droite. L'essieu est paramétré par son centre de gravité ( $G_e$ ), les rails par la position de leur sommet ( $P_{rg}$  et  $P_{rd}$ ), et les roues par un point du profil ( $P_{wg}$  et  $P_{wd}$ ). La position de  $G_e$  est donnée par six coordonnées (abscisse (avance) :  $x_e$ , ordonnée (ballant) :  $y_e$ , cote (pompage) :  $z_e$ , lacet :  $\alpha_e$ , roulis :  $\theta_e$  et tangage :  $\psi_e$ ). Celles de  $P_{rg}$ ,  $P_{rd}$  (pour le rail), et de  $P_{wg}$ ,  $P_{wd}$  (pour la roue) sont données par une ordonnée ( $y_{rg}$ ,  $y_{rd}$ ,  $y_{wg}$  et  $y_{wd}$ ) et une cote ( $z_{rg}$ ,  $z_{rd}$ ,  $z_{wg}$  et  $z_{wd}$ ).

L'essieu et les surfaces actives des roues sont liés par un système de ressort amortisseur correspondant aux souplesses horizontales et verticales de la roue. Les rails sont reliés au sol par le modèle de voie (système ressort-amortisseur). L'essieu reçoit des efforts<sup>2</sup> extérieurs  $\vec{F}_{ext \rightarrow e}$  enfin les efforts de contact entre roue et rail sont notés  $\vec{F}_{cg}$  et  $\vec{F}_{cd}$  (figure 3.2, page 110).

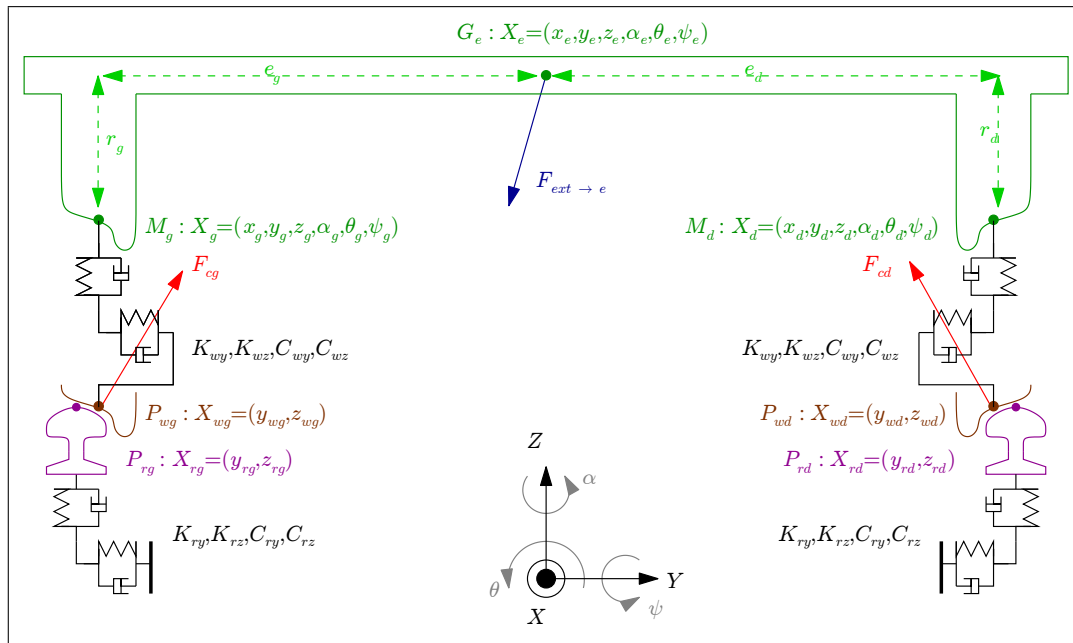


FIG. 3.2 – Inclusion du contact roue-rail : paramétrage

La paramétrage général étant établi, commençons par la loi de comportement des points de contact.

## Équation des points de contact

Considérons trois points  $M_g$ ,  $P_{wg}$  et  $P_{rg}$ .  $M_g$  est le point de référence de l'essieu, ses coordonnées se déduisent de celle de  $G_e$  (centre de gravité de l'essieu) par un mouvement de solide rigide.  $P_{wg}$  est le point de référence de la surface de la roue.  $P_{rg}$  est le point de référence

<sup>2</sup>Comprenant résultante et moments.

de la surface du rail. En règle générale, on considère les raideurs  $K_{wy}$  et  $K_{wz}$  comme infinies et par conséquent  $X_{wg} = X_g$ ,  $\dot{X}_{wg} = \dot{X}_g$ ,  $X_{wd} = X_d$  et  $\dot{X}_{wd} = \dot{X}_d$

Toutefois dans certains cas, on libère les degrés de liberté  $y_{wg}, z_{wg}$  et  $y_{wd}, z_{wd}$  pour tenir compte de la souplesse du « voile de roue »<sup>3</sup>. Dans ce cas, les coordonnées des points  $P_{wg}$  et  $P_{wd}$  répondent aux équations :

$$\begin{cases} C_{wy} (\dot{y}_g - \dot{y}_{wg}) = K_{wy} (y_{wg} - y_g) + (\vec{F}_{tg} + \vec{N}_g) \cdot \vec{Y} \\ C_{wz} (\dot{z}_g - \dot{z}_{wg}) = K_{wz} (z_{wg} - z_g) + (\vec{F}_{tg} + \vec{N}_g) \cdot \vec{Z} \\ C_{wy} (\dot{y}_d - \dot{y}_{wd}) = K_{wy} (y_{wd} - y_d) + (\vec{F}_{td} + \vec{N}_d) \cdot \vec{Y} \\ C_{wz} (\dot{z}_d - \dot{z}_{wd}) = K_{wz} (z_{wd} - z_d) + (\vec{F}_{td} + \vec{N}_d) \cdot \vec{Z} \end{cases} \quad (3.1)$$

Dans ces équations, les efforts de contact apparaissent sous la forme de  $N_g$ ,  $N_d$ ,  $F_{tg}$  et  $F_{td}$ . Pour exprimer ces efforts, il est nécessaire d'utiliser des lois de contact roue-rail (comme les lois Hertziennes ou Semi-Hertziennes développées précédemment). Nous distinguons deux cas, le cas du mono-contact et le cas du multi-contact.

### Équations du mono-contact

Nous distinguons deux équations<sup>4</sup> de contact : l'équation des efforts normaux et l'équation des efforts tangents. Dans le cas du contact roue-rail, les paramètres de contact dépendent de la position relative de la roue par rapport au rail. En admettant que les positions relatives des solides soient équivalentes à celles des profils<sup>5</sup>, on peut adopter un paramétrage réduit :  $\delta y_g = y_{wg} - y_{rg}$ ,  $\delta z_g = z_{wg} - z_{rg}$ ,  $\delta \theta_g = \theta_{wg} - \theta_{rg}$ . L'effort normal ne dépend plus que de ces trois paramètres :

$$\begin{cases} \vec{N}_g = \vec{f}_{n,g}(\delta y_g, \delta z_g, \delta \theta_g) \\ \vec{N}_d = \vec{f}_{n,d}(\delta y_d, \delta z_d, \delta \theta_d) \end{cases} \quad (3.2)$$

Les fonctions  $f_{n,g}$  et  $f_{n,d}$  sont très sensibles aux paramètres  $\delta y$ ,  $\delta z$ ,  $\delta \theta$ , parce que la raideur du contact roue-rail est très forte (de l'ordre de  $10^9 N/m$ ). Le but d'une méthode indirecte est de ne pas utiliser cette fonction pour calculer  $N_g$  et  $N_d$ .

Les efforts tangents dépendent des pseudo-glissements dans lesquels interviennent les angles de lacet d'essieu ... (section 1.3.2, page 30), ils dépendent alors des positions et vitesses des points de contact ( $X_{wg}, X_{wd}, \dot{X}_{wg}, \dot{X}_{wd}$ ), des positions et vitesses de l'essieu ( $X_e, \dot{X}_e$ ) et

<sup>3</sup>Le disque de la roue (les rayons pour une roue de vélo).

<sup>4</sup>Ces équations ne sont pas analytiques.

<sup>5</sup>C'est à dire que l'on néglige l'influence de l'angle de lacet et de la position le long de la voie dans les paramètres de contact et que l'on considère la roue comme parfaitement circulaire.

des positions des rails ( $X_{rg}, X_{rd}$ )<sup>6</sup> mais aussi des charges normales ( $N_g$  et  $N_d$ ). Notons  $F_{xg}$  et  $F_{xd}$  les composantes de ces efforts selon  $\vec{X}$ ,  $\vec{F}_{tg}$  et  $\vec{F}_{td}$  la projection dans le plan  $(\vec{Y}, \vec{Z})$  :

$$\begin{cases} \vec{F}_{xg} = \vec{f}_{xg}(N_g, X_{wg}, \dot{X}_{wg}, X_e, \dot{X}_e, X_{rg}) \\ \vec{F}_{tg} = \vec{f}_{tg}(N_g, X_{wg}, \dot{X}_{wg}, X_e, \dot{X}_e, X_{rg}) \\ \vec{F}_{xd} = \vec{f}_{xd}(N_d, X_{wd}, \dot{X}_{wd}, X_e, \dot{X}_e, X_{rd}) \\ \vec{F}_{td} = \vec{f}_{td}(N_d, X_{wd}, \dot{X}_{wd}, X_e, \dot{X}_e, X_{rd}) \end{cases} \quad (3.3)$$

La résultante des efforts se calcule à gauche par :  $\vec{F}_{cg} = \vec{F}_{xg} + \vec{F}_{tg} + \vec{N}_g$  et de manière similaire à droite. Les fonctions  $f_{n,x,g,d}$  ne sont pas analytiques dans la mesure où elles intègrent, en plus du calcul d'effort, la localisation du point de contact.

### Équations multi-contact

Dans le cas où il y a plusieurs zones de contact sur l'une des roues (ou dans le cas de la méthode STRIPES, plusieurs bandes en contact), on écrit alors :

$$\begin{cases} \vec{N}_g = \sum_i \vec{f}_{n,g}^i(\delta y_g, \delta z_g, \delta \theta_g) \\ \vec{F}_{xg} = \sum_i \vec{f}_{x,g}^i(N_g^i, X_{wg}, \dot{X}_{wg}, X_e, \dot{X}_e, X_{rg}) \vec{X} \\ \vec{F}_{tg} = \sum_i \vec{f}_{t,g}^i(N_g^i, X_{wg}, \dot{X}_{wg}, X_e, \dot{X}_e, X_{rg}) \end{cases} \quad (3.4)$$

On peut faire les mêmes remarques sur les fonctions  $f_{n,g}^i$  que celles faites dans la partie précédente. Le fait de considérer plusieurs zones de contact ne complexifie pas réellement le système dans la mesure où il n'est pas nécessaire d'avoir plus d'information pour calculer les empreintes, les réactions et les frottements au contact. Toutefois, il est difficile de déduire d'une résultante d'efforts ( $F_{cg}$ ) les participations de chaque zone de contact en terme de réaction ( $N_g^i$ ) et de frottement ( $F_{tg}^i$  et  $F_{xg}^i$ ).

Nous avons détaillé les équations régissant le comportement des points de contact, écrivons maintenant celles qui régissent le comportement de l'essieu.

---

<sup>6</sup>La dépendance des pseudo-glissements vis-à-vis des vitesses de voie n'est généralement pas considérée car le modèle de voie est trop sommaire.

### Équation de l'essieu

C'est une équation dynamique du second degré, dont la forme générale s'écrit<sup>7</sup> :

$$\left\{ \begin{array}{l} m_e \ddot{x}_e = \overrightarrow{F_{ext \rightarrow e}} \cdot \overrightarrow{X} + F_{wg \rightarrow e}^x + F_{wd \rightarrow e}^x \\ m_e \ddot{y}_e = \overrightarrow{F_{ext \rightarrow e}} \cdot \overrightarrow{Y} + F_{wg \rightarrow e}^y + F_{wd \rightarrow e}^y \\ m_e \ddot{z}_e = \overrightarrow{F_{ext \rightarrow e}} \cdot \overrightarrow{Z} + F_{wg \rightarrow e}^z + F_{wd \rightarrow e}^z \\ I_e^\alpha \ddot{\alpha}_e = \overrightarrow{M_{ext \rightarrow e}} \cdot \overrightarrow{Z} + F_{wg \rightarrow e}^x e_g - F_{wd \rightarrow e}^x e_d \\ I_e^\theta \ddot{\theta}_e = \overrightarrow{M_{ext \rightarrow e}} \cdot \overrightarrow{X} + F_{wg \rightarrow e}^y r_g + F_{wd \rightarrow e}^y r_d + F_{wg \rightarrow e}^z e_g - F_{wd \rightarrow e}^z e_d \\ I_e^\psi \ddot{\psi}_e = \overrightarrow{M_{ext \rightarrow e}} \cdot \overrightarrow{Y} + F_{wg \rightarrow e}^x r_g + F_{wd \rightarrow e}^x r_d \end{array} \right. \quad (3.5)$$

Dans le cas où les degrés de liberté des roues sont libres, les efforts des roues sur l'essieu  $F_{wg \rightarrow e}^x$ ,  $F_{wg \rightarrow e}^y$ ,  $F_{wg \rightarrow e}^z$  s'écrivent<sup>8</sup> :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{wg \rightarrow e}^x = F_{xg} \\ F_{wg \rightarrow e}^y = K_{wy} (y_g - y_{wg}) + C_{wy} (\dot{y}_g - \dot{y}_{wg}) \\ F_{wg \rightarrow e}^z = K_{wz} (z_g - z_{wg}) + C_{wz} (\dot{z}_g - \dot{z}_{wg}) \end{array} \right. \quad (3.6)$$

Dans le cas où  $y_g = y_{cg}$ ,  $z_g = z_{cg}$  et  $y_d = y_{cd}$ ,  $z_g = z_{cd}$ ,  $F_{wg \rightarrow e}^x$ ,  $F_{wg \rightarrow e}^y$ ,  $F_{wg \rightarrow e}^z$ , ils s'écrivent<sup>9</sup> :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{wg \rightarrow e}^x = F_{xg} \\ F_{wg \rightarrow e}^y = (\overrightarrow{F_{tg}} + \overrightarrow{N_g}) \cdot \overrightarrow{Y} \\ F_{wg \rightarrow e}^z = (\overrightarrow{F_{tg}} + \overrightarrow{N_g}) \cdot \overrightarrow{Z} \end{array} \right. \quad (3.7)$$

La dernière loi de comportement qu'il nous faut établir est celle de la voie :

### Équation de la voie

La voie peut être considérée comme un élément de modélisation dynamique dans ce cas on lui attribue une masse, une raideur et un amortissement. Dans le cas contraire elle est considérée comme un élément statique, et n'est caractérisée que par une raideur et un amortissement. Dans le premier cas, l'équation de la voie s'écrit :

<sup>7</sup> $r_g$ ,  $r_d$ ,  $e_g$  et  $e_d$  sont fonctions de  $X_e$ ,  $X_{wg}$  et  $X_{wd}$ .

<sup>8</sup>L'expression pour le côté droit est similaire.

<sup>9</sup>L'expression pour le coté droit est, ici encore, similaire.

$$\begin{cases} m_v \ddot{y}_{rg} &= -K_{ry} y_{rg} - C_{ry} \dot{y}_{rg} - (\vec{F}_{tg} + \vec{N}_g) \cdot \vec{Y} \\ m_v \ddot{y}_{rd} &= -K_{ry} y_{rd} - C_{ry} \dot{y}_{rd} - (\vec{F}_{td} + \vec{N}_d) \cdot \vec{Y} \\ m_v \ddot{z}_{rg} &= -K_{rz} z_{rg} - C_{rz} \dot{z}_{rg} - (\vec{F}_{tg} + \vec{N}_g) \cdot \vec{Z} \\ m_v \ddot{z}_{rd} &= -K_{ry} z_{rd} - C_{rz} \dot{z}_{rg} - (\vec{F}_{td} + \vec{N}_d) \cdot \vec{Z} \end{cases} \quad (3.8)$$

Dans le second, cas on néglige les effet d'inertie et on écrit :

$$\begin{cases} C_{ry} \dot{y}_{rg} &= -K_{ry} y_{rg} - (\vec{F}_{tg} + \vec{N}_g) \cdot \vec{Y} \\ C_{ry} \dot{y}_{rd} &= -K_{ry} y_{rd} - (\vec{F}_{td} + \vec{N}_d) \cdot \vec{Y} \\ C_{rz} \dot{z}_{rg} &= -K_{rz} z_{rg} - (\vec{F}_{tg} + \vec{N}_g) \cdot \vec{Z} \\ C_{rz} \dot{z}_{rg} &= -K_{ry} z_{rd} - (\vec{F}_{td} + \vec{N}_d) \cdot \vec{Z} \end{cases} \quad (3.9)$$

Les lois qui régissent le comportement des trois briques sont maintenant écrites, compte tenu de celles-ci, l'état du système se définit par les variables  $X_e, \dot{X}_e, X_{wg}, X_{wd}, X_{rg}, X_{rd}$  (si la voie est considérée comme dynamique, il faut rajouter  $\dot{X}_{rg}$  et  $\dot{X}_{rd}$ ).

Les quatre méthodes d'interfaçage que nous allons présenter dans cette partie agencent les trois lois de comportement de manière différentes. Certaines se privent d'informations pour faciliter l'intégration numériques. D'autres, plus coûteuses numériquement, sont plus précises. La première méthode que nous présenterons est une méthode indirecte car elle n'utilise pas les fonctions  $f_{ng}$  et  $f_{nd}$  pour calculer les efforts normaux.

### 3.1.2 Méthode indirecte basée sur l'essieu.

Dans cette méthode, les points  $M_g$  et  $P_{wg}$  d'un côté et  $M_d$  et  $P_{wd}$  de l'autre sont confondus, les coordonnées du point de contact sont directement liées à celles de l'essieu. Pour éviter d'avoir des pas de temps très faibles (de l'ordre de  $10^{-6}s$ ) (5) (6), les fonctions  $f_{ng}$  et  $f_{nd}$  (ou  $f_{ng}^i$  et  $f_{nd}^i$ ) ne sont pas utilisées pour calculer les efforts normaux. Ce faisant, nous perdons la fermeture du problème (la capacité à le résoudre). En effet les inconnues sont au nombre de douze :

- les six accélérations de l'essieu,
- les quatre vitesses de la voie,
- les charges  $N_g$  et  $N_d$ .

Nous avons à notre disposition les six équations de l'essieu et les quatre équations de la voie, il manque deux équations. Si l'indentation hertzienne est négligée devant les déplacements de solides (c'est à dire  $\delta \ll z_e$  et  $\delta \ll y_e$ ), et que chaque roue est en contact avec la voie, il est possible de lier le déplacement vertical ( $z_e$ ) et le roulis d'essieu ( $\theta_e$ ) au ballant de

celui ci ( $y_e$ ) (comme en section 1.3.1, page 26 et figure 1.27, page 28). Deux équations sont ajoutées aux système sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} z_e = g_{z_e}(y_e, X_{rg}, X_{rd}) \\ \theta_e = g_{\theta_e}(y_e, X_{rg}, X_{rd}) \\ \Downarrow \\ \frac{\partial^2}{dt^2} z_e = \frac{\partial^2}{dt^2} (g_{z_e}(y_e, X_{rg}, X_{rd})) \\ \frac{\partial^2}{dt^2} \theta_e = \frac{\partial^2}{dt^2} (g_{\theta_e}(y_e, X_{rg}, X_{rd})) \end{array} \right. \quad (3.10)$$

En considérant les équations des degrés de liberté  $y_e$ ,  $\theta_e$  et  $z_e$  de l'équilibre de l'essieu, nous pouvons écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} m_e \ddot{y}_e = \overrightarrow{F_{ext \rightarrow e}} \cdot \overrightarrow{Y} \\ \quad + (\overrightarrow{F_{tg}} + \overrightarrow{N_g}) \cdot \overrightarrow{Y} + (\overrightarrow{F_{td}} + \overrightarrow{N_d}) \cdot \overrightarrow{Y} \\ m_e \frac{\partial^2}{dt^2} (g_{z_e}(y_e, X_{rg}, X_{rd})) = \overrightarrow{F_{ext \rightarrow e}} \cdot \overrightarrow{Z} \\ \quad + (\overrightarrow{F_{tg}} + \overrightarrow{N_g}) \cdot \overrightarrow{Z} + (\overrightarrow{F_{td}} + \overrightarrow{N_d}) \cdot \overrightarrow{Z} \\ I_e^\theta \frac{\partial^2}{dt^2} (g_{\theta_e}(y_e, X_{rg}, X_{rd})) = \overrightarrow{M_{ext \rightarrow e}} \cdot \overrightarrow{X} \\ \quad + (\overrightarrow{F_{tg}} + \overrightarrow{N_g}) \cdot \overrightarrow{Y} \times r_g + (\overrightarrow{F_{td}} + \overrightarrow{N_d}) \cdot \overrightarrow{Y} \times r_d \\ \quad - (\overrightarrow{F_{tg}} + \overrightarrow{N_g}) \cdot \overrightarrow{Z} \times e_g - (\overrightarrow{F_{td}} + \overrightarrow{N_d}) \cdot \overrightarrow{Z} \times e_d \end{array} \right. \quad (3.11)$$

Dans les cas de mono-contact, ce système de trois équations comporte trois inconnues<sup>10</sup> ( $\ddot{y}_e$ ,  $N_g$  et  $N_d$ ), qu'un schéma itératif permet de résoudre. Il est aussi possible de gérer le décollement des roues en libérant l'un des degrés de liberté ( $\theta_e$  ou  $z_e$ ) et en annulant la charge de la roue levante (on perd une équation et une inconnue) (6). Le noyau de contact s'insère donc dans la mécanique du système selon le schéma 3.3 (page 116). Cette méthode est implémentée dans les codes VOCO (tel que VOCODYM, code de dynamique ferroviaire conçu dans les années 1989 par l'équipe de Jean-Pierre Pascal (INRETS-LTN)).

Cette méthode se base sur l'idée que la cinématique de l'essieu est imposée par le contact roue-rail. On peut appliquer la même méthode en considérant que c'est la cinématique des rails qui est imposée par le contact roue-rail.

<sup>10</sup>Dans les cas de contact multiples  $F_{tg}$ ,  $F_{td}$  et  $F_{xg}$ ,  $F_{xd}$  dépendent des  $N_g^i$  et  $N_d^i$  que l'on ne peut pas calculer sans les fonctions  $f_{ng}^i$  et  $f_{nd}^i$ .

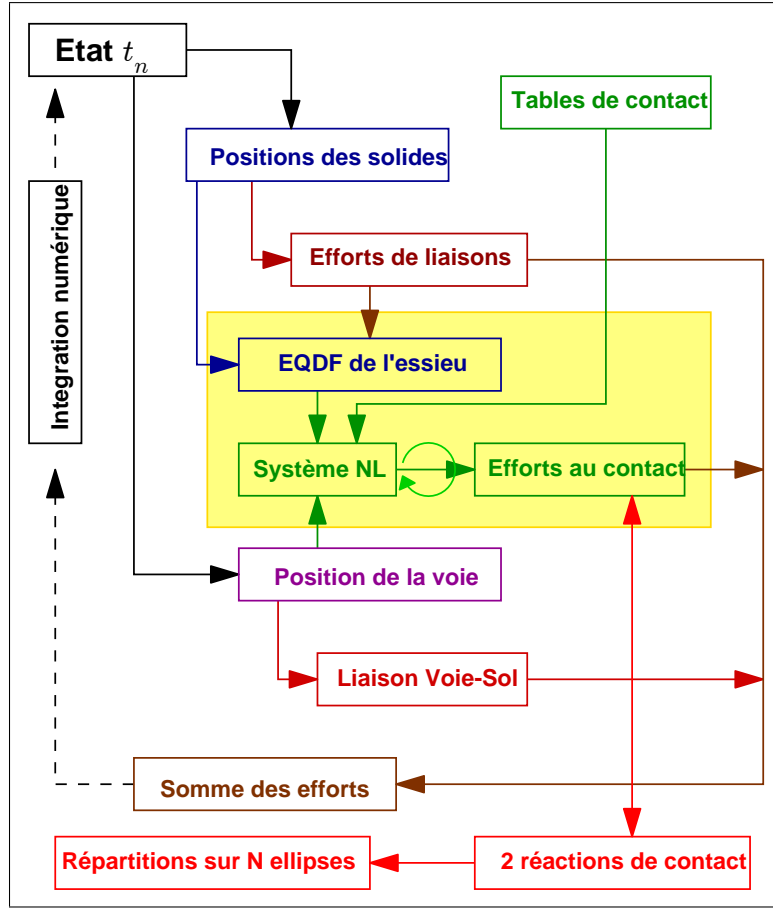


FIG. 3.3 – Interfaçage du contact roue-rail par l'EQDF de l'essieu

### 3.1.3 Méthode indirecte basée sur les rails.

Cette méthode est similaire à celle présentée précédemment mais au lieu d'utiliser des équations liant les degrés de liberté de l'essieu, les degrés de liberté du rail sont reliés. Comme précédemment, nous n'utilisons pas les fonctions  $f_{ng}$  et  $f_{nd}$ . Par conséquent, il manque deux équations pour résoudre le système. Connaissant la position de la roue et la position horizontale du rail, il est possible de déterminer, qu'il y ait contact ou non, la position verticale du rail.

$$\left\{ \begin{array}{l} z_{rg} = g_{rg}(X_g, y_{wg}) \\ z_{rd} = g_{rd}(X_d, y_{wd}) \\ \Downarrow \\ \frac{\partial}{\partial t} z_{rg} = \frac{\partial}{\partial t} (g_{rg}(X_g, y_{wg})) \\ \frac{\partial}{\partial t} z_{rd} = \frac{\partial}{\partial t} (g_{rd}(X_d, y_{wd})) \end{array} \right. \quad (3.12)$$

L'équation quasi-statique des rails s'écrit alors :



$$\left\{ \begin{array}{lcl} C_{ry} \dot{y}_{rg} & = & K_{ry} y_{rg} - \left( \vec{F}_{tg} + \vec{N}_g \right) \cdot \vec{Y} \\ C_{ry} \dot{y}_{rd} & = & K_{ry} y_{rd} - \left( \vec{F}_{td} + \vec{N}_d \right) \cdot \vec{Y} \\ C_{rz} \frac{\partial}{\partial t} (g_{rg}(X_g, y_{wg})) & = & K_{rz} z_{rg} - \left( \vec{F}_{tg} + \vec{N}_g \right) \cdot \vec{Z} \\ C_{rz} \frac{\partial}{\partial t} (g_{rd}(X_d, y_{wd})) & = & K_{ry} z_{rd} - \left( \vec{F}_{td} + \vec{N}_d \right) \cdot \vec{Z} \end{array} \right. \quad (3.13)$$

Nous obtenons un système que l'on sait résoudre par une méthode itérative dans le cas d'un mono-contact. L'avantage de cette méthode par rapport à la précédente est que le système non linéaire à résoudre est beaucoup plus simple parce que la « mécanique » de la voie est très simple<sup>11</sup> (par exemple  $z_{rg}$  et  $z_{rd}$  ne sont pas explicitement couplés comme le sont  $\theta_e$  et  $z_e$ ). Il est probable que ce soit par ce biais que le calcul du contact roue-rail soit intégré dans certains codes commerciaux pour gagner en rapidité de calcul.

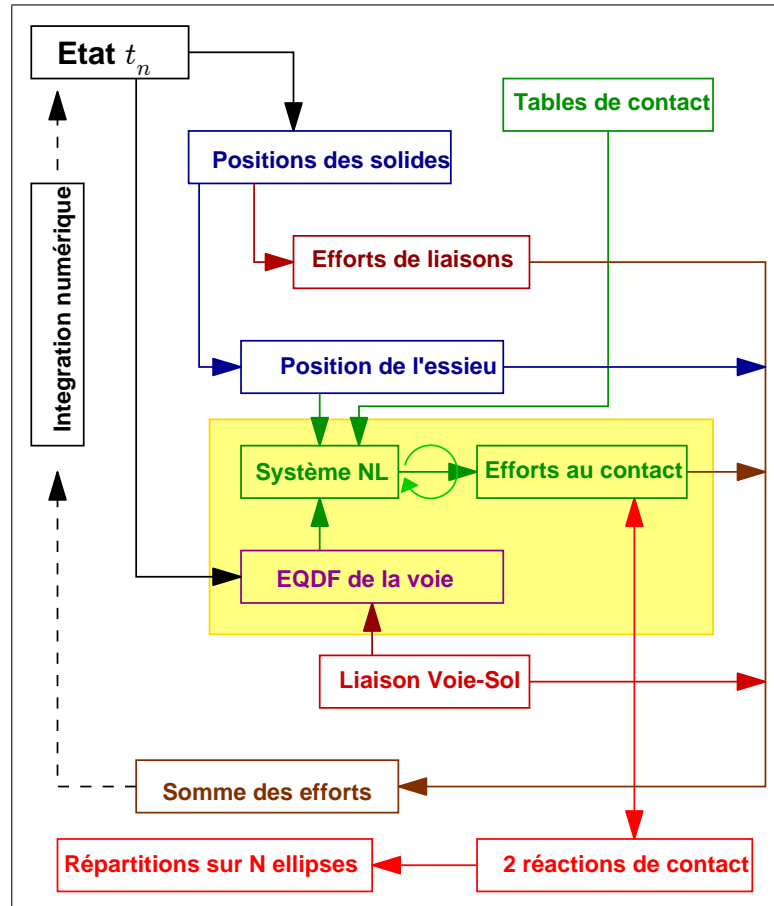


FIG. 3.4 – Interface du contact roue-rail par l'EQDF de la voie

Après les méthodes indirectes voyons maintenant les méthodes directes.

<sup>11</sup>Très simplifiée dans le cadre de la dynamique ferroviaire.

### 3.1.4 Méthode directe par indentation

La troisième méthode pour intégrer le contact roue-rail est beaucoup plus simple. Le calcul se fait en considérant toujours les points  $M_g$  et  $P_{wg}$  ainsi que  $M_d$  et  $P_{wd}$  confondus mais en utilisant, contrairement aux deux méthodes précédentes, les fonctions  $f_{ng}$  et  $f_{nd}$  pour le calcul des efforts normaux. La fermeture du problème est donc conservée. Les inconnues sont alors :

- les six accélérations de l'essieu,
- les quatre vitesses de la voie.

Nous disposons des six équations dynamiques de l'essieu et des quatre équations de la voie (dynamique ou statiques), les charges  $N_g$  et  $N_d$  étant déduites des positions de l'essieu ( $X_e$ ) et de celles des rails ( $X_{rg}$  et  $X_{rd}$ ) par les fonctions  $f_{ng}$  et  $f_{nd}$  (le cas échéant par les fonctions  $f_{n,g}^i$  et  $f_{n,d}^i$ ). Le schéma de calcul est détaillé figure 3.5 (page 118).

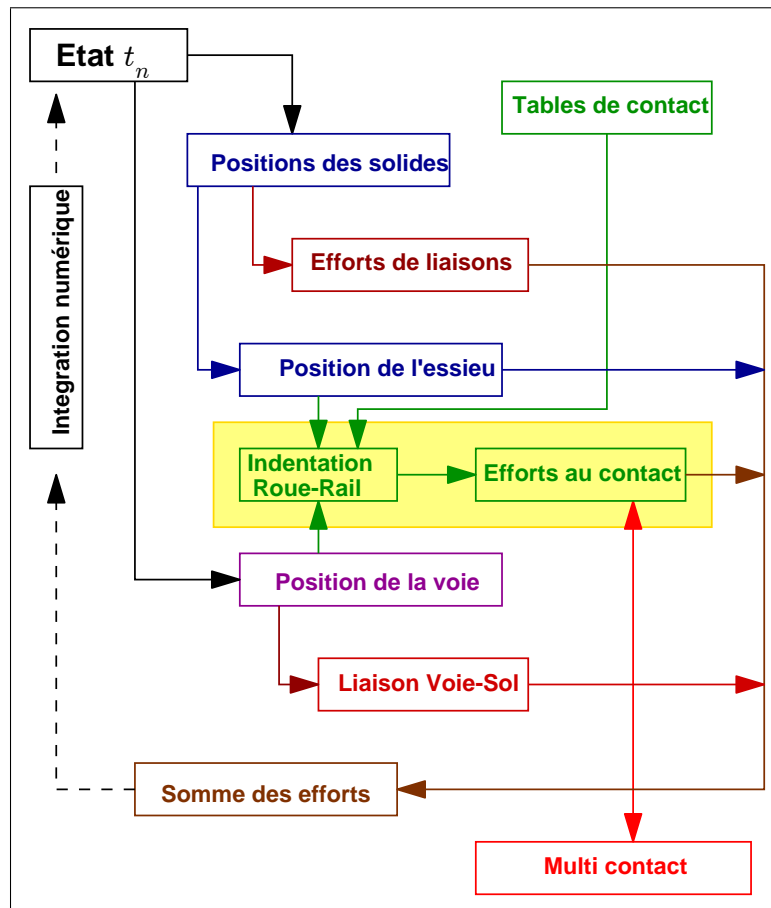


FIG. 3.5 – Interfaçage du contact roue-rail par calcul d'indentation

Cette méthode suppose que le calcul des positions des rails et de l'essieu soit suffisamment précis pour que l'on puisse estimer l'indentation hertzienne entre solides (de l'ordre de  $0.1mm$  avec une tolérance de l'ordre du micron). Il est donc nécessaire d'utiliser un algorithme d'intégration robuste (présence de fortes non-linéarités) et avec un pas de temps faible (entre  $10^{-4}s$  et  $10^{-7}s$ ) pour avoir une bonne précision. Le pas de temps portant sur

l'ensemble du système (contact roue-rail mais aussi solides et liaisons) le coût du calcul est très rapidement important.

Cette méthode présente l'avantage de ne pas être restrictive sur le nombre de zones de contact et d'être simple à écrire malgré un coût numérique plus élevé (6). C'est pour ces raisons que nous avons choisi de l'utiliser dans CRRv8. La dernière méthode que nous présenterons dans cette thèse est celle qui utilise la souplesse du disque de roue pour « assouplir » le contact roue-rail.

### 3.1.5 Méthode directe par voile de roue

Cette méthode sépare les point  $M_g$  et  $M_d$  des points  $P_{wg}$  et  $P_{wd}$  permettant ainsi de dissocier l'indentation hertzienne de la position relative des solides. Considérons le système ainsi formé, les inconnues sont :

- les six accélérations de l'essieu,
- les quatre vitesses de la voie,
- les quatre vitesses des points de contact gauche et droit.

Le système obtenu ne peut être résolu directement. En effet, considérons les équations des points de contact :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{wy} \dot{y}_{wg} = K_{wy} (y_{wg} - y_g) + C_{wy} \dot{y}_g + (\vec{F}_{tg} + \vec{N}_g) \cdot \vec{Y} \\ C_{wz} \dot{z}_{wg} = K_{wz} (z_{wg} - z_g) + C_{wz} \dot{z}_g + (\vec{F}_{yg} + \vec{N}_g) \cdot \vec{Z} \\ C_{wy} \dot{y}_{wd} = K_{wy} (y_{wd} - y_d) + C_{wy} \dot{y}_d + (\vec{F}_{td} + \vec{N}_d) \cdot \vec{Y} \\ C_{wz} \dot{z}_{wd} = K_{wz} (z_{wd} - z_d) + C_{wz} \dot{z}_d + (\vec{F}_{yd} + \vec{N}_d) \cdot \vec{Z} \end{array} \right. \quad (3.14)$$

Dans ce système, les vitesses  $\dot{y}_{wg}$ ,  $\dot{z}_{wg}$ ,  $\dot{y}_{wd}$  et  $\dot{z}_{wd}$  sont inconnues car elles interviennent dans le calcul des efforts tangents  $F_{tg}$  et  $F_{td}$ . A priori ce système non linéaire a une complexité équivalente à celle de la méthode « Équation dynamique des rails » (section 3.1.3, page 116). Toutefois ici nous utilisons les fonctions  $f_{ng}$  et  $f_{nd}$  car les positions relatives des solides sont connues. Pour réduire cette complexité Ayasse<sup>12</sup> propose de prendre les gradients des fonctions  $f_{tg}(N_g, X_{wg}, \dot{X}_{wg}, X_{rg})$  et  $f_{td}(N_d, X_{wd}, \dot{X}_{wd}, X_{rd})$  par rapport à  $\dot{y}_{wg}$ ,  $\dot{z}_{wg}$ ,  $\dot{y}_{wd}$  et  $\dot{z}_{wd}$  (gradient assez simple à calculer numériquement) pour se ramener à un système linéaire (figure 3.6, page 121) :

<sup>12</sup>Travaux non publiés.

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \begin{bmatrix} C_{wy} & 0 \\ 0 & C_{wz} \end{bmatrix} + \mathbf{Grad}_{\dot{y}_{wg}, \dot{z}_{wg}} \left( \overrightarrow{F_{tg}} \right) \right) \begin{bmatrix} \dot{y}_{wg} \\ \dot{z}_{wg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{wy} (y_{wg} - y_g) + C_{wy} \dot{y}_g \\ K_{wz} (z_{wg} - z_g) + C_{wz} \dot{z}_g \end{bmatrix} \\ \left( \begin{bmatrix} C_{wy} & 0 \\ 0 & C_{wz} \end{bmatrix} + \mathbf{Grad}_{\dot{z}_{wd}, \dot{y}_{wd}} \left( \overrightarrow{F_{td}} \right) \right) \begin{bmatrix} \dot{y}_{wd} \\ \dot{z}_{wd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{wy} (y_{wd} - y_d) + C_{wy} \dot{y}_d \\ K_{wz} (z_{wd} - z_d) + C_{wz} \dot{z}_d \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (3.15)$$

Ainsi, nous transformons une équation implicite en une équation différentielle linéaire du premier ordre que nous intégrons avec des petits pas de temps. Comme la raideur du contact roue-rail est plus grande que celle que l'on donne au voile de roue, le système voit une raideur au contact plus faible. De plus, les points  $P_{wg}$  et  $P_{wd}$  sont régis par une équation différentielle du premier ordre donc moins sensibles aux problèmes de tolérance.

Pour les raideurs et amortissement reliant essieu et point de contact, il est possible d'utiliser les caractéristiques de la voie (on figurera alors  $y_{rg}$ ,  $z_{rg}$ ,  $y_{rd}$  et  $z_{rd}$ ). Dans ce cas, on proscriit tout modèle dynamique de celle-ci. Il est possible d'utiliser la souplesse du voile de roue mais il faudra utiliser des valeurs d'amortissement virtuelles (l'amortissement intrinsèque de l'acier étant insuffisant) pour que la méthode fonctionne bien. Cette méthode (figure 3.6, page 121) est utilisée dans le code VOCOLIN, conçu par l'équipe de J.B. Ayasse (INRETS-LTN)<sup>13</sup>.

---

<sup>13</sup>Pour accélérer encore les calculs, VOCOLIN intègre les équations différentielles des essieux séparément du reste du système permettant ainsi de traiter avec des petits pas de temps chacun de essieux et les autres solides avec des pas de temps plus grands.

FIG. 3.6 – Interfaçage du contact roue-rail par calcul du voile de roue

### 3.1.6 Conclusion sur l'intégration d'un noyau de contact roue-rail.

Les méthodes proposées ici ont des avantages et des inconvénients. Les méthodes indirectes sont à priori les plus rapides et les moins sensibles à l'imprécision des intégrations numériques, mais ne peuvent calculer qu'une seule réaction de contact par roue. Elles utilisent dans les cas de contacts multiples des méthodes de redistribution virtuelles des charges comme GAME (7) (à partir de  $N_g$  et  $N_d$ , on essaye de déterminer les  $N_g^i$  et  $N_d^i$ ). Par conséquent, elles souffrent d'imprécisions sur le calcul des efforts tangents (par exemple dans le cas d'étude d'usure des profils).

Les méthodes directes sont plus lentes et exigent des méthodes d'intégration plus robustes et plus précises. Mais elles permettent d'aborder des problèmes plus divers (l'usure) ainsi que des problèmes où les zones de contact entre roue et rail peuvent être très nombreuses tel que le passage d'un aiguillage (annexe B, page 291).

A titre indicatif, nous avons résumé le fonctionnement des codes dont nous avons pu avoir connaissance selon 6 critères :

- Le type de calcul des efforts normaux (mono-Hertien/ multi-Hertzien ou semi-Hertzien),
- la méthode de calcul des efforts tangents,
- la méthode d'interfaçage entre la mécanique générale et la mécanique du contact,
- le nombre de zones de contact « visualisable » en sortie,
- la méthode de tabulation éventuelle et
- la méthode d'intégration figure 3.7, page 122).

	Noyau de contact		Interface Mécanique Contact	Répartition des efforts	Tabulation éventuelle	Intégration numérique
	Problème Normal	Problème Tangent				
Vampire	Mono-Hertzien	Table de Kalker	?	3 par essieu	Balant et lacet	?
Vocodym	Mono-Hertzien	Chopaya	Indirecte essieu	6 par roue	Balant ou roulis	Runge Kutta
Vocolin	Multi-Hertien ou Semi-Hertzien	Fastsim Fastsim approché	Directe voile de roue	N par roue	Sans ou Balant	Explicite à 2 etages
CRR	Multi-Hertien ou Semi-Hertzien	Fastsim Fastsim approché	Directe	N par roue	Sans ou balant et roulis	Quelconque (Euler implicite)

FIG. 3.7 – Différents codes de dynamique ferroviaire

### 3.1.7 Fonctionnement du noyau contact de CRR

Pour CRR, nous avons choisi d'utiliser la méthode directe « calcul par indentation » car elle est la plus simple à mettre en oeuvre. Une autre alternative serait d'utiliser une méthode « Voile de roue » généralisée, en considérant la flexibilité de la roue sur tous les degrés

de liberté (par exemple en roulis) et non plus seulement selon  $y$  et  $z$ . Cette généralisation de la méthode permettrait de systématiser l'interfaçage entre essieu et contact roue-rail, et probablement d'accélérer les calculs.

### Tables de contact

Quel que soit le code de calcul utilisé, il est très courant de passer par une étape de pré-calcul du contact. Ce pré-processing établit une table des paramètres de contact en fonction de  $y_e$  et  $\alpha_e$  ou  $\theta_e$ <sup>14</sup>. Cette table sert à éviter, au cours de la simulation, les étapes de localisation du contact. L'usage de ces tables, bien que répandu, pose deux questions :

- avec quelle précision doivent être calculées les tables ?,
- comment faire pour assurer la transition entre deux jeux de paramètres ?

La localisation et les paramètres des zones de contact peuvent varier brutalement avec le ballant ou le roulis d'essieu. Il est alors difficile d'estimer l'erreur faite à priori en utilisant une table de contact. De plus, la tabulation peut vite devenir très coûteuse si le nombre de paramètres en jeu devient important (supérieur à deux, par exemple  $y_e$  et  $\theta_e$ ).

Afin d'avoir une interpolation continue, il est nécessaire de mettre au point une méthode de transition entre les jeux de contact tabulés. Il y a trois grandes idées pour interpoler entre les jeux de contact : la première consiste à créer un jeux de contact intermédiaire virtuel entre les deux zones de contact, la seconde consiste à interpoler sur les efforts calculés pour chacun des jeux, enfin la troisième (2) essaie de prévoir les points de transition entre les deux jeux.

Les deux premières méthodes sont les plus simples. La seconde, bien que plus lente que la première, est plus facile à intégrer numériquement au sens où elle rend continu le comportement du contact roue-rail. La troisième est la plus physique mais aussi la plus difficile à mettre en oeuvre sur une tabulation fonction de plus d'un paramètre.

### Déroulement du calcul de contact

Le calcul de contact se fait en trois temps, d'abord la localisation de la zone de contact, puis la construction des tables, enfin le calcul des efforts de contact.

Les deux premières étapes peuvent être faites de deux manières. Soit en utilisant les tables de contact<sup>15</sup>, soit à partir des profils. Dans le premier cas, les informations de localisation et les paramètres de chaque zone de contact sont puisées dans les tables (fonction `contact`). Dans le second cas, les zones de contact sont localisées à partir des profils de roue et de rail (fonction `contact_full`), puis les paramètres de la zone de contact sont calculés (fonction `contact_roue`). Le calcul des efforts de contact peut être fait suivant la théorie de Hertz ou suivant la méthode STRIPES. Dans les deux cas, les fonctions `Hertz` et `Semih` retournent

---

<sup>14</sup>Dans le cas du renversement.

<sup>15</sup>Tables de données pré-calculées (section 3.1.7, page 123).

les efforts de contact réduits au centre de gravité de l'essieu et sur chacun des rails (figure 3.8, page 124).

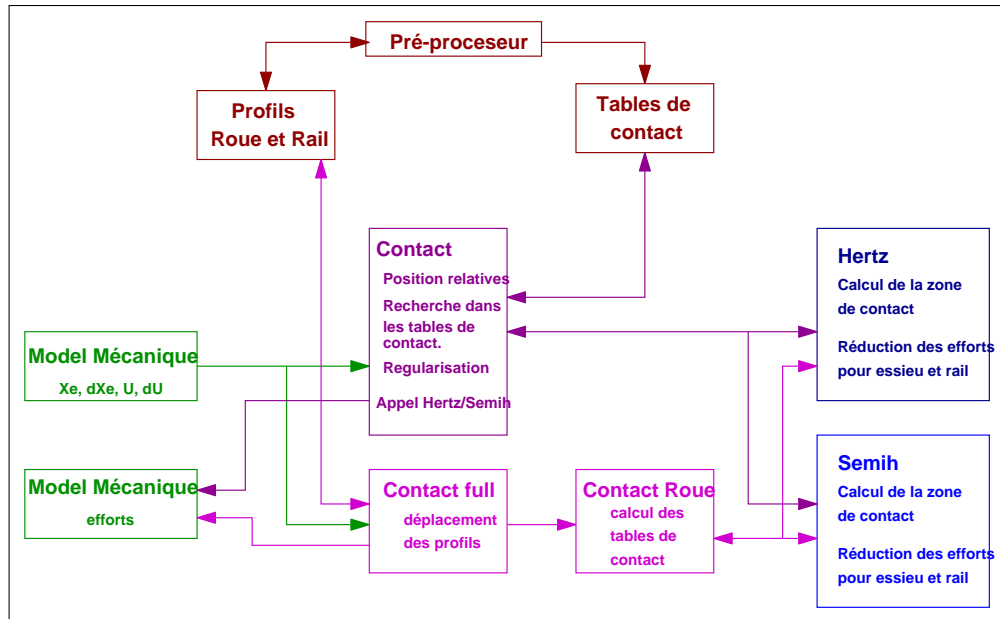


FIG. 3.8 – Principe du noyau de contact roue rail

Pour le calcul de renversement, nous n'avons pas jugé utile d'intégrer le lacet d'essieu à la problématique du contact. Par contre, nous avons souhaité intégrer l'angle de roulis de l'essieu dans la localisation de la zone de contact. En effet, l'influence de l'angle de lacet est négligeable sur les paramètres de la zone de contact. Il joue sur la position de celle-ci mais uniquement pour des angles de lacet important. On prend généralement ce paramètre en compte pour l'inscription en courbe, car le lacet de l'essieu est orienté vers l'extérieur de la voie et l'on cherche à modéliser une montée de roue. Dans le cas du reversement, l'angle de lacet sera vers l'intérieur de la voie (re-centrage de l'essieu) donc moins influent. Par contre, lorsque nous souhaitons soulever une roue, l'essieu prend du roulis, lequel influence la localisation des zones de contact de la roue portante.

Ayant choisi une méthode d'intégration du contact roue-rail (« calcul par indentation ») et écrit le noyau de contact roue-rail, nous allons maintenant écrire la dynamique des solides le long du tracé idéal de la voie, afin de compléter l'explication du fonctionnement de CRRv8.



## 3.2 Dynamique ferroviaire en courbe

Après avoir détaillé le mode d'interfaçage entre la mécanique et le contact roue rail nous allons maintenant expliquer comment, dans CRRv8, nous avons écrit le principe fondamental de la dynamique.

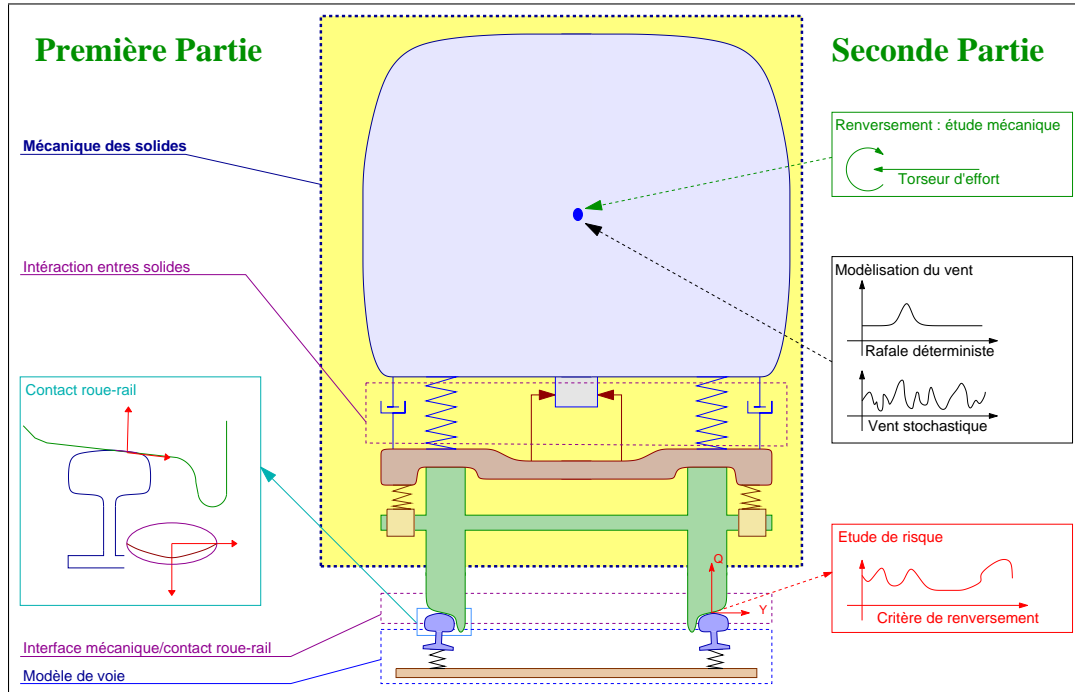


FIG. 3.9 – Fil conducteur de la thèse : Équation de la mécanique

La mécanique ferroviaire s'intéresse aux mouvements de solides entre eux sur de longues distances. On distingue alors deux échelles : le déplacement du véhicule le long du tracé théorique de la voie, et les mouvements des solides entre eux. Dans cette thèse, nous nous proposons d'utiliser la formulation de la mécanique en coordonnée curviligne proposée par Ayasse et Maupu (4) en l'étendant aux cas de grands déplacements. Nous commencerons par expliquer dans quels repères nous travaillons puis établirons les équations du principe fondamental de la dynamique dans ce repère. Enfin nous exposerons les principes du calcul des efforts de liaison.

Commençons par présenter les repères de travail, nous en déduirons alors le paramétrage de chacun des solides.

### 3.2.1 Repérage des solides

#### Repère curviligne

Pour écrire le principe fondamentale de la dynamique, à chaque solide ( $S_j$ ) est attribué un repère propre  $R_m : (O_m, \vec{t}, \vec{u}_h, \vec{u}_v)$  dit repère ferroviaire (figure 3.10, page 126). A une abscisse curviligne donnée, ce repère est tel que que  $\vec{t}$  soit tangent à la trajectoire dans le

sens de l'avance,  $\vec{u}_h$  horizontal, orienté vers la droite (quand on regarde le train arriver vers nous), et  $\vec{u}_v$  orienté vers le haut complétant ce repère orthonormé direct. Définissons les deux angles de tracé  $\beta$  et  $\psi$ , où  $\beta$  est la rotation autour de l'axe vertical (azimut) et  $\psi$  la rotation autour de  $\vec{u}_h$  (figure 3.11, page 126).

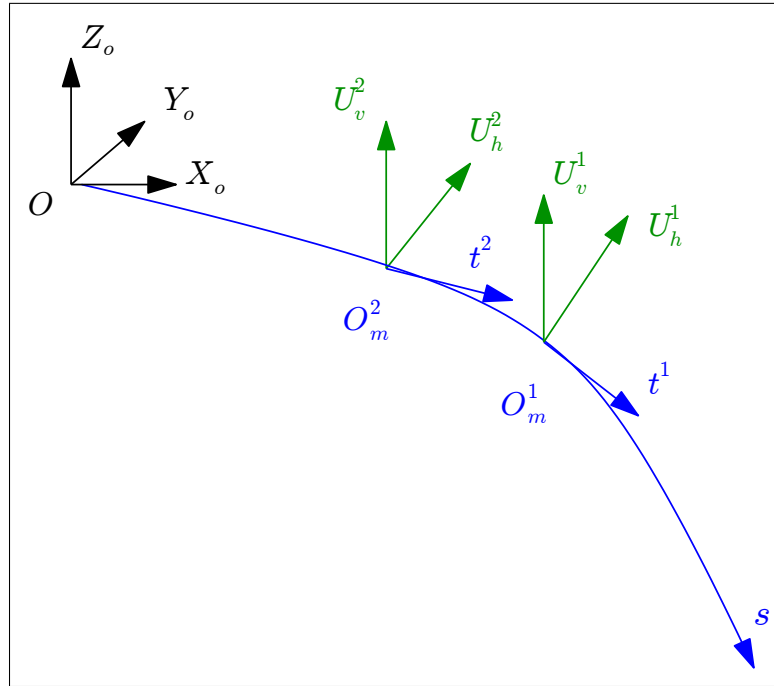


FIG. 3.10 – Repère ferroviaire de deux solides le long du tracé de ligne

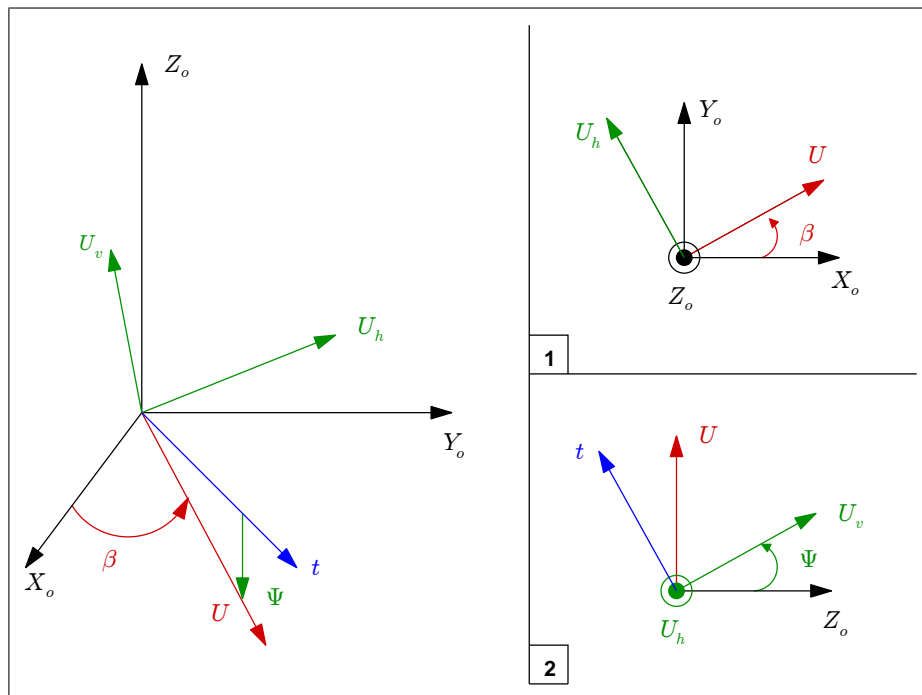


FIG. 3.11 – Passage du repère absolu au repère ferroviaire

$\psi$  est généralement faible car il représente la pente de la voie, au maximum de l'ordre de 5%.  $\beta$  dépend du tracé de la ligne et peut donc être très grand. La matrice de passage ( $P_{R_o \leftarrow R_m}$ ) du repère  $R_m$  au repère terrestre ( $R_o : (O, \vec{X}_o, \vec{Y}_o, \vec{Z}_o)$ ) est donné par :

$$P_{R_o \leftarrow R_m} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) \cos(\beta) & -\sin(\beta) & \sin(\psi) \cos(\beta) \\ \cos(\psi) \sin(\beta) & \cos(\beta) & \sin(\psi) \sin(\beta) \\ -\sin(\psi) & 0 & \cos(\psi) \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

### Angles et courbures

Soit  $(x(s), y(s), z(s))$  la courbe paramétrée par  $s$  décrivant le tracé de voie, les angles  $\psi$  et  $\beta$  dérivent de la description de cette courbe. Pour simplifier les notations, nous noterons :

$$\begin{cases} \frac{d\psi}{ds} = \hat{\psi} & \frac{d^2\psi}{ds^2} = \check{\psi} \\ \frac{d\beta}{ds} = \hat{\beta} & \frac{d^2\beta}{ds^2} = \check{\beta} \end{cases} \quad (3.17)$$

$\psi$  étant dans l'intervalle  $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ , il est possible de calculer  $\beta$  et  $\psi$  ainsi que les courbures horizontale  $\rho_h$  et verticale  $\rho_v$  à partir de  $(x(s), y(s), z(s))$  :

$$\begin{cases} \psi &= \arcsin(-\hat{z}) \\ \beta &= \arccos\left(\frac{\hat{y}}{\sqrt{1-\hat{z}^2}}\right) \\ \beta &= \arcsin\left(\frac{\hat{y}}{\sqrt{1-\hat{z}^2}}\right) \\ \frac{1}{\rho_h} &= \frac{\hat{\beta}}{\sqrt{1-\hat{z}^2}} \\ \frac{1}{\rho_v} &= \frac{\hat{\theta}}{\cos(\theta)} \end{cases} \quad (3.18)$$

### Repérage des solides

Le point  $O_m$  centre du repère  $R_m$  est à la même abscisse curviligne que le centre de gravité ( $G$ ) du solide  $S$ . La position du centre de gravité est donnée par une abscisse curviligne ( $s$ ) et deux coordonnées ( $p$  selon  $\vec{u}_h$  et  $q$  selon  $\vec{u}_v$ ). La composition vectorielle à partir du point  $O$ , origine de la ligne s'écrit :

$$\vec{OG} = \begin{bmatrix} x(s) \\ y(s) \\ z(s) \end{bmatrix}_{R_o} + \begin{bmatrix} 0 \\ q \\ r \end{bmatrix}_{R_m} \quad (3.19)$$

Sur des longues distances, il n'est pas aisé de prendre pour référence un point de la ligne. Aussi on choisira un solide  $S_o$  (par exemple la caisse de la motrice) dont le centre  $O_m^o$  servira de point de référence :

$$\overrightarrow{O_m^o G} = \begin{bmatrix} x(s_j) - x(s_o) \\ y(s_j) - y(s_o) \\ z(s_j) - z(s_o) \end{bmatrix}_{R_o} + \begin{bmatrix} 0 \\ q \\ r \end{bmatrix}_{R_m} \quad (3.20)$$

Dans le code CRRv8, c'est la fonction `Trace_Sol_3D` qui calcule les données du tracé de ligne  $(x(s), y(s), z(s), \beta, \psi, \hat{\beta}, \hat{\psi}, \check{\beta}, \check{\psi})$ , à partir de l'abscisse curviligne des différents solides et d'un tableau résumant le tracé de la voie.

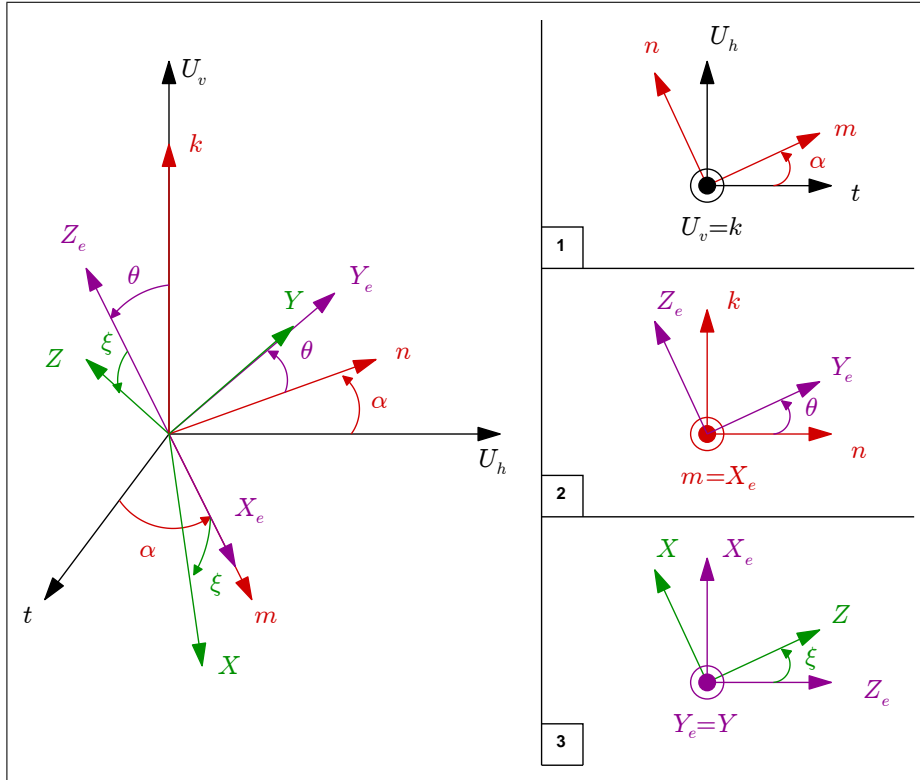


FIG. 3.12 – Passage du repère ferroviaire au repère du solide

En plus de la position de son centre de gravité, on repère un solide par trois angles : lacet, roulis, tangage  $(\alpha, \theta, \phi)$  (figure 3.12, page 128). Soit  $R : (G, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$  le repère attaché au solide  $S$ , la matrice de passage de  $R$  à  $R_m$  s'écrit :

$$P_{R_m \leftarrow R} = \begin{bmatrix} -\sin(\alpha) \sin(\theta) \sin(\xi) & -\sin(\alpha) \cos(\theta) & \sin(\alpha) \sin(\theta) \cos(\xi) \\ +\cos(\alpha) \cos(\xi) & & +\cos(\alpha) \sin(\xi) \\ \cos(\alpha) \sin(\theta) \sin(\xi) & \cos(\alpha) \cos(\theta) & -\cos(\alpha) \sin(\theta) \cos(\xi) \\ \sin(\alpha) \cos(\xi) & & +\sin(\alpha) \sin(\xi) \\ -\cos(\theta) \sin(\xi) & \sin(\theta) & \cos(\theta) \cos(\xi) \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

### Positions des points d'un solide

Dans notre code, la position de chaque point de liaison dans le repère  $R_o$  est calculé par la fonction `Solide_3D`. La position d'un point quelconque  $P : (x_p, y_p, z_p)$  appartenant au solide  $S$  est donnée par :

$$\overrightarrow{O_o^m P} = \begin{bmatrix} x(s) - x(s_o) \\ y(s) - y(s_o) \\ z(s) - z(s_o) \end{bmatrix}_{R_o} + \begin{bmatrix} 0 \\ q \\ r \end{bmatrix}_{R_m} + \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix}_R \quad (3.22)$$

Pour deux points  $P_j : (x_{pj}, y_{pj}, z_{pj})$  et  $P_k : (x_{pk}, y_{pk}, z_{pk})$  aux solides  $S_j$  et  $S_k$ , la différence de position est :

$$\overrightarrow{P_k P_j} = \begin{bmatrix} x(s_j) - x(s_k) \\ y(s_j) - y(s_k) \\ z(s_j) - z(s_k) \end{bmatrix}_{R_o} + \begin{bmatrix} 0 \\ q_j \\ r_j \end{bmatrix}_{R_{m,j}} - \begin{bmatrix} 0 \\ q_k \\ r_k \end{bmatrix}_{R_{m,k}} + \begin{bmatrix} x_{pj} \\ y_{pj} \\ z_{pj} \end{bmatrix}_{R_j} - \begin{bmatrix} x_{pk} \\ y_{pk} \\ z_{pk} \end{bmatrix}_{R_k} \quad (3.23)$$

Où  $R_{m,k}$  et  $R_{m,j}$  sont deux repères ferroviaires distincts (à abscisse curviligne différente) et  $R_j$  et  $R_k$  appartenant chacun au solide  $S_j$  et  $S_k$ .

### Paramétrage des solides

Pour définir la position d'un solide nous utiliserons le paramétrage minimum suivant :

$$X = \begin{bmatrix} s \\ q \\ r \\ \alpha \\ \theta \\ \xi \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Ce vecteur, s'il correspond à un paramétrage minimum, ne correspond pas à un paramétrage mécanique absolu, au sens où il fait intervenir des scalaires provenant de différents repères. Nous allons maintenant détailler comment s'expriment les équations du mouvement d'un solide paramétré par ce vecteur.

### 3.2.2 Équations du mouvement d'un solide

Les équations d'équilibre d'un solide sont obtenues en explicitant le principe fondamental de la dynamique à ce solide. Nous choisirons d'écrire les accélérations et les efforts dans le repère ferroviaire, mais nous souhaitons mettre le problème sous une forme simple à intégrer numériquement, c'est à dire (en posant  $\ddot{X} = (\ddot{s}, \ddot{p}, \ddot{r}, \ddot{\alpha}, \ddot{\theta}, \ddot{\xi})$ ) :

$$\mathcal{B}\ddot{X} = \mathcal{F} \quad (3.25)$$

Pour pouvoir mettre le problème sous cette forme, il est nécessaire d'écrire les vitesses et les accélérations dans le repère  $R_m$  pour en déduire les forces d'inerties.

### Vecteur de vitesse de rotation

Avec les notations adoptées dans la section précédente (section 3.2.1, page 125), pour un solide parcourant la ligne à la vitesse  $\dot{s}$ , les vecteurs vitesse de rotation s'écrivent :

$$\overrightarrow{\Omega(S/R_m)} = \dot{\alpha}\vec{u}_v + \dot{\theta}\vec{X}_e + \dot{\xi}\vec{Y}_e = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \cos(\alpha) - \dot{\xi} \sin(\alpha) \cos(\theta) \\ \dot{\theta} \sin(\alpha) + \dot{\xi} \cos(\alpha) \cos(\theta) \\ \dot{\alpha} + \dot{\xi} \sin(\theta) \end{bmatrix}_{R_m} \quad (3.26)$$

$$\overrightarrow{\Omega(R_m/R_o)} = \dot{\beta}\vec{Z}_o + \dot{\psi}\vec{u}_h = \dot{s} \begin{bmatrix} -\hat{\psi} \sin(\beta) \\ \hat{\psi} \cos(\beta) \\ \hat{\beta} \end{bmatrix}_{R_o} = \dot{s} \begin{bmatrix} -\hat{\beta} \sin(\psi) \\ \hat{\psi} \\ \hat{\beta} \cos(\psi) \end{bmatrix}_{R_m} \quad (3.27)$$

Ces vecteurs étant définis, nous pouvons maintenant calculer l'accélération dans le repère  $R_m$ .

### Calcul de l'accélération

Soit l'accélération du centre de gravité du solide  $S$ , pour la calculer, le vecteur  $\overrightarrow{OG_S}$  est décomposé en  $\overrightarrow{OO_m} + \overrightarrow{O_mG_S}$  :

$$\Gamma(S/R_o) = \frac{d^2\overrightarrow{OG}}{dt^2} \Big|_{R_o} = \frac{d^2\overrightarrow{OO_m}}{dt^2} \Big|_{R_o} + \frac{d^2\overrightarrow{O_mG}}{dt^2} \Big|_{R_o} \quad (3.28)$$

Pour  $\overrightarrow{OO_m}$  on obtient :

$$\frac{d^2\overrightarrow{OO_m}}{dt^2} \Big|_{R_o} = \ddot{s} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{R_m} + \dot{s}^2 \begin{bmatrix} 0 \\ \cos(\psi) \hat{\beta} \\ -\hat{\psi} \end{bmatrix}_{R_m} \quad (3.29)$$

Puis pour  $\overrightarrow{O_mG_S}$  :

$$\begin{aligned} \frac{d^2\overrightarrow{O_mG}}{dt^2} \Big|_{R_o} &= \begin{bmatrix} 0 \\ \ddot{q} \\ \ddot{r} \end{bmatrix}_{R_m} + 2\dot{s} \begin{bmatrix} \hat{\psi}\dot{r} - \cos(\psi)\hat{\beta}\dot{q} \\ \sin(\psi)\hat{\beta}\dot{r} \\ -\sin(\psi)\hat{\beta}\dot{q} \end{bmatrix}_{R_m} + \ddot{s} \begin{bmatrix} \check{\psi}r - \cos(\psi)\check{\beta}q \\ \sin(\psi)\check{\beta}r \\ -\sin(\psi)\check{\beta}q \end{bmatrix}_{R_m} \\ &\quad + \dot{s}^2 \begin{bmatrix} -\hat{\beta}^2 \sin(\psi) \cos(\psi)r \\ 2\hat{\psi}\hat{\beta} \cos(\psi)r - \hat{\beta}^2 q \\ -\hat{\beta}^2 \sin(\psi)^2 r - \hat{\psi}^2 r \end{bmatrix}_{R_m} \end{aligned} \quad (3.30)$$

L'accélération étant obtenue dans le repère  $R_m$ , nous pouvons écrire l'équation d'équilibre des forces dans ce repère.

### Équilibre des efforts

Soit  $m$  la masse du solide considéré et  $\overrightarrow{F_S(\overline{S} \rightarrow S)}$  les efforts extérieurs s'appliquant sur celui-ci. Il est possible d'écrire l'équation d'équilibre des forces pour le solide  $S$  sous la forme voulue en regroupant les termes d'accélération à gauche du signe égal et les autres termes à droite :

$$mA \begin{bmatrix} \ddot{s} \\ \ddot{q} \\ \ddot{r} \end{bmatrix} = \overrightarrow{F_S(\overline{S} \rightarrow S)} + m\dot{s}^2 \overrightarrow{F_{i,2}} + m\dot{s} \overrightarrow{F_{i,3}} \quad (3.31)$$

avec :

$$A = \begin{bmatrix} 1 + \check{\psi}r - \cos(\psi)\check{\beta}q & 0 & 0 \\ \sin(\psi)\check{\beta}r & 1 & 0 \\ -\sin(\psi)\check{\beta}q & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

et

$$\overrightarrow{F_{i,2}} = - \begin{bmatrix} -\cos(\psi)\sin(\psi)\hat{\beta}^2r \\ \cos(\psi)\hat{\beta} + 2\cos(\psi)\hat{\psi}\hat{\beta}r - \hat{\beta}^2q \\ -\hat{\psi} - \sin(\psi)^2\hat{\beta}^2r - \hat{\psi}^2r \end{bmatrix}_{R_m} \quad \overrightarrow{F_{i,3}} = - \begin{bmatrix} 2\hat{\psi}\dot{r} - \cos(\psi)\hat{\beta}\dot{q} \\ \sin(\psi)\hat{\beta}\dot{r} \\ -\sin(\psi)\hat{\beta}\dot{q} \end{bmatrix}_{R_m} \quad (3.33)$$

Le terme  $mA$  étant dépendant des positions du solide, il faudra en tenir compte dans l'écriture de l'algorithme de résolution.  $m\dot{s}^2 \overrightarrow{F_{i,2}}$  et  $m\dot{s} \overrightarrow{F_{i,3}}$  seront appelés, par abus de langage, les efforts d'inertie agissant sur le solide.

Procédons de manière similaire pour le moment dynamique.

### Dérivation du vecteur vitesse de rotation

Comme précédemment, commençons par séparer  $\Omega$  en deux termes :  $\Omega(S/R_m)$  et  $\Omega(R_m/R_o)$  :

$$\frac{d\overrightarrow{\Omega}(S/R_o)}{dt} = \frac{d\overrightarrow{\Omega}(S/R_m)}{dt} + \frac{d\overrightarrow{\Omega}(R_m/R_o)}{dt} \quad (3.34)$$

Dérivons d'abord  $\overrightarrow{\Omega}(R_m/R_o)$  :

$$\left. \frac{d\overrightarrow{\Omega}(R_m/R_o)}{dt} \right|_{R_o} = \ddot{s} \begin{bmatrix} -\sin(\psi)\check{\beta} \\ \check{\psi} \\ \cos(\psi)\check{\beta} \end{bmatrix}_{R_m} + \dot{s}^2 \begin{bmatrix} -\cos(\psi)\hat{\beta}\hat{\psi} \\ 0 \\ -\sin(\psi)\hat{\beta}\hat{\psi} \end{bmatrix}_{R_m} \quad (3.35)$$

Puis  $\overrightarrow{\Omega}(S/R_m)$  :

$$\left. \frac{d\overrightarrow{\Omega}(S/R_m)}{dt} \right|_{R_o} = \begin{bmatrix} -\ddot{\xi}\sin(\alpha)\cos(\theta) + \ddot{\theta}\cos(\alpha) \\ \ddot{\xi}\cos(\alpha)\cos(\theta) + \ddot{\theta}\sin(\alpha) \\ \ddot{\xi}\sin(\theta) + \ddot{\alpha} \end{bmatrix}_{R_m} - \dot{s}\overrightarrow{M_{i,3}} - \overrightarrow{M_{i,4}} \quad (3.36)$$

avec :

$$\overrightarrow{M_{i,3}} = - \begin{bmatrix} \hat{\psi} \dot{\xi} \sin(\theta) + \hat{\alpha} - \hat{\beta} \cos(\psi) \left( \dot{\theta} \sin(\alpha) + \dot{\xi} \cos(\theta) \cos(\alpha) \right) \\ \hat{\beta} \cos(\psi) \left( -\dot{\xi} \sin(\alpha) \cos(\theta) + \dot{\theta} \cos(\alpha) \right) \\ + \hat{\beta} \sin(\psi) \left( \dot{\xi} \sin(\theta) + \dot{\alpha} \right) \\ - \hat{\beta} \sin(\psi) \left( -\dot{\theta} \sin(\alpha) + \dot{\xi} \cos(\theta) \cos(\alpha) \right) \\ - \hat{\psi} \left( -\dot{x} \sin(\alpha) \cos(\theta) + \dot{\theta} \cos(\alpha) \right) \end{bmatrix}_{R_m} \quad (3.37)$$

et :

$$\overrightarrow{M_{i,4}} = - \begin{bmatrix} -\dot{\xi} \dot{\alpha} \cos(\alpha) \cos(\theta) + \dot{\xi} \dot{\theta} \sin(\alpha) \sin(\theta) \\ \dot{\theta} \dot{\alpha} \cos(\alpha) - \dot{\xi} \dot{\theta} \sin(\theta) \cos(\alpha) + \dot{\xi} \dot{\alpha} \cos(\theta) \sin(\alpha) \\ \dot{\xi} \dot{\theta} \cos(\theta) \end{bmatrix}_{R_m} \quad (3.38)$$

### Équilibre des moments

Soit  $I(G)_S$  la matrice d'inertie du solide  $S$  et  $\overrightarrow{M_S(G_S : \overline{S} \rightarrow S)}$  les moment appliqués sur celui-ci. L'équation d'équilibre du solide  $S$  pour les moments s'écrit sous la forme :

$$\mathcal{I} \left( \begin{bmatrix} -\ddot{\xi} \sin(\alpha) \cos(\theta) + \ddot{\theta} \cos(\alpha) \\ \ddot{\xi} \cos(\alpha) \cos(\theta) + \ddot{\theta} \sin(\alpha) \\ \ddot{\xi} \sin(\theta) + \ddot{\alpha} \end{bmatrix} + \ddot{s} \overrightarrow{M_{i,1}} - \dot{s}^2 \overrightarrow{M_{i,2}} - \dot{s} \overrightarrow{M_{i,3}} - \overrightarrow{M_{i,4}} \right) = \overrightarrow{M_S(G_S : \overline{S} \rightarrow S)} \quad (3.39)$$

avec :

$$\mathcal{I} = P_{R_m \leftarrow R} I(G)_S P_{R \leftarrow R_m}$$

Comme précédemment nous rassemblons les termes d'accélération à gauche du signe égal et les autres à droite. Soit la matrice  $B$  telle que :

$$B = \begin{bmatrix} 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \cos(\theta) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\theta) \cos(\alpha) \\ 1 & 0 & \sin(\theta) \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Alors :

$$\mathcal{I} \left( B \begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \\ \ddot{\xi} \end{bmatrix} + \ddot{s} \overrightarrow{M_{i,1}} \right) = \mathcal{I} \left( \dot{s}^2 \overrightarrow{M_{i,2}} + \dot{s} \overrightarrow{M_{i,3}} + \overrightarrow{M_{i,4}} \right) + \overrightarrow{M_S(G_S : \overline{S} \rightarrow S)} \quad (3.41)$$

Les équations d'équilibre des forces et des moments étant écrites, nous pouvons les rassembler pour nous ramener à la forme souhaitée :

$$\mathcal{B} \ddot{X} = \mathcal{F} \quad (3.42)$$



### Équation d'équilibre totale

Soit  $\mathcal{M}$  et  $C$  (provenant de  $\overrightarrow{M_{i,1}}$ ) telles que :

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & \mathcal{I} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -\sin(\psi)\check{\beta} & 0 & 0 \\ \check{\psi} & 0 & 0 \\ \cos(\psi)\check{\beta} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

L'équation d'équilibre du solide peut alors se mettre sous la forme :

$$\mathcal{M}\mathcal{A}\ddot{X} = \mathcal{F}_i + \mathcal{F}_{ext} \quad (3.44)$$

Avec :

$$\mathcal{F}_i = \begin{bmatrix} m\dot{s}^2 F_{i,2} + m\dot{s} F_{i,3} \\ \mathcal{I}\dot{s}^2 M_{i,2} + \mathcal{I}\dot{s} M_{i,3} + \mathcal{I} M_{i,4} \end{bmatrix}, \quad \mathcal{F}_{ext} = \begin{bmatrix} \overrightarrow{F_S(\bar{S} \rightarrow S)} \\ \overrightarrow{M_S(G_S : \bar{S} \rightarrow S)} \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & B \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

Le problème est maintenant mis sous la forme souhaitée. Notons que l'inverse de  $\mathcal{M}\mathcal{A}$  est  $\mathcal{A}^{-1}\mathcal{M}^{-1}$ , que l'inverse de  $\mathcal{M}$  est très simple et que celle de  $\mathcal{A}$  se calcule analytiquement. Le coût d'inversion de la matrice  $\mathcal{M}\mathcal{A}$  est donc faible.

Dans notre code, le calcul de  $\mathcal{M}^{-1}$  et de  $\mathcal{A}^{-1}$  se fait dans la fonction `Solide_3D`, le calcul de  $\mathcal{F}_i$  est fait, conjointement aux calculs de pesanteurs dans la fonction `Pesanteur_3D`. Le bilan des efforts et multiplication par les matrices  $\mathcal{M}^{-1}$  et  $\mathcal{A}^{-1}$  s'effectue dans la fonction `Cond_lim_3D`.

Les équations de la dynamique en courbe sont établies, la méthode d'intégration du contact roue-rail est choisie. Nous pouvons maintenant établir le schéma de fonctionnement du code `CRRv8`.

### 3.2.3 Fonctionnement de CRRv8

#### Présentation

La forme de l'équation différentielle obtenue nous permet d'établir un schéma de fonctionnement du code `CRRv8` (figure 3.13, page 134).

A partir d'un état donné  $(X, \dot{X})$ , `Trace_sol_3D` extrait l'abscisse curviligne, et en déduit les angles  $\psi$ ,  $\beta$ ,  $\hat{\psi}$ ,  $\hat{\beta}$ ,  $\check{\psi}$  et  $\check{\beta}$  du tracé de voie. La fonction `Pesanteur_3D` calcule les efforts et moment d'inertie (et de pesanteur) s'appliquant sur chacun des solides (section 3.2.2, page 129). Ensuite, la fonction `Solide_3D` calcule les matrices de passage des repères  $R$  aux repères  $R_m$  et au repère  $R_o$  (section 3.2.1, page 125), les positions et vitesses des points de liaison et les matrices  $\mathcal{A}^{-1}$  et  $\mathcal{M}^{-1}$ . Ces informations sont fournies aux modèles de liaison et

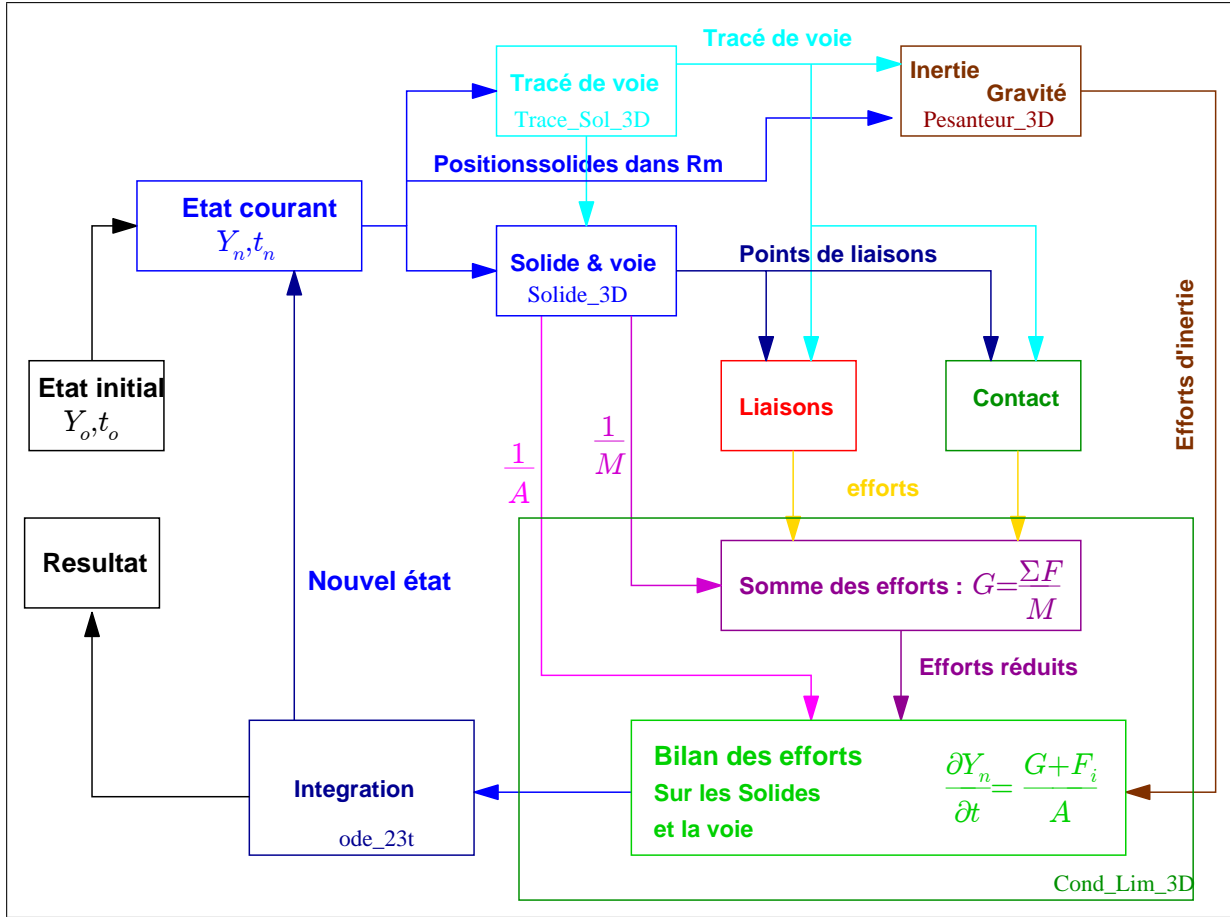


FIG. 3.13 – Schéma de fonctionnement de CRRv8

au modèle de contact qui calculent les interactions entre solides. Ces efforts sont additionnés, divisés par  $\mathcal{A}^{-1}$  et  $\mathcal{M}^{-1}$  dans la fonction `Cond_Lim_3D`.

### Intégration numérique

Le code `CRRv8` a été conçu pour fonctionner avec n'importe lequel des intégrateurs fournis par Matlab. Les essais faits ont montré que les méthodes d'intégration qui fonctionnaient le mieux étaient les méthodes « Euler implicite » à un pas (`ode23t` et `ode23tb`). Les calculs restent très lents, essentiellement parce que si l'un des essieux a besoin d'un faible pas de temps, cela se répercute sur l'intégration du système complet. Pour éviter ce problème, on peut dissocier les équations différentielles des essieux du reste du système et les intégrer séparément. Ainsi, si l'un des essieux nécessite un pas de temps faible, ce pas de temps n'est pas communiqué au reste du système<sup>16</sup>.

### 3.2.4 Conclusion

Les équations d'équilibre sont écrites dans le repère  $R_m$ , nous avons choisi d'écrire ces équations sans faire d'approximation mais le lecteur pourra trouver dans (4) les approxima-

<sup>16</sup>C'est ainsi que fonctionne VOCOLIN.

tions qui peuvent être faites sur les déplacements relatifs entre solides. Il est aussi possible de faire des développements limités sur certains angles de solides. En dynamique ferroviaire, il est rare d'avoir des angles de solides supérieurs à  $20^\circ$ . Les cosinus peuvent être considérés comme valant 1 et les sinus comme valant l'angle. Toutefois ces approximations ne nous ont pas parues cohérentes dans le cas du renversement puisque nous cherchons des angles de roulis de l'ordre de  $30^\circ$ .

Le code **CRRv8** ainsi décrit intègre bien une formulation « grands déplacements » et « grands angles » qu'il est utile de mettre en place pour les calculs de renversement. Il reste à décrire les liaisons entre solides pour avoir un outil de modélisation fonctionnel.

### 3.3 Interactions entre solides

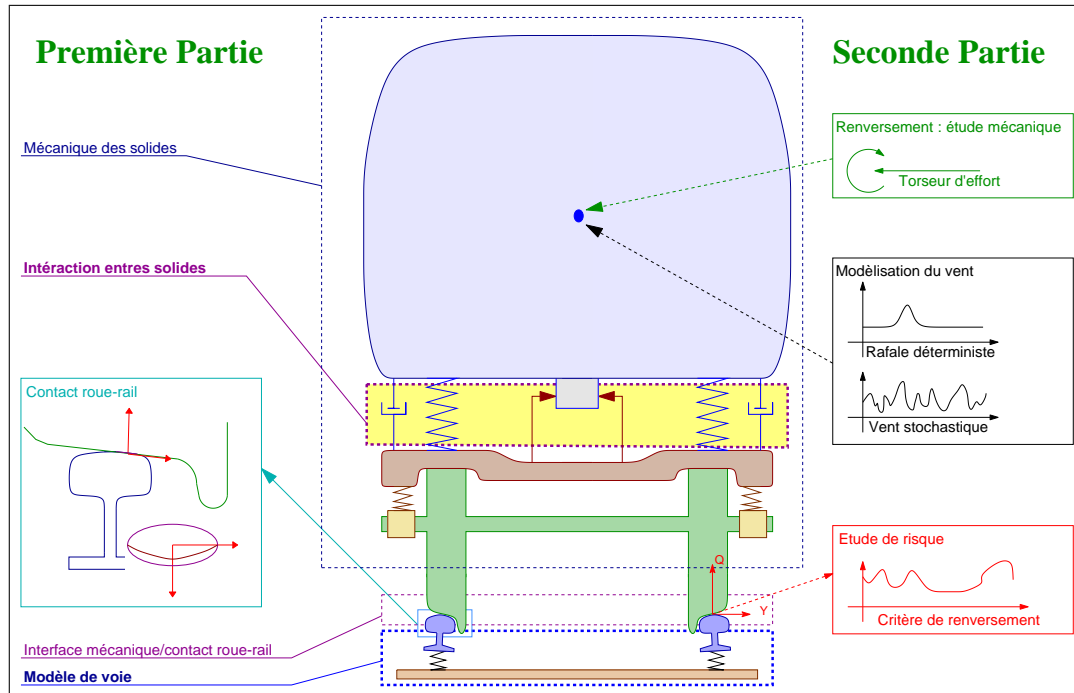


FIG. 3.14 – Fil conducteur de la thèse : Interaction entre solides

Dans cette partie, nous définirons les lois d'interaction des liaisons entre solides ainsi que le fonctionnement du noyau de contact roue-rail. Nous ferons dans une première partie la distinction entre les liaisons mono-directionnelles et les liaisons multi-directionnelles, et nous proposerons une formulation en grands déplacements et grandes rotations basée sur le calcul des positions de points de fixation des liaisons, et le repère de liaison.

#### 3.3.1 Liaisons mono-directionnelles

Ces liaisons se caractérisent par des fixations rotules de part et d'autre. La liaison n'a donc qu'un seul axe de travail et ne transmet, aucun moment, aux points d'attache. Trois modèles de liaisons sont disponibles : les liaisons simples pour modéliser les amortisseurs verticaux, les liaisons doubles ou spécifiques aux amortisseurs anti-lacet et la liaison avec masse intermédiaire qui peut aussi être utilisée pour modéliser les amortisseurs anti-lacet.

##### La liaison simple

Cette liaison (`rotule_3D`) permet de modéliser essentiellement les amortisseurs des différents étages de suspension. On peut lui donner une raideur ( $F = K \times E$ ), un amortissement ( $F = C \times \dot{E}$ ), une partie conservative non linéaire ( $F = K_{nl}(E)$ ) et une partie dissipative non linéaire ( $F = C_{nl}(\dot{E})$ ).

Connaissant dans  $R_o$  les positions et vitesses des points d'attache aux solides  $P_h$  et  $P_b$ , il est possible de calculer la longueur  $E$ , La vitesse d'allongement  $\dot{E}$  et sa direction de travail

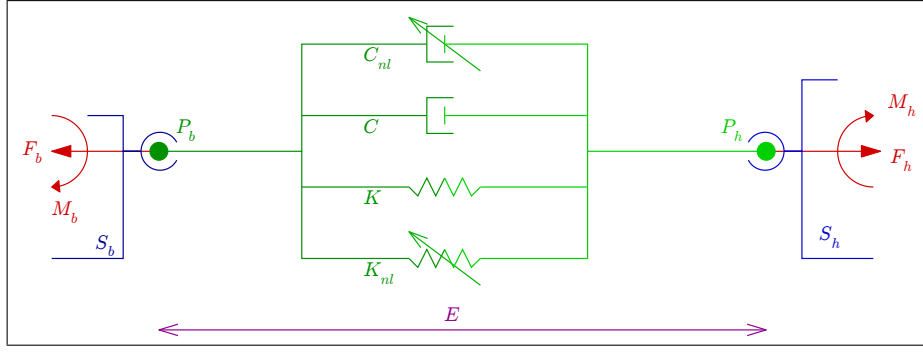


FIG. 3.15 – Liaison mono-directionnelle simple

$\vec{U}$  exprimée dans  $R_o$  :

$$\begin{cases} E &= \|\vec{P_h P_b}\| \\ \dot{E} &= \frac{(x_h - x_b)(\dot{x}_h - \dot{x}_b) + (y_h - y_b)(\dot{y}_h - \dot{y}_b) + (z_h - z_b)(\dot{z}_h - \dot{z}_b)}{E} \\ \vec{U} &= \frac{\vec{P_h P_b}}{\|\vec{P_h P_b}\|} \end{cases} \quad (3.47)$$

Avec :

$$\vec{OP_h} \begin{bmatrix} x_h \\ y_h \\ z_h \end{bmatrix}_{R_o} \quad \text{et} \quad \vec{OP_b} \begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix}_{R_o} \quad (3.48)$$

La loi de liaison est alors exprimée dans  $R_o$  sous la forme :

$$\begin{cases} \vec{F_h} &= \left( -K(E - l_o) + K_{nl}(E) - C\dot{E} + C_{nl}(\dot{E}) \right) \vec{U} \\ \vec{F_b} &= -\vec{F_h} \\ \vec{M_b}(P_b) &= 0 \\ \vec{M_h}(P_h) &= 0 \end{cases} \quad (3.49)$$

Le calcul des efforts fait, il reste à transférer le moment  $M_h$  au centre de gravité du solide  $S_h$  et le moment  $M_b$  au centre de gravité du solide  $S_b$  et projeter les efforts dans les repères ferroviaire  $R_m^h$  et  $R_m^b$ .

### La liaison double

Ce type de liaison est spécifique aux amortisseurs anti-lacets. Similaire à la précédente, elle est constituée de deux éléments montés en série, en parallèle avec un troisième (figure 3.16, page 138). L'état de cette liaison est défini par les positions et les vitesses des points  $P_h$  et  $P_b$  auxquelles il faut rajouter un état interne : la longueur  $E_1$ . Pour ce modèle de liaison,

la loi d'évolution de  $E_1$  est basée sur la fonction  $C_{nl}^1(E_1)$  ; aussi l'usage de cette liaison est-il limité au cas où la fonction  $C_{nl}^1(E_1)$  est bijective (ou globalement inversible).

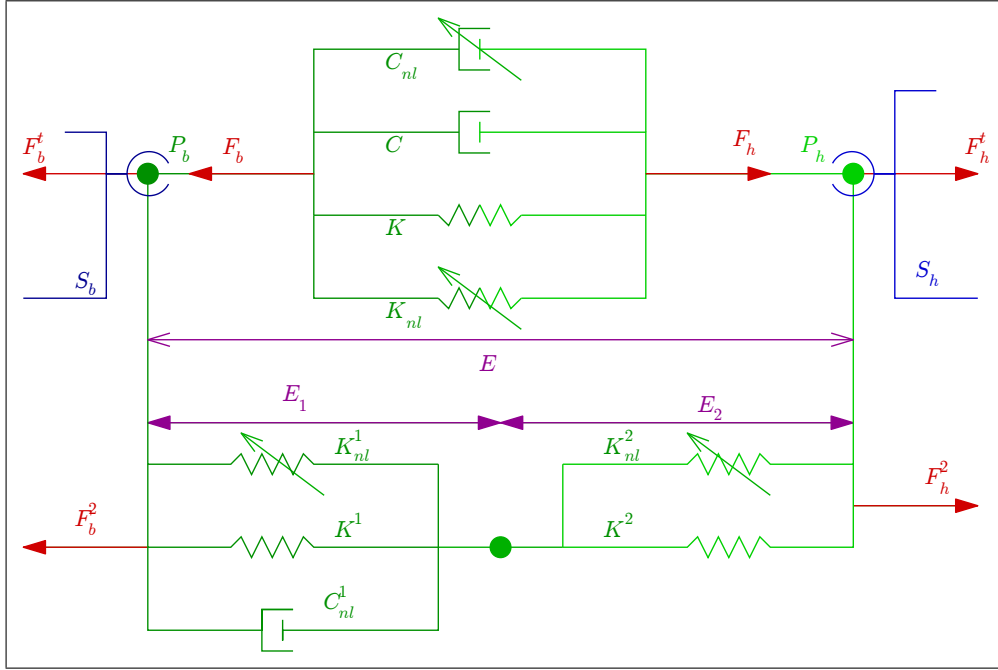


FIG. 3.16 – Liaison mono-directionnelle double

Cette liaison (`amoraids_3D`) a pour caractéristiques globales une raideur ( $F = K \times E$ ), un amortissement ( $F = C \times \dot{E}$ ), une partie conservative non linéaire ( $F = K_{nl}(E)$ ) et une partie dissipative non linéaire ( $F = C_{nl}(\dot{E})$ ) ; pour sa partie basse à gauche (coté solide du bas), un raideur ( $F = K^1 \times E_1$ ), une partie conservative non linéaire ( $F = K_{nl}^1(E_1)$ ) et une partie dissipative non linéaire ( $F = C_{nl}^1(\dot{E}_1)$ ) ; pour sa partie basse à droite une raideur ( $F = K^2 \times E_2$ ) et une partie conservative non linéaire ( $F = K_{nl}^2(E_2)$ ).

Le calcul est exactement le même que précédemment pour la partie haute de la liaison. Connaissant  $E_1$  les efforts s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_h = \left( -K(E - l_o) + K_{nl}(E) - C\dot{E} + C_{nl}(\dot{E}) \right) \vec{U} \\ \vec{F}_b = -\vec{F}_h \\ E_2 = E - E_1 \\ \vec{F}_b^1 = \left( K^1(E_1 - l_o^1) - K_{nl}^1(E_1) - C_{nl}^1(\dot{E}_1) \right) \vec{U} \\ \vec{F}_b^2 = \left( K^2(E_2 - l_o^2) - K_{nl}^2(E_2) \right) \vec{U} \end{array} \right. \quad (3.50)$$

Or on ne connaît pas  $\dot{E}_1$ , pour le calculer, on admet que  $\vec{F}_b^1 = \vec{F}_b^2$  (c'est à dire que le point milieu est sans inertie). On obtient alors l'équation d'évolution de  $E_1$  que l'on peut

résoudre facilement si  $C_{nl}^1(\dot{E}_1)$  est inversible :

$$C_{nl}^1(\dot{E}_1) = (K^1(E_1 - l_o^1) - K_{nl}^1(E_1)) - (K^2(E_2 - l_o^2) - K_{nl}^2(E_2)) \quad (3.51)$$

On peut construire une liaison (`amoraidd_3D`) similaire : en considérant l'inertie du point milieu, l'état de la liaison sera défini par les positions et les vitesses des points  $P_h$  et  $P_b$  auxquelles il faut ajouter l'allongement  $E_1$  et sa variation  $\dot{E}_1$ . En ce cas, il n'y a plus de restriction sur la modélisation de la partie basse de la liaison (figure 3.17, page 139).

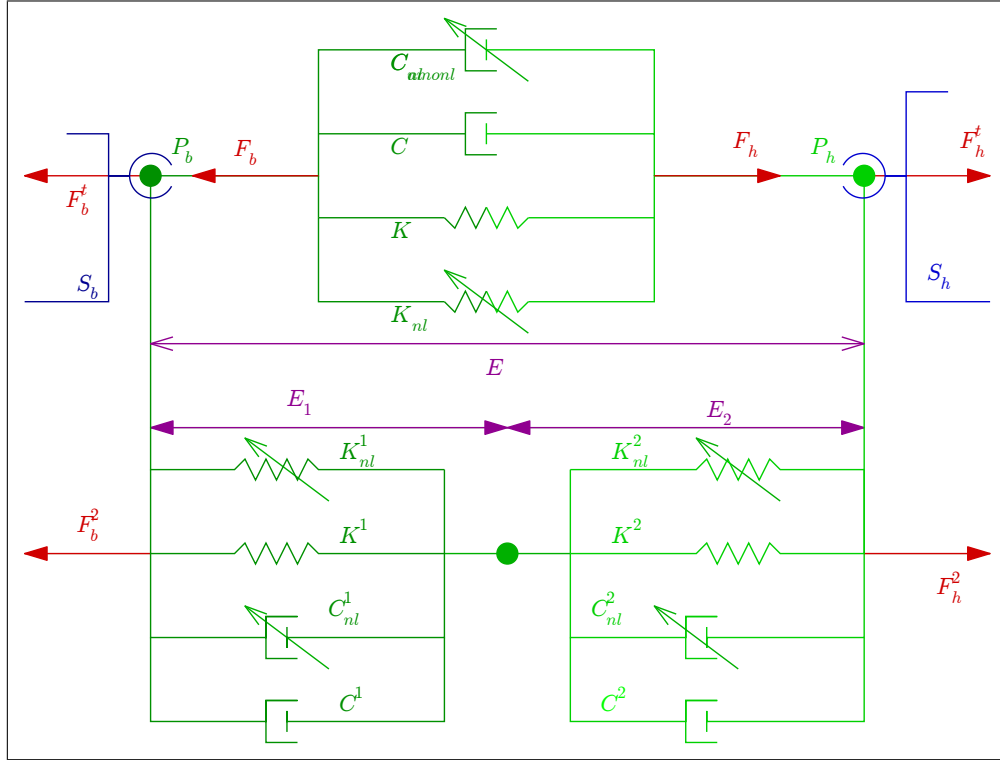


FIG. 3.17 – Liaison mono-directionnelle double avec masse intermédiaire

### 3.3.2 Liaisons tri-dimensionnelles

Contrairement aux liaisons précédentes, ces modèles de liaison ne sont pas uni-directionnelles. La difficulté de la modélisation consiste à écrire une loi de liaison qui tient compte des couplages entre différents degrés de liberté. Pour ce faire, à chaque liaison tridimensionnelle sont attribués un repère de liaison et un centre de liaison. La loi de comportement est écrite dans ce repère et les moments sont réduits en son centre.

#### Repères et centres de liaison

Il y a trois repères de liaison possibles : les repères  $R_h$  et  $R_b$  associés aux deux solides en liaison et leur repère médian (i.e. le repère qui a l'orientation moyenne de ces deux solides). Le repère médian se calcule en prenant la demi-rotation entre  $R_h$  et  $R_b$ . Lorsque les angles ne sont pas petits, il faut définir le vecteur de rotation  $\overrightarrow{U(R_b/R_h)}$  et l'angle de rotation  $\Theta$  entre les repères de chacun des solides. Ses caractéristiques se définissent à partir de la partie antisymétrique de la matrice de rotation  $P_{R_b \leftarrow R_h}$  :

$$\left\{ \begin{array}{ll} P_{R_b \leftarrow R_h} &= P_{R_b \leftarrow R_o} \times P_{R_o \leftarrow R_h} \\ \\ P_{R_b \leftarrow R_h} - P_{R_b \leftarrow R_h}^T &= 2 \begin{bmatrix} 0 & -U_3 & U_2 \\ U_3 & 0 & -U_1 \\ -U_2 & U_1 & 0 \end{bmatrix} \\ \\ \overrightarrow{U(R_b/R_h)} &= \frac{1}{\sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2}} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} \\ \\ \Theta &= \arcsin(\sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2}) \end{array} \right. \quad (3.52)$$

Le repère  $R_l$  se déduit donc du repère  $R_h$  par une rotation autour de  $\overrightarrow{U(R_b/R_h)}$  d'angle  $\Theta_2 = \frac{\Theta}{2}$  :



$$\left\{ \begin{array}{l} v = (1 - \cos(\Theta_2)) \\ \overrightarrow{U(R_b/R_h)} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \\ P_{R_b \leftarrow R_h} = \begin{bmatrix} vu_1u_1 + \cos(\Theta_2) & vu_1u_2 - \sin(\Theta_2)u_3 & vu_1u_3 + \sin(\Theta_2)u_2 \\ vu_1u_2 + \sin(\Theta_2)u_3 & vu_2u_2 + \cos(\Theta_2) & vu_2u_3 - \sin(\Theta_2)u_1 \\ vu_1u_3 - \sin(\Theta_2)u_2 & vu_2u_3 + \sin(\Theta_2)u_1 & vu_3u_3 + \cos(\Theta_2) \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (3.53)$$

Pour le centre de liaison, il y a aussi trois possibilités : les points d'attache de la liaison  $P_h$  et  $P_b$  ainsi que leur milieu :  $\overrightarrow{P_l P_h} = \frac{1}{2} \overrightarrow{P_b P_h}$ .

### Loi de comportement

Soit  $R_l$  le repère de liaison et  $P_l$  le centre de liaison. Les caractéristiques de la liaison sont définies par une matrice de raideur  $K$ , une matrice d'amortissement  $C$ , une fonction conservative non linéaire ( $\vec{F} = K_{nl}(e)$ ) et une fonction non conservative non linéaire ( $\vec{F} = K_{nl}(e)$ ). Pour utiliser les fonctions non linéaires, on définit une direction privilégiée  $\vec{U}_e$  constante vis-à-vis du repère de liaison, le paramètre  $e$  étant alors défini par  $e = \overrightarrow{P_h P_b} \cdot \vec{U}_e$ .

Définissons la déformation de la liaison :

$$\vec{E} = \begin{bmatrix} x_b - x_h \\ y_b - y_h \\ z_b - z_h \\ u_1 \Theta \\ u_2 \Theta \\ u_3 \Theta \end{bmatrix} \quad e = \begin{bmatrix} x_b - x_h \\ y_b - y_h \\ z_b - z_h \end{bmatrix} \cdot \vec{U}_e \quad (3.54)$$

Avec :

$$\overrightarrow{OP_h} = \begin{bmatrix} x_h \\ y_h \\ z_h \end{bmatrix}_{R_o} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{OP_b} = \begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix}_{R_o} \quad (3.55)$$

Les efforts<sup>17</sup> sur les solides écrits dans le repère de liaison s'expriment alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_h = -K(E - l_o) + K_{nl}(e) - C\dot{E} + C_{nl}(\dot{e}) \\ \vec{F}_b = -\vec{F}_h \end{array} \right. \quad (3.56)$$

<sup>17</sup>Moments réduits au centre de liaison compris.

Nom :	Encas_3D	Primaire_3D	Bute_3D
Point de réduction	$P_l$	$P_b$	$P_h$
Repère de liaison	$R_l$	$R_b$	$R_l$
Notes	Solides normaux	Solide du bas = essieu	Solides normaux

TAB. 3.1 – Trois types de liaisons tri-dimensionnelle

Il reste à transférer les moments au centre de gravité des solides  $S_h$  et  $S_b$  et à projeter les efforts dans les repères ferroviaires  $R_m^h$  et  $R_m^b$ . Nous avons développé trois modèles de liaison tridimensionnelle : la liaison encastree pure, la liaison butee et la liaison primaire. Elles diffèrent par le repère de liaison et le centre de liaison (table 3.1, page 142).

### 3.3.3 Modélisation de la voie

La voie peut être choisie comme quasi-statique ou dynamique. Il y a sept degrés de liberté (figure 3.18, page 142). Dans une modélisation quasi-statique l'état de la voie est défini par le vecteur d'état  $U$ , dans une modélisation dynamique l'état de la voie est défini par les vecteurs  $U$  et  $\dot{U}$ . Dans un premier temps, la flexion transversale du rail n'a pas été intégrée, mais la prise en compte de la souplesse du rail ne présente pas de difficulté majeure et pourra être intégrée dans des travaux ultérieurs<sup>18</sup>.

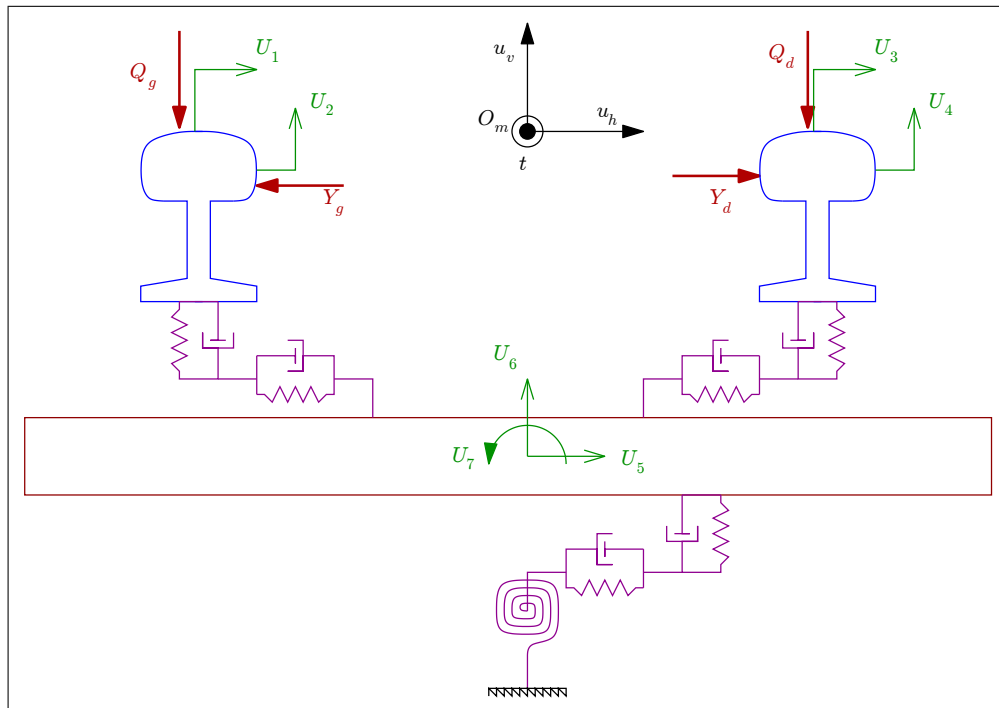


FIG. 3.18 – Modèle de Voie

Dans le cas quasi-statique l'équation à intégrer est :

<sup>18</sup>Nous n'avons pas intégré ce paramètre par manque de données sur la flexibilité de la fixation rail-traverse.

$$\mathcal{C}_v \dot{U} + \mathcal{K}_v(U - U_o) = \begin{bmatrix} Y_g \\ Q_g \\ Y_d \\ Q_d \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

Dans le cas dynamique il faut résoudre :

$$\mathcal{M}_v \ddot{U} + \mathcal{C}_v \dot{U} + \mathcal{K}_v(U - U_o) = \begin{bmatrix} Y_g \\ Q_g \\ Y_d \\ Q_d \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

Notons que dans les deux cas, la voie est supposée immobile pour le noyau de contact roue-rail, c'est à dire que la vitesse de déplacement latéral des rails ne rentre pas en compte dans le calcul des pseudo-glissements. En effet, la modélisation des rails en tant que solide (et non en tant que poutre flexible) est trop sommaire pour avoir des vitesses de déplacement des rails fiables. C'est pourquoi nous n'utiliserons qu'une modélisation statique de la voie.

L'intégration des variations de dressage, d'écartement, de dévers, ou des nivellements se font en modifiant le point d'équilibre statique de la voie. Cela se traduit par un ajustement la valeur de  $U_o$  dans les équations précédentes.

Après avoir détaillé le fonctionnement du contact roue-rail, la manière dont les équations de la dynamique sont écrites et les modèles de liaison utilisés, nous avons complètement décrit le code **CRRv8**.

### 3.3.4 Conclusion sur la modélisation mécanique

Ce nouveau modèle de dynamique ferroviaire répond à un cahier des charges spécifique au renversement en prenant en compte les grands angles et les grands déplacements tout en modélisant le contact de manière précise.

Ce cahier des charges est clairement en défaveur du temps de calcul, ce qui n'est pas gênant dans un code destiné à la recherche, mais peut devenir rédhibitoire dans un contexte industriel. Un développement limité de l'ensemble des formules au premier ou au second ordre devrait permettre de faire des économies conséquentes sur le temps de calcul. Ce travail d'homogénéisation de la précision serait éventuellement à faire pour rendre le code plus aisément utilisable.

### 3.4 Validation du code CRRv8.

Le code CRRv8 (Contact-Roue-Rail) que nous avons développé a été validé sur 4 cas tests par une comparaison avec le code VAMPIRE. VAMPIRE est un code commercial qui a été mis à l'épreuve sur de nombreux cas (8), et notamment sur le Manchester Benchmark. Malgré le fait que ce soit un code limité dans sa formulation du contact roue-rail, il est reconnu pour sa robustesse et la qualité de ses simulations.

Nous avons choisi quatre cas tests complémentaires. Le premier concerne le calcul de la vitesse de lacet et permet de valider le calcul des efforts de glissements. Le second cas test porte sur la réponse du véhicule à un défaut d'écartement, ce défaut étant symétrique, ce test permet de vérifier que les calculs sur les roue droite et gauche sont homogènes et de mettre les roues en double contact de part et d'autre. Le troisième cas test est un défaut de nivellement et permet de valider le calcul des efforts normaux au contact roue-rail : les roues doivent s'élever au même rythme que la voie sans que les efforts au contact n'augmentent (si ce n'est pour vaincre l'inertie des solides). Enfin, le quatrième cas test porte sur un défaut de dressage. Il s'agit d'un test antisymétrique visant à regarder le comportement d'une roue dite guidante vis-à-vis de l'autre roue. Notons que l'on retrouve des cas test similaires dans le Manchester Benchmark<sup>19</sup>.

Au terme de ces cas test, pour être exhaustif, il nous faudrait tester l'inscription en courbe, ce que nous n'avons pas fait<sup>20</sup> mais la version actuelle du code prévoit ce type de calculs.

#### 3.4.1 Modélisation du véhicule

Cette thèse porte sur le comportement d'une motrice TGV Duplex soumise au vent. Nous nous limitons donc à une modélisation « basses fréquences » (inférieures à  $20Hz$ ) et par conséquent nous pouvons nous limiter à une modélisation en solides rigides. Le véhicule a été présenté précédemment (section 1.1.1, page 6). Nous proposons dans cette partie de définir les liaisons qui modélisent les éléments mécaniques de la motrice.

Le modèle de motrice TGV Duplex est constitué de sept solides : une caisse, deux bogies et quatre essieux. Les ressorts du secondaire sont modélisés par des ressorts fixés rigidement sur le bogie et la caisse. Leur comportement étant parfaitement symétrique on utilise la fonction `Encas_3D`. Les butées transversales (contact entre une butée souple côté bogie sur une surface rigide côté caisse), sont modélisées par la fonction `Bute_3D`. Les amortisseurs sont modélisés par des liaisons simples (fonction `Rotule_3D`) à l'exception des amortisseurs anti-

---

<sup>19</sup>Nous n'avons pas voulu tester sur le Manchester Benchmark car il aurait fallu recréer un véhicule, des profils de roue, des liaisons supplémentaires, ce qui sur un code en développement comme CRRv8 est coûteux en temps.

<sup>20</sup>Par manque de temps.

lacet où la raideur de la liaison a une influence importante sur le comportement du véhicule (fonction `Amoraid_3D`). Les suspensions primaires permettent la transmission d'efforts entre le bogie et l'essieu mais pas du moment selon l'axe de rotation de l'essieu. Par conséquent, le point de réduction de cette liaison est situé sur l'axe de l'essieu (fonction `Primaire_3D`). Enfin la liaison d'entraînement est modélisée par un ressort très raide (fonction `Bute_3D`). Les caractéristiques de ces liaisons ont été extraites des modèles VAMPIRE existants. Les raideurs et amortissements de la voie ont été eux aussi extraits du modèle VAMPIRE pour avoir deux modèles les plus similaires possible.

### 3.4.2 Premier cas test : calcul de la vitesse critique

Ce cas test permet de valider les expressions des pseudo-glissements et des efforts tangents. Nous utilisons pour ce faire un modèle bogie moteur TGV Duplex sans amortisseurs anti-lacet. Nous appelons vitesse critique la vitesse à partir de laquelle, si on déporte le bogie de  $1\text{mm}$ , celui-ci ne se recentre pas dans la voie (figure 3.19, page 145). Les études numériques de Forton (9) donnaient une valeur de  $110\text{m/s}$ . Avec CRR, on trouve une vitesse critique de  $108\text{m/s}$ , alors que VAMPIRE<sup>21</sup> donne  $120\text{m/s}$ . Considérant la sensibilité du phénomène, ces résultats sont très cohérents.

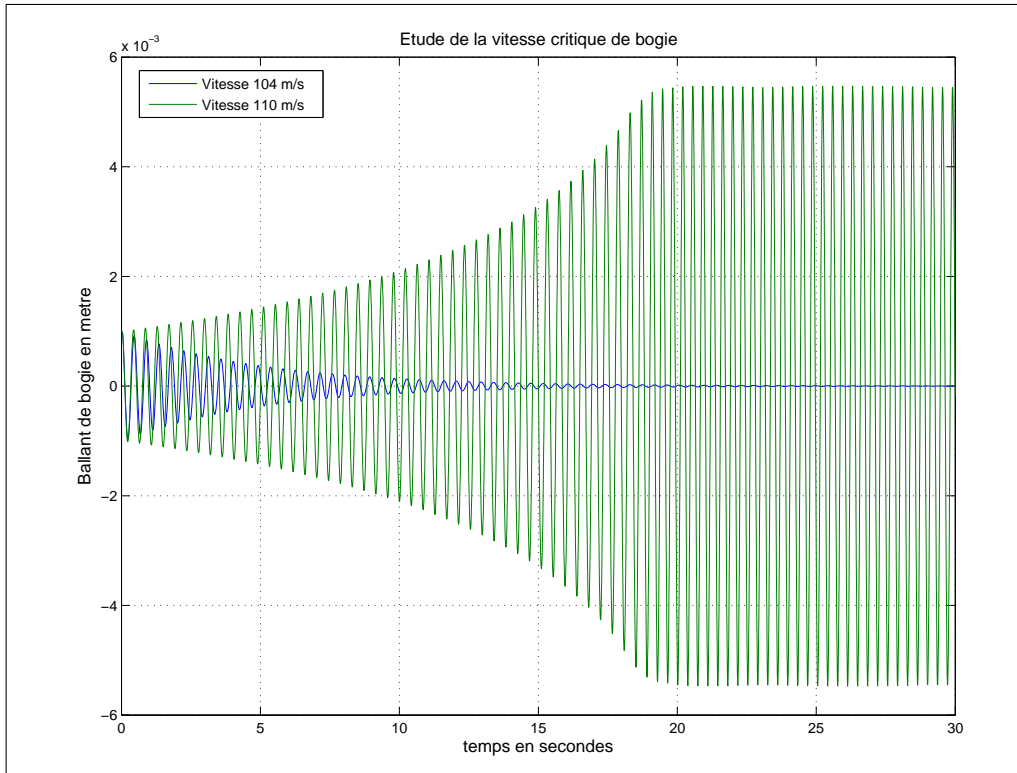


FIG. 3.19 – Calcul de vitesse critique sous CRR : vitesses de 104 et 110 m/s

Notons que ce n'est pas par cette méthode que l'on estime la vitesse critique en dynamique

<sup>21</sup>On ne peut pas préciser les conditions initiales dans VAMPIRE, la méthode de calcul est donc moins fiable.

ferroviaire. On applique, plus communément, une rampe de vitesse croissante puis une rampe de vitesse décroissante : les vitesses ou les instabilités apparaissent ou disparaissent donnent une estimation de la vitesse critique.

### 3.4.3 Deuxième cas test : défauts d'écartement

Ce cas test permet de mettre en lumière l'usage de deux zones de contact simultanées. On considère une voie dont on fait varier l'écartement de manière sinusoïdale. On regarde l'évolution du pompage (figure 3.20, page 147) et des efforts  $F_y$  (figure 3.21, page 148) sur l'essieu.

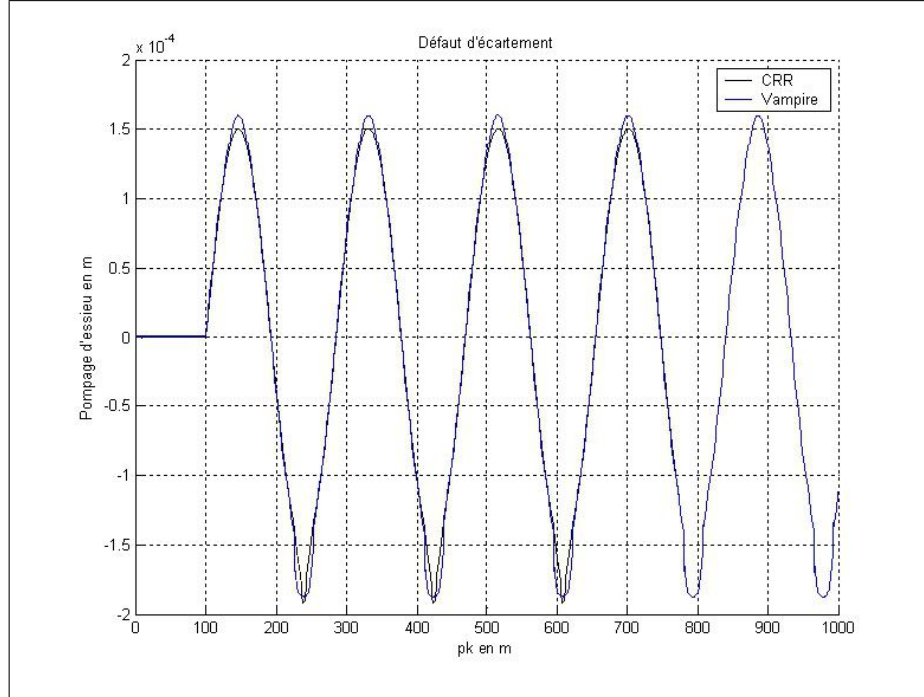


FIG. 3.20 – Pompage de l'essieu pour un défaut d'écartement sinusoïdal

La courbe de pompage doit avoir une forme de sinusoïde très resserrée vers le bas (la conicité augmente quand l'écartement diminue). Notons que la courbe de CRR diffère de celle de VAMPIRE lorsqu'il y a double contact. En effet, si on prend bien en compte le double contact (dans CRR), les efforts latéraux dans la voie sont plus faibles que si on considère un mono-contact. Par conséquent la voie s'ouvre moins et l'essieu monte plus haut. L'écart de valeur sur  $F_y$  au repos vient certainement d'une prise en compte du spin différente dans les deux codes. En effet, l'écart se produisant symétriquement à gauche et à droite, les angles au contact étant égaux, et les pseudo-glissements latéraux nuls, la différence ne peut venir que des forces de spin. Les résultats sont cohérents et nous remarquons déjà une différence entre un code mono-contact et un code multi-contact.

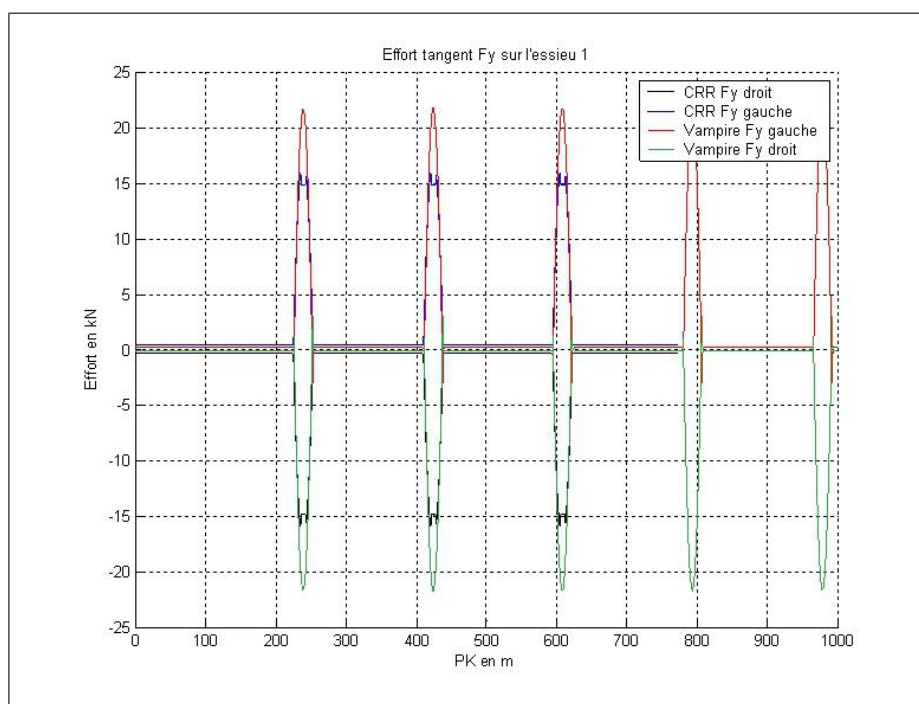


FIG. 3.21 – Efforts  $F_y$  pour un défaut d'écartement sinusoïdal



### 3.4.4 Troisième cas : défaut de nivellement

Dans ce troisième cas, on fait varier la hauteur des rails de manière sinusoïdale. Tant dans VAMPIRE que dans CRR, on observe des résultats similaires sur le comportement vertical (figure 3.22, page 149, écart inférieur à  $0.1mm$  soit de l'ordre de l'enfoncement de la roue dans le rail) et sur les efforts verticaux (figure 3.23, page 150). Sur ces derniers, on observe un bruit haute fréquence sur les efforts verticaux ( $4Hz$ ) sur les calculs issus de VAMPIRE et de CRR. A ce jour nous n'avons pas su les interpréter. Pour CRR, ce bruit est probablement lié à la technique d'intégration : les efforts verticaux augmentent brutalement pour que la roue s'élève en même temps que le rail, puis se réduisent. Il est probable que VAMPIRE ait la même difficulté.

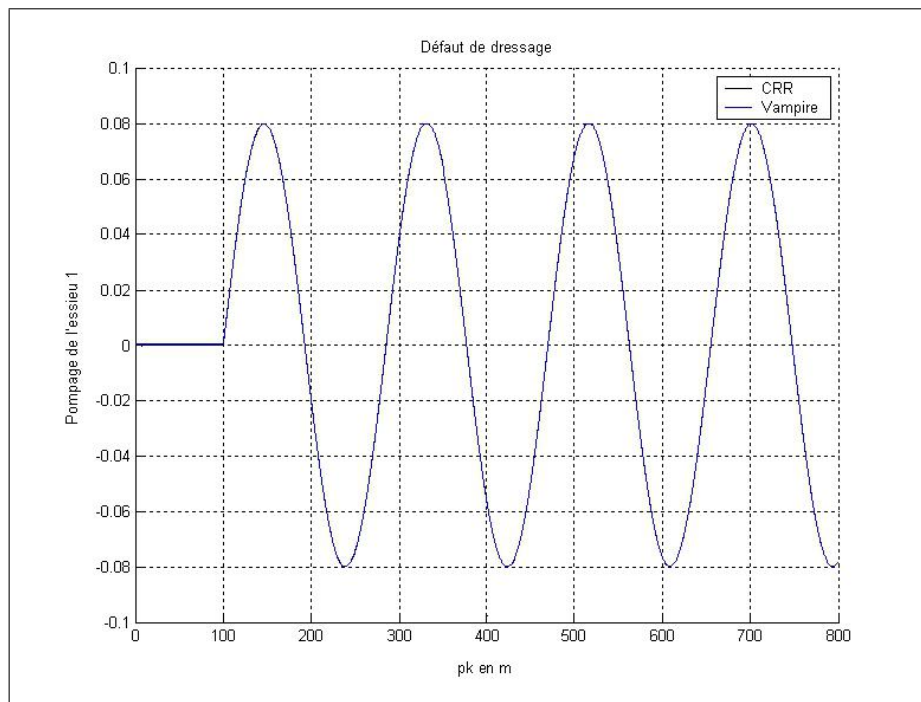
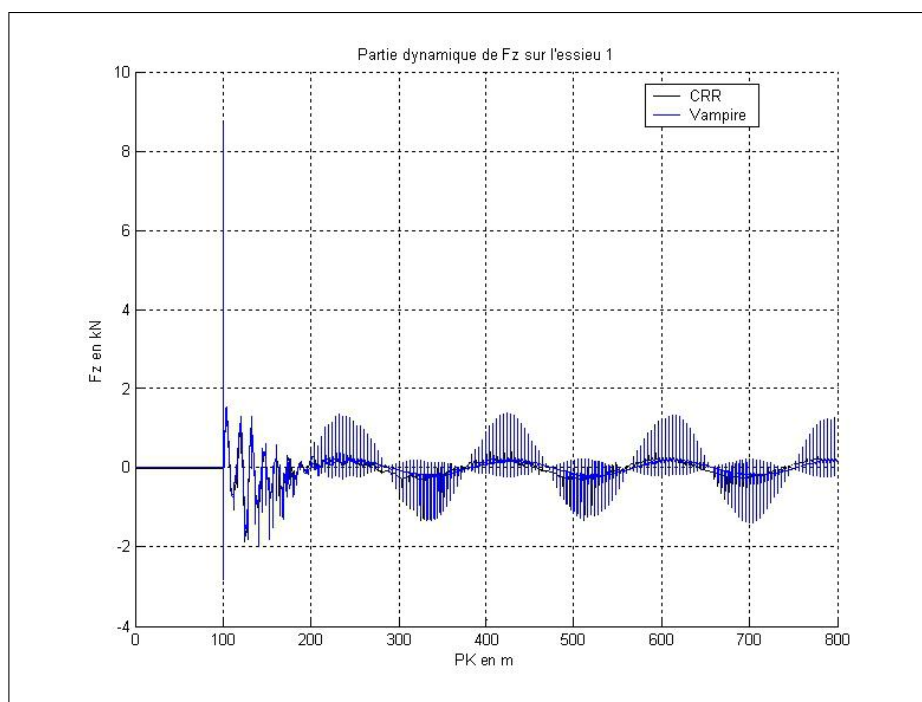


FIG. 3.22 – Pompage de l'essieu pour un défaut de nivellement sinusoïdal

FIG. 3.23 – Efforts  $F_z$  pour un défaut de nivellement sinusoïdal

### 3.4.5 Quatrième cas : défaut de Dressage

Dans ce quatrième cas test, on fait varier l'altitude du rail gauche de manière sinusoïdale. Les 2 codes donnent des résultats similaires sur le ballant d'essieu (figure 3.24, page 151) et les efforts  $F_y$  (figure 3.25, page 152) à une exception près ; on observe un déphasage entre les deux courbes. Dont les causes peuvent être : soit une prise de lacet différente, ce qu'infirmes la figure 3.26 (page 152), soit une modélisation différente de la voie.

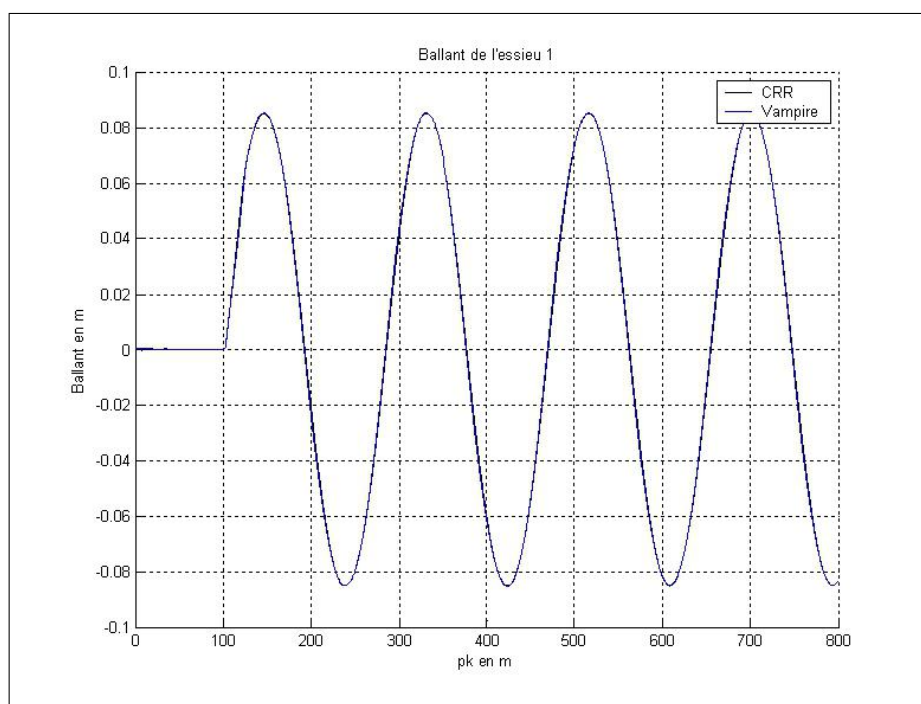


FIG. 3.24 – Ballant de l'essieu pour un défaut de dressage sinusoïdale

Notons encore une fois un bruit haute fréquence dont l'amplitude est plus importante sur le calcul VAMPIRE que sur le calcul du code CRR. En effet CRR détecte parfaitement la deuxième zone de contact alors que VAMPIRE ne sait pas la traiter (figure 3.27, page 153 CRR est en multi-contact, VAMPIRE en mono-contact).

### 3.4.6 Conclusion sur la validation

Les développements assez théoriques sur le contact roue-rail et la dynamique grands déplacements trouvent leurs applications dans le code CRR. A la lumière des quelques cas de validation proposés ici, apparaît comme réaliste et fonctionnel. Remarquons que d'ores et déjà la modélisation multi-contact permet de mettre en évidence des différences de résultats entre les codes.

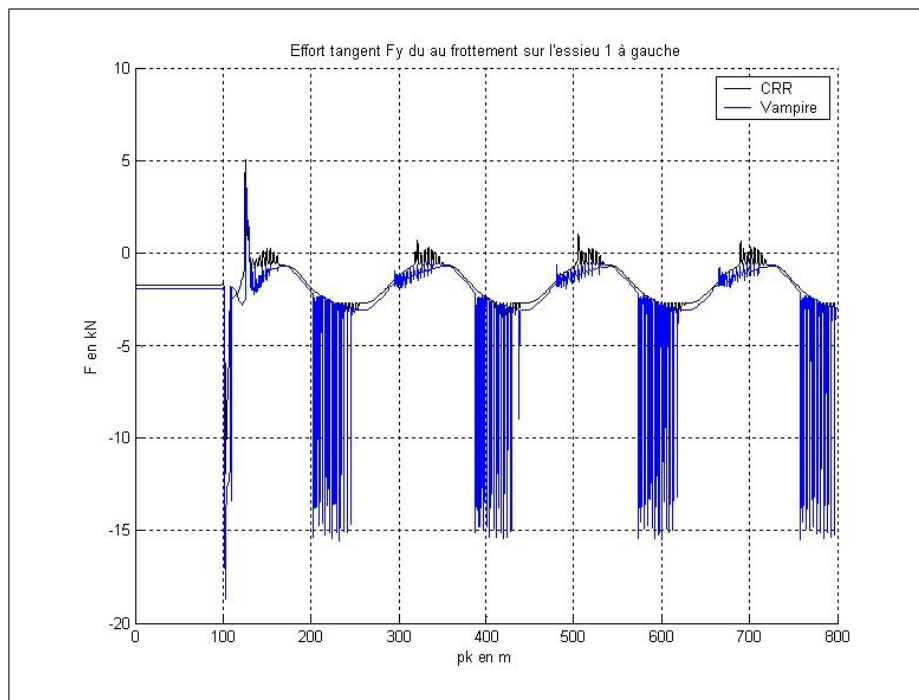
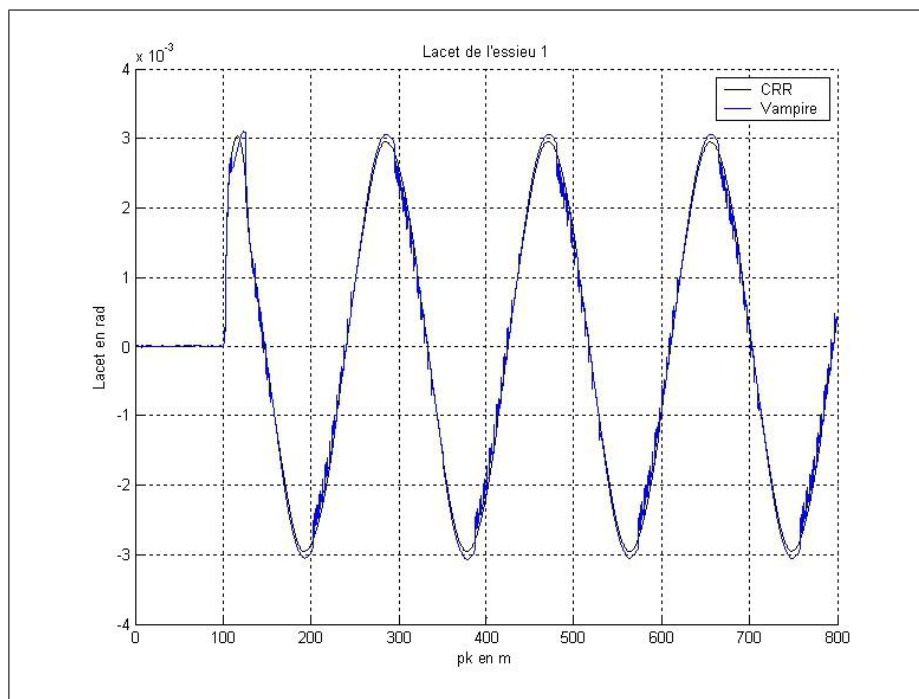
FIG. 3.25 – Efforts  $F_y$  dus aux frottements pour un défaut de dressage sinusoïdal

FIG. 3.26 – Lacet de l'essieu pour un défaut de dressage sinusoïdal

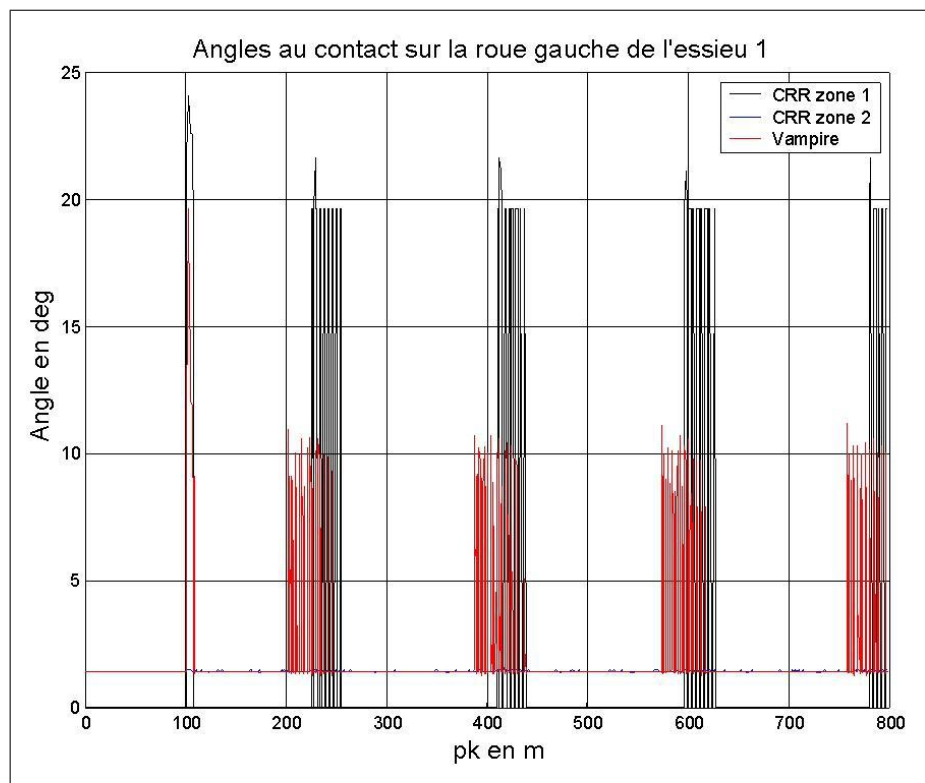


FIG. 3.27 – Angles au contact pour un défaut de dressage sinusoïdal

## Conclusion de la première partie

Cette première partie a permis de faire une présentation simple de la dynamique ferroviaire et de décrire comment le code **CRRv8** était conçu tant sur le plan du contact roue-rail que sur le plan de la mécanique générale.

Nous avons abordé le contact roue-rail en présentant une méthode novatrice de calcul des empreintes de contact, que nous avons validée et adaptée au problème du renversement. Nous avons montré que cette méthode donnait de meilleurs résultats que la méthode traditionnelle notamment en ce qui concerne le calcul des efforts tangents.

L'écriture de la mécanique a fait l'objet d'une réflexion sur le calcul en coordonnées curvilignes ainsi que sur la modélisation des liaisons afin de proposer une formulation grands angles et grands déplacements. Une présentation de la problématique de l'inclusion d'un modèle de contact roue-rail dans un code de mécanique générale a été faite en tentant de montrer les intérêts de chacune des quatre méthodes présentées.

Enfin, une validation du code a été proposée sur quelques cas test qui montrent l'intérêt de mener des calculs en dynamique ferroviaire avec un outil de modélisation du contact plus précis que les méthodes habituelles.

Cette première partie, entièrement consacrée à la modélisation en dynamique ferroviaire, va se poursuivre par une exploitation des modèles.

La seconde partie de cette thèse sera consacrée à l'exploitation de ces travaux dans le cadre de la problématique du renversement. Nous présenterons dans un premier temps le problème du renversement d'un point de vue mécanique (pourquoi et comment le véhicule se renverse), puis nous nous attarderons sur la modélisation du vent et des coefficients aérodynamiques. Enfin, nous proposerons une méthode d'évaluation des risques basée sur une modélisation probabiliste du vent et une méthode de Monte-Carlo.

# Références

- [1] W. Kik and J. Piotrowsky. A fast approximate method to calculate normal load at contact between wheel and rail and creep forces during rolling. In *2nd mini-conference on contact mechanics and wear on rail/whell systems, Budapest*, July 1996.
- [2] H. Chollet. Contact semi hertzien. Technical report, INRETS-LTN, 2002. Rapport interne.
- [3] J. B. Ayasse and H. Chollet. Semi hertzian contact. *Vehicle System Dynamics*, 41, Mars 2005.
- [4] J. B. Ayasse and J. L. Maupu. *Dynamique ferroviaire en coordonnées curvilignes*. Number Rapport n° 245. INRETS-LTN, 2003. ISBN 0768-9756.
- [5] G. Sauvage and J.P. Pascal. Nouvelles méthodes de calcul des efforts dynamiques entre les roues et les rails. *Revue générale des chemins de fer*, pages 11–19, 1990.
- [6] J.P. Pascal. *Le contact roue rail-dans VOCODYM*, 1999.
- [7] J.P. Pascal. About multi-hertzian-contact hypothesis and equivalent conicity in the case of s1002 and uic60 analytical whell/rail profiles. *Vehicle System Dynamics*, volume n°22 :57–78, 1993.
- [8] *Vampire 4.31 User Manual*, 2004.
- [9] Y. Forton. Construction d’un modèle de motrice tgv, et validation sur des cas tests. Technical report, SNCF and ECL, 2003. Stage de DEA sous la direction de F Thouverez, A. Bobillot et X. Quost.





## Deuxième partie

# Renversement d'un véhicule par le vent



# Chapitre 4

## Étude mécanique du renversement

### Sommaire

---

<b>Introduction . . . . .</b>	<b>160</b>
<b>4.1 Renversement sous une rampe de force . . . . .</b>	<b>161</b>
4.1.1 Poutre articulée : Système 1 . . . . .	161
4.1.2 Motrice rotulée : Système 2 et Système 3 . . . . .	162
4.1.3 Le délestage comme critère de risque . . . . .	164
4.1.4 Système 1 : calcul analytique . . . . .	170
4.1.5 Force limite et centre de poussée . . . . .	170
4.1.6 Comportement du contact roue-rail . . . . .	173
4.1.7 Conclusion sur le renversement quasi-statique . . . . .	180
<b>4.2 Comportement du système soumis à un pic de force . . . . .</b>	<b>181</b>
4.2.1 Présentation des rafales . . . . .	181
4.2.2 Méthodologie : mise en forme des résultats . . . . .	185
4.2.3 Réponse aux rafales . . . . .	188
Conclusion intermédiaire . . . . .	198
<b>4.3 Comparaison CRRv8, Vampire et mesure CSTB . . . . .</b>	<b>199</b>
4.3.1 Déchargement et levée de roue dans VAMPIRE . . . . .	199
4.3.2 Essais CSTB . . . . .	203
4.3.3 Conclusion sur la comparaison . . . . .	215
<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>215</b>
<b>Références . . . . .</b>	<b>217</b>

---

## Introduction

De nombreuses études sur les écoulements autour de trains et sur les risques de renversement de ceux ci ont été menées ((1) (2) (3) (4) (5)), mais elles s'intéressent plus à une modélisation des écoulements autour des véhicules qu'à la mécanique du phénomène. Toutefois, certaines études portant sur l'automobile s'intéressent au comportement du véhicule et du conducteur par grands vents ((6) (7)). Dans cette partie, nous proposons une étude du renversement d'un véhicule ferroviaire soumis à des forces représentatives du vent, venant en complément des travaux engagés par la SNCF dans le cadre du projet Vents Traversiers ((8)) et du projet DEUFRAKO.

Les travaux de la première partie ont abouti à un modèle mécanique d'une motrice de TGV-Duplex. Dans ce chapitre, nous allons observer le renversement de ce véhicule d'un point de vue mécanique, c'est à dire que nous considérerons des *forces* représentatives du vent et nous observerons le comportement du véhicule.

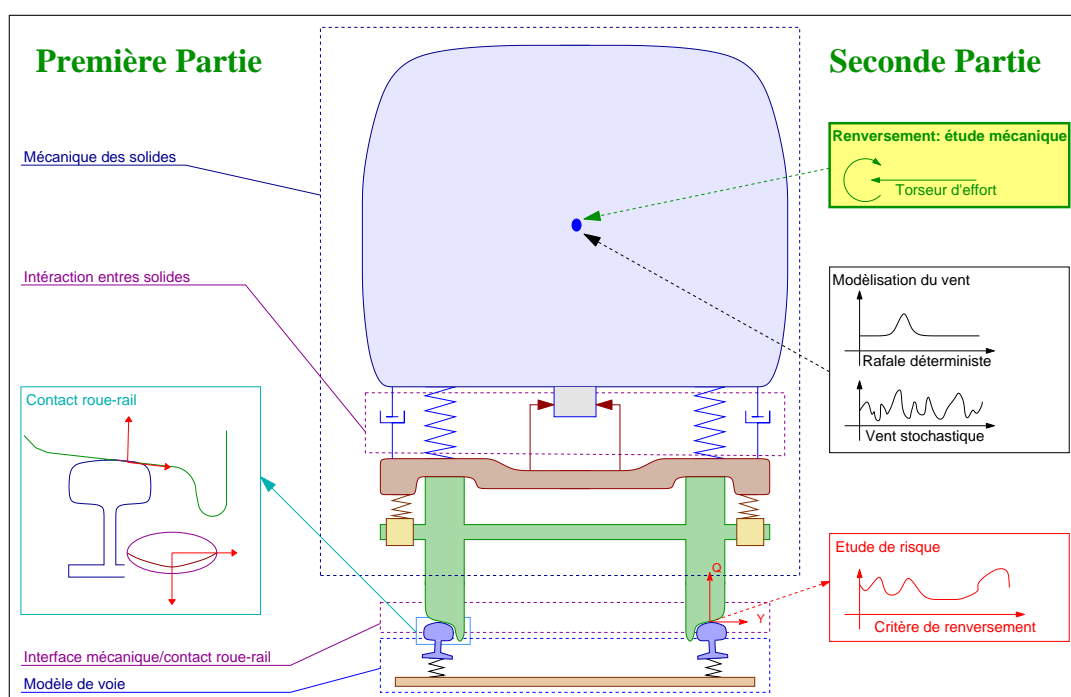


FIG. 4.1 – Fil conducteur de la thèse : renversement mécanique

L'objet de cette étude est de mieux comprendre la mécanique du renversement du véhicule soumis au vent. Nous tenterons de montrer les apports des différents paramètres de la structure comme l'influence des liaisons, de l'amortissement, de la modélisation de la voie et évidemment du contact roue-rail. Nous procéderons en deux étapes : en étudiant d'abord le renversement quasi-statique puis le renversement dynamique. Enfin, nous proposerons une comparaison entre Vampire et CRRv8 sur quelques cas test réalisés en soufflerie.

## 4.1 Renversement sous une rampe de force

Le véhicule sur lequel porte cette étude est une motrice TGV-Duplex. Dans cette section, nous considérerons une rampe de vent s'appliquant au centre de gravité de la caisse et observerons comment le véhicule se renverse. Nous modéliserons quatre systèmes pour estimer l'influence de la souplesse du véhicule, de la voie et du modèle de contact roue-rail :

- Le premier système (« système 1 ») est un système poutre articulée (section 4.1.1, page 161).
- Les systèmes 2 et 3 correspondent à un véhicule complet avec toute ses liaisons mais dont la roue gauche est liée au rail gauche par un pivot (section 4.1.2, page 162). Ces deux systèmes sont distincts car la voie est considérée comme rigide dans le premier (« système 2 ») et souple dans le second (« système 3 »).
- Le dernier système est un véhicule complet, celui que nous avons utilisé pour valider le code `CRRv8` (« système 4 »).

Dans un premier temps, nous présenterons les trois premiers systèmes modélisés. Dans un deuxième temps, nous proposerons un critère de risque. Puis nous expliquerons pourquoi le renversement peut être considéré comme irréversible et enfin nous détaillerons le comportement du contact roue-rail lors d'un renversement. Le premier système que nous présenterons est extrêmement simple, il permet donc une analyse analytique de sa stabilité.

### 4.1.1 Poutre articulée : Système 1

Dans un premier temps, nous analyserons le processus de renversement sur un modèle phénoménologique très simple qui pourrait être traité de façon analytique. Ce modèle correspond à une poutre ( $\overrightarrow{P_g P_y}$ ) appuyée sur l'un des rails (au point  $P_g$ ) basculant sous l'effet d'un torseur ( $F_y, M_y$ ) appliqué en  $P_y$ . La poutre  $\overrightarrow{P_g G}$  représente le mouvement du centre de gravité de l'ensemble (figure 4.2, page 162). L'état du système est défini par l'angle  $\theta$  et une vitesse angulaire  $\dot{\theta}$ . Ses caractéristiques sont définies par une masse  $m$ , une inertie  $I$ , deux longueurs  $l_y$  et  $l_g$  ainsi que par les angles  $\theta_y$  et  $\theta_g$  (table 4.1, page 162)

L'équation d'équilibre de ce système s'écrit :

$$[I] \ddot{\theta} = -m g l_g \cos(\theta_g + \theta) + F_y l_y \sin(\theta_y + \theta) + M_y + \mathcal{K} \theta \mathbf{1}_{\theta < 0} \quad (4.1)$$

La force  $F_y$  est appliquée au point  $P_y$ .  $M_y$  est le moment agissant selon  $\overrightarrow{t}$ , conséquence du transport de  $F_y$  en  $P_y$ . Nous noterons alors  $kk$  le rapport  $\frac{M_y}{F_y}$ . Il correspond à la hauteur du centre de poussé par rapport à  $P_y$ .

Ce système présente la répartition des masses d'une motrice TGV-Duplex en situation de déséquilibre latéral, en appui sur les butées latérales du secondaire de sorte que la charge soit du côté gauche. C'est donc un modèle représentatif du renversement d'une motrice TGV-Duplex sans les effets de souplesse ou les effets dynamiques liés aux déformations des liaisons.

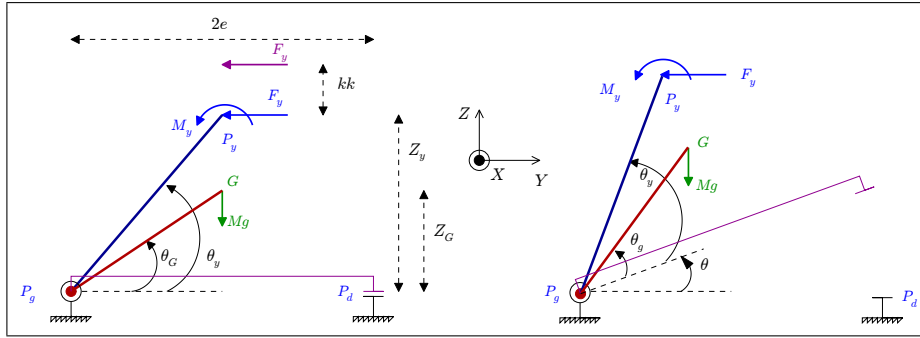


FIG. 4.2 – Système Articulé

Paramètre	Valeur
$M$	$67200 \text{ Kg}$
$I$	$2.5447e^5 \text{ Kg mm}^{-2}$
$e$	$0.7293 \text{ m}$
$l_g$	$1.6172 \text{ m}$
$l_y$	$1.8364 \text{ m}$
$\theta_g$	$68.4270^\circ$
$\theta_y$	$72.1402^\circ$

TAB. 4.1 – Données du système articulé

Le point  $P_y$  correspond au centre de gravité de la caisse, le point  $G$  au centre de gravité de l'ensemble caisse-bogies-essieux, la butée droite au point de contact droit et la rotule gauche au point de contact gauche. Ce système dont la mise en équation est extrêmement simple servira dans la section 4.1.5 pour estimer la réversibilité du renversement.

Toutefois ce système est trop simple pour être représentatif du comportement d'un véhicule complet. Aussi nous introduisons deux systèmes complémentaires.

#### 4.1.2 Motrice rotulée : Système 2 et Système 3

Les systèmes 2 et 3 correspondent à un véhicule complet avec toute ses liaisons mais dont la roue gauche est liée au rail gauche par un pivot. Comme précédemment, le système bascule sous l'effet du couple  $(F_y, M_y)$  et on définira le ratio  $kk = \frac{M_y}{F_y}$  comme la hauteur du centre de poussée par rapport au point d'application des efforts ( $P_y$ ). Pour déterminer les équations du mouvement de ces systèmes, il est nécessaire de réécrire les équations de l'essieu et les efforts d'interaction entre le rail et la roue. Considérons un essieu dont la roue gauche est mise en pivot sur le rail gauche (figure 4.3, page 163 et figure 4.4, page 164).

Pour cette étude nous supposons que le lacet ( $\alpha_e$ ) et le tangage ( $\xi_e$ ) sont nuls, l'avance ( $s$ ) est linéaire (ce degré de liberté importe peu). Le pivot, quant à lui, impose que le roulis ( $\theta_e$ ), le vertical ( $z_e$ ) et le ballant ( $y_e$ ) soient liés par une équation circulaire. Soit ( $U_1, U_2, U_3, U_4$ ) les déplacements des rails autour de leur position nominale (figure 4.4, page 164), cette

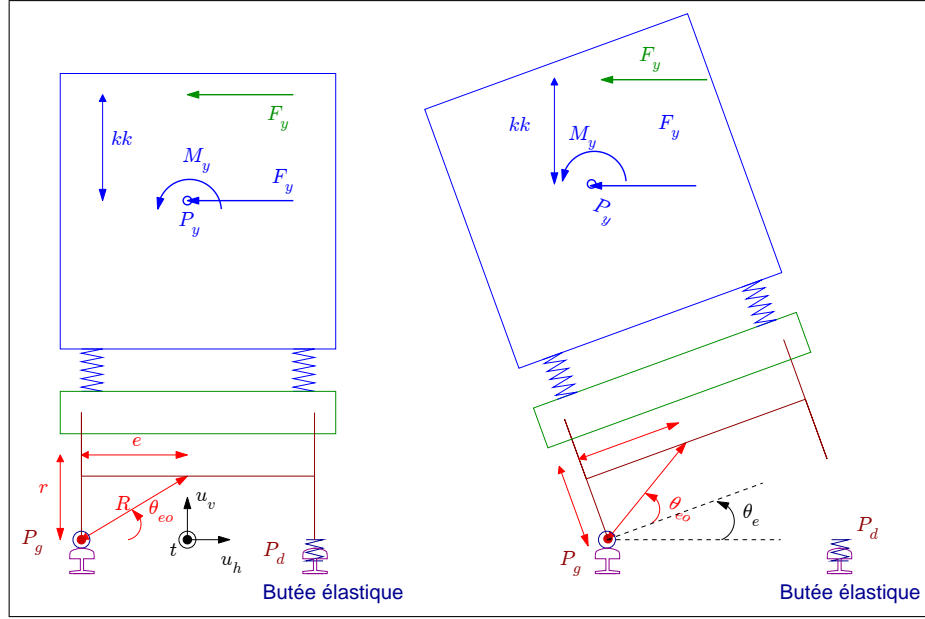


FIG. 4.3 – Motrice rotulée

condition cinématique s'écrit alors :

$$\begin{cases} y_e = R \cos(\theta_e + \theta_o) - e - U_1 \\ z_e = R \sin(\theta_e + \theta_o) - r - U_2 \\ R = \sqrt{r^2 + e^2} \\ \theta_o = \arctan\left(\frac{r}{e}\right) \end{cases} \quad (4.2)$$

En considérant que la voie a un comportement quasi-statique (en négligeant la participation de  $\ddot{U}_i$ ), nous pouvons calculer les vitesses et accélérations de l'essieu :

$$\begin{cases} \dot{y}_e = -R \dot{\theta}_e \sin(\theta_e + \theta_o) - \dot{U}_1 \\ \dot{z}_e = R \dot{\theta}_e \cos(\theta_e + \theta_o) - \dot{U}_2 \\ \ddot{y}_e = -R \ddot{\theta}_e \sin(\theta_e + \theta_o) - R \dot{\theta}_e^2 \cos(-\theta_e + \theta_o) \\ \ddot{z}_e = R \ddot{\theta}_e \cos(\theta_e + \theta_o) - R \dot{\theta}_e^2 \sin(-\theta_e + \theta_o) \end{cases} \quad (4.3)$$

La butée à droite est constituée d'une raideur et d'un amortisseur actifs si la roue est en contact avec le rail où  $A_{but}$  est une raideur représentative du contact Hertzien ( $93e^9 N/m$ ) et  $C_{but}$  sert à amortir les éventuels rebonds ( $\mathbf{1}$  est une fonction indicatrice) :

$$\begin{cases} z_d = 2e \sin(\theta_e) \\ \dot{z}_g = \dot{\theta}_e 2e \cos(\theta_e) \\ Q_d = [A_{but}|z_d - U_4|^{3/2} - C_{but}\dot{z}_d \mathbf{1}_{\dot{z}_d < 0}] \mathbf{1}_{(z_d - U_4) < 0} \end{cases} \quad (4.4)$$

Considérons que les efforts extérieurs à l'essieu sont connus, nous pouvons écrire l'équation dynamique de l'essieu :

$$\begin{cases} M \ddot{y}_e = F_y^{ext} + Y \\ M \ddot{z}_e = Q_g + Q_d + F_z^{ext} \\ I \ddot{\theta}_e = R \cos(\theta_e + \theta_o) [Q_d - Q_g] + R \sin(\theta_e + \theta_o) Y + M_{\theta}^{ext} \end{cases} \quad (4.5)$$

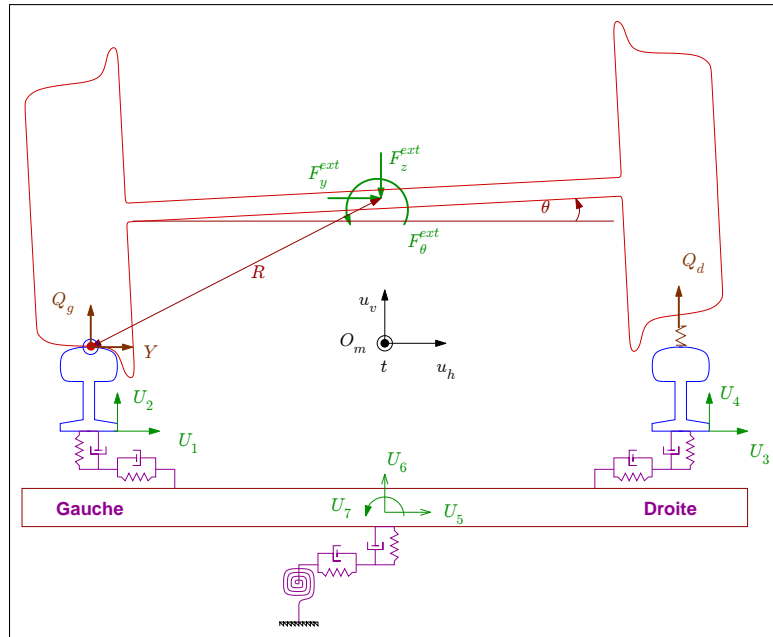


FIG. 4.4 – Motrice rotulée : liaison entre essieu et voie

En tirant  $Y$  et  $Q_d$  des équations dynamiques en  $y_e$  et en  $z_e$ , et en injectant ces expressions dans l'équation dynamique en  $\theta_e$ , puis en remplaçant  $y_e$  et  $z_e$  ainsi que leur dérivées par leurs expressions en  $\theta_e$ , nous obtenons l'équation d'équilibre dynamique du roulis :

$$\begin{cases} (I + M R^2) \ddot{\theta}_e &= R \cos(\theta_e + \theta_o) (2 Q_d + F_z^{ext}) \\ &\quad - R \sin(\theta_e + \theta_o) F_y^{ext} \\ Q_g &= M \ddot{z}_e - Q_d - F_y^{ext} \\ Y &= M \ddot{y}_e - F_y^{ext} \end{cases} \quad (4.6)$$

A un instant donné, on connaît  $\theta_e$ , sa dérivée  $\dot{\theta}_e$  et les positions des rails ( $U_1, U_2, U_3, U_4$ ), nous pouvons alors calculer  $z_d$  et  $Q_d$  donc  $\ddot{\theta}_e$ . Nous en déduisons  $\ddot{y}_e$  et  $\ddot{z}_e$  et enfin les efforts  $Q_q$  et  $Y$ .

Deux systèmes représentatifs du renversement sont proposés à partir de ce modèle : un système qui prend en compte la souplesse de la voie (système 3) et un système dans lequel la voie est considérée comme rigide (système 2). Dans ces systèmes, tous les essieux sont liés à la voie de manière similaire. Si la force appliquée n'a pas de composantes en dehors du plan  $(\vec{y}, \vec{z})$ , tous les essieux jouent le même rôle.

### 4.1.3 Le délestage comme critère de risque

Dans les cas présentés ci-dessus, si  $Q_d$  atteint 0 cela signifie que les roues du coté droit sont prêtes à se soulever. Le délestage d'une roue  $\Delta Q$  se calcule en rapportant la variation de la charge à la charge nominale  $Q_o$ , un délestage de 100% correspond donc à une charge nulle sur la roue :



$$\Delta Q = \frac{Q_o - Q}{Q_o} \quad (4.7)$$

Sur une motrice les quatre roues droites sont susceptibles de se soulever<sup>1</sup>. Elles ne se lèvent pas forcément au même moment, aussi nous distinguerons deux critères de délestage : celui des bogies et celui des essieux. Le délestage des bogies est le maximum de délestage des deux bogies, en définissant le délestage d'un bogie comme la moyenne du délestage de ses roues levantes :

$$\Delta_b Q = \max \left\{ \frac{2Q_o - Q_{d,1} - Q_{d,2}}{2Q_o}; \frac{2Q_o - Q_{d,3} - Q_{d,4}}{2Q_o} \right\} \quad (4.8)$$

Le délestage des essieux est le maximum de délestage des quatre roues levantes :

$$\Delta_e Q = \max \left\{ \frac{Q_{d,1} - Q_o}{Q_o}; \frac{Q_o - Q_{d,2}}{Q_o}; \frac{Q_o - Q_{d,3}}{Q_o}; \frac{Q_o - Q_{d,4}}{Q_o} \right\} \quad (4.9)$$

En l'absence de précision, nous parlerons du délestage des bogies, et lorsque le délestage atteint 100% nous parlerons de point de soulèvement. Pour les quatre systèmes en présence, et en appliquant une rampe d'effort  $F_y$  pure (sans moment) au point  $P_y$ , on obtient quatre courbes de délestage dont les points de soulèvement sont assez proches (à moins de 5% près, figure 4.5, page 166).

Les pentes des courbes  $\Delta_b Q$  des quatre systèmes sont différentes, car la position au repos<sup>2</sup> des systèmes est différente. Le système complet (système 4) a une position au repos équilibré de chaque côté. Au contraire les système 2 et 3, à cause des liaisons pivot à gauche et malgré une butée assez rigide à droite, se reposent sur leur côté droit. Les courbes de délestages de ces systèmes sont en retard sur celle du système complet (système 4). Enfin, le système articulé (système 1), en représentant par avance les déformations des liaisons au moment du renversement, est naturellement en appui du côté gauche (figure 4.6, page 167).

Lorsque la position du centre de gravité du système (noté ici  $G$ , il correspond au centre de gravité de l'ensemble de la motrice) passe la verticale du rail gauche, le système ne peut plus retomber du côté droit car la gravité suffirait à achever le renversement (sortie du polygone de sustentation). C'est le point de non retour, appelé point de renversement. Dans le cas des systèmes 1 et 2, il suffit de calculer la position du centre de gravité des systèmes, pour les systèmes 3 et 4 il faut prendre en compte le mouvement de la voie<sup>3</sup> (figure 4.7, page 168).

Enfin nous parlerons d'un critère plus facile à mesurer et complémentaire du délestage : le soulèvement de roue  $\Delta Z$  (exprimé en mètres, figure 4.8, page 168). Pour le système 1, il est

<sup>1</sup>Les quatre roues droites sont dites levante et les quatre roues gauches sont dites guidantes ou porteuses.

<sup>2</sup>Nous faisons la distinction entre position nominale et position au repos.

<sup>3</sup>La voie se déplace horizontalement et verticalement.

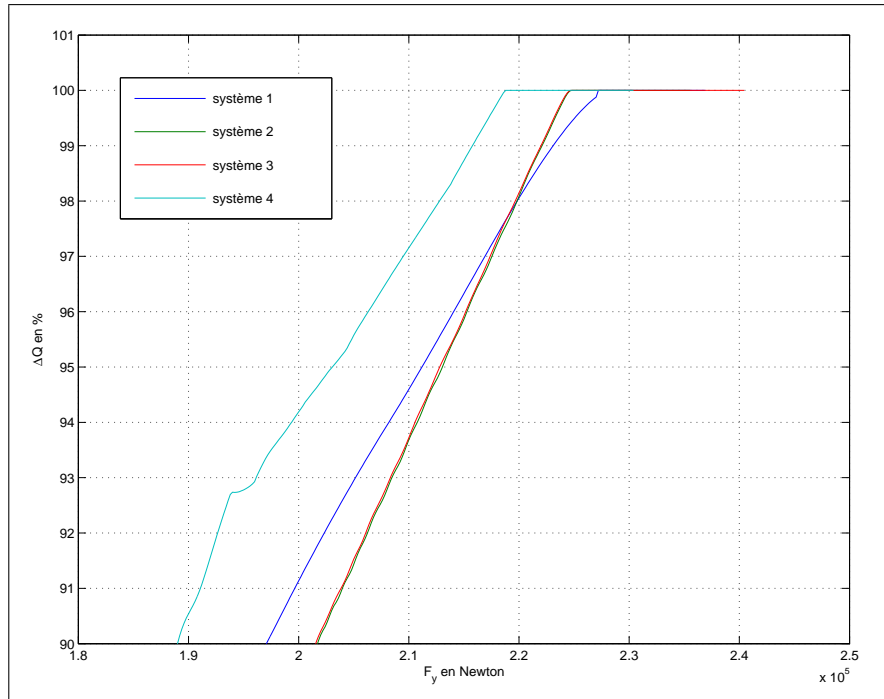


FIG. 4.5 – Point de soulèvement des quatre systèmes soumis à une rampe

certain que si le soulèvement de roue dépasse  $0.537m$ , le centre de gravité du système est du mauvais côté du pivot et le système se renverse. En prenant une petite marge de sécurité pour absorber les déformations des liaisons, nous considérerons que pour un soulèvement de roue supérieur à  $0.500m$  le renversement est irréversible. Dans ce cas précis, les soulèvements de roue au passage du point de renversement sont donnés dans le tableau 4.2 (page 166). C'est ici une des difficulté majeure des calculs de renversement. En effet, pour vérifier l'irréversibilité du phénomène quelle que soit la force, il faut lever les roues très haut ( $50cm$ ) et le roulis de l'essieu devient important ( $20^\circ$ ). Il devient impératif de prendre en compte l'influence du roulis sur la localisation des points de contact entre roues porteuses et rails et les grands angles dans les liaisons (ce qu'intègre le système 4, car nous avons conçu CRRv8 dans ce but).

Système	entre	et
1	0.4891m	0.5428m
2	0.4705m	0.5240m
3	0.5001m	0.5553m
4	0.499m	0.552m

TAB. 4.2 – Hauteur de soulèvement des roues au passage du point de renversement (mètre)

Afin de faciliter une étude systématique du renversement, nous proposons un critère synthétique, le critère du  $\chi$ , qui regroupe le délestage et la levée de roue sous la forme :

$$\chi = \frac{Q_o - Q}{Q_o} + \frac{\Delta Z}{0.1} \mathbf{1}_{Q \leq 0} \quad (4.10)$$

Donc pour un  $\chi = 0\%$  le délestage est nul, pour un  $\chi = 100\%$  le délestage vaut  $100\%$ ,

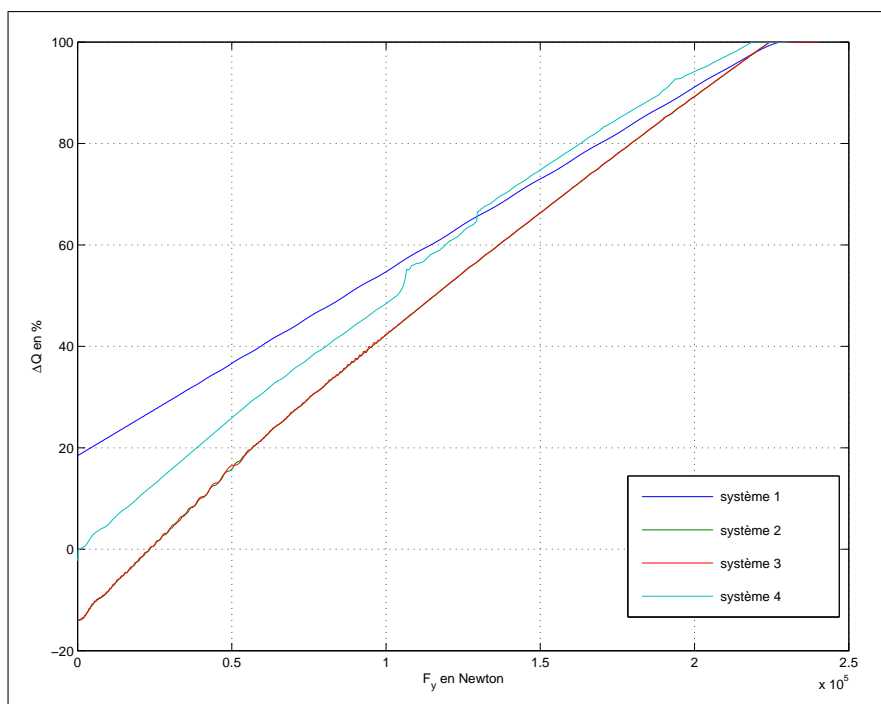


FIG. 4.6 – Délestage des quatre systèmes soumis à une rampe

pour un  $\chi = 600\%$  le soulèvement de la roue vaut  $0.5m$ . L'avantage de ce critère est qu'il est commun au délestage et au renversement. Nous pourrions donc le filtrer sans difficulté (section 4.2.2, page 185).

Par la suite nous admettrons que le point de renversement se situe pour un  $\chi$  de 600%. Comme pour le délestage, nous parlerons désormais du soulèvement des bogies ( $\Delta Z_b$ ) et du  $\chi$  des bogies  $\chi_b$ .

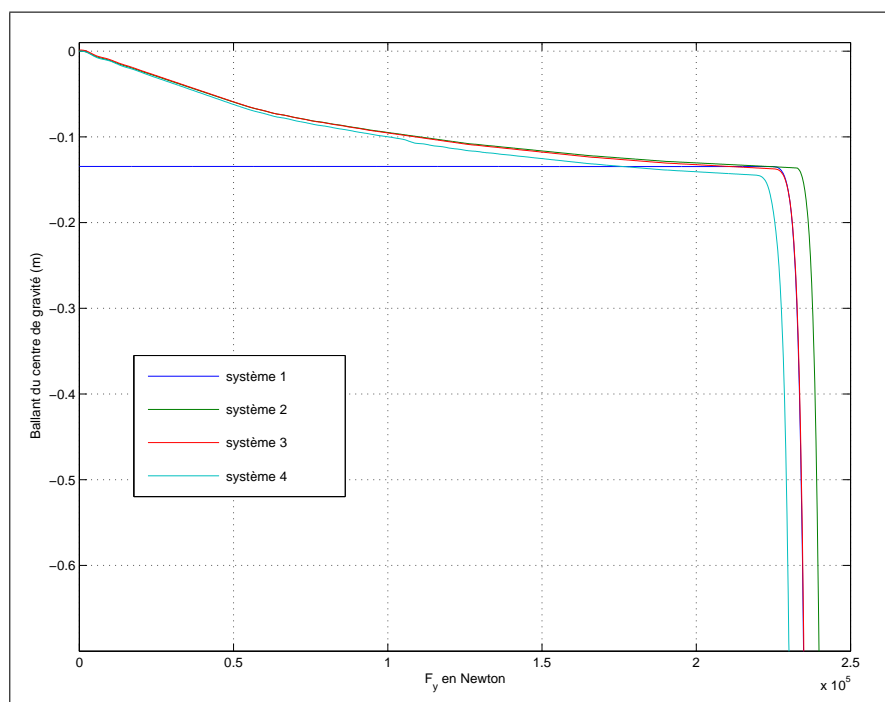


FIG. 4.7 – Ballant du centre de gravité des quatre systèmes soumis à une rampe

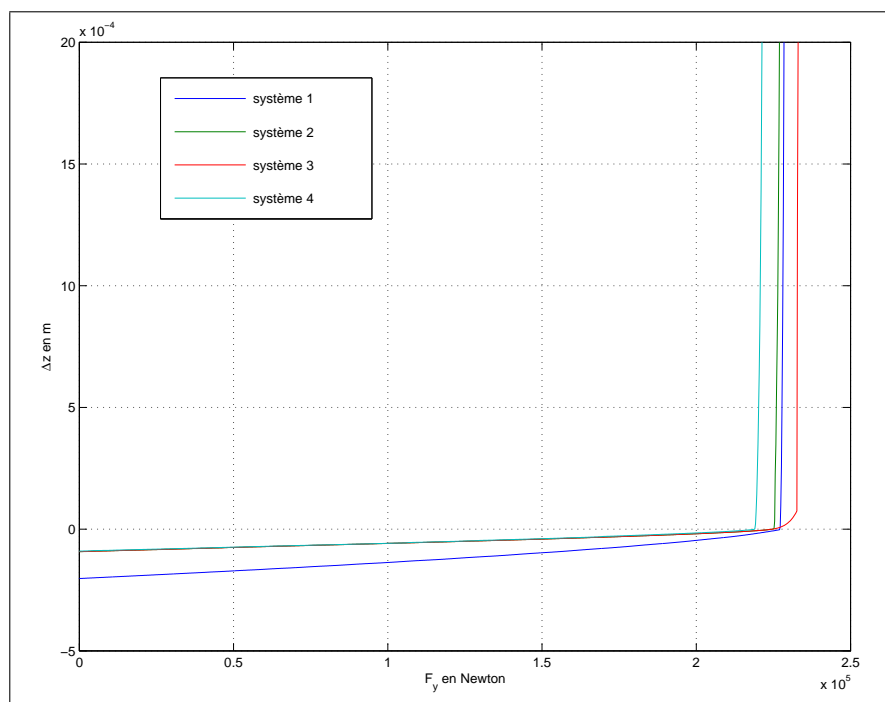
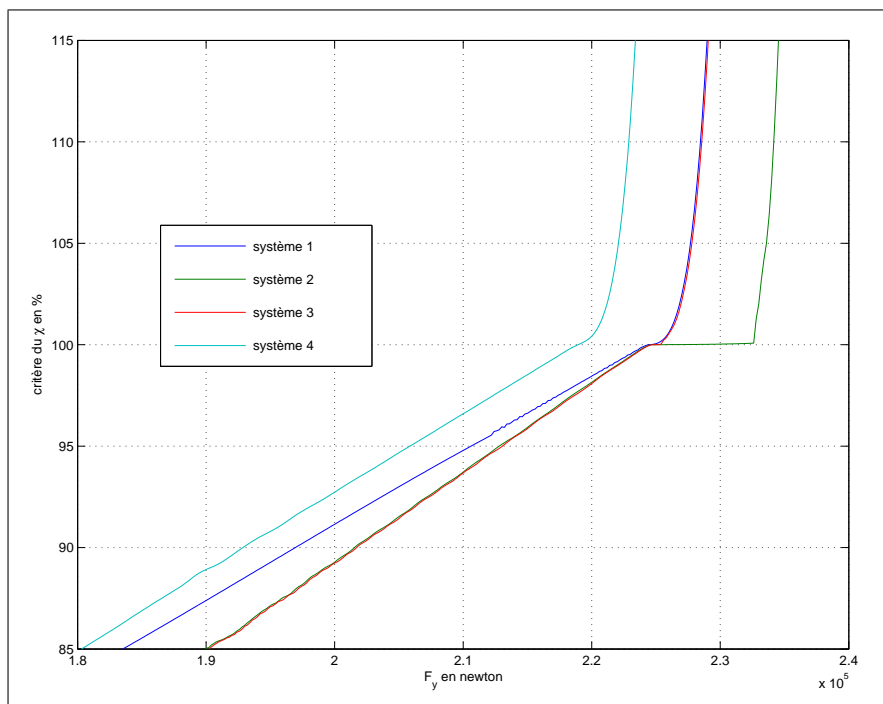


FIG. 4.8 – Levée de roues des quatre systèmes soumis à une rampe

FIG. 4.9 –  $\chi$  des quatre systèmes soumis à une rampe

#### 4.1.4 Système 1 : calcul analytique

L'intérêt du premier système est qu'il est aisé à modéliser : en écrivant son équilibre statique, on peut estimer la force maximale qu'il peut supporter avant d'atteindre le point de soulèvement (valeur notée  $F_y^{lim}$ ) :

$$F_y^{lim} = \frac{m g l_g \cos(\theta_g + \theta) - M_y}{l_y \sin(\theta_y + \theta)} \quad (4.11)$$

Définissons alors  $M_y = kk F_y$  avec  $kk$  la hauteur du centre de poussée par rapport au point d'application de  $F_y$ . L'équation précédente s'écrit alors<sup>4</sup> :

$$F_y^{lim} = \frac{m g l_g \cos(\theta_g + \theta)}{l_y \sin(\theta_y + \theta) + kk} \quad (4.12)$$

Lorsque  $kk$  augmente, le système se renverse plus tôt car  $F_y^{lim}$  diminue. Nous avons calculé les efforts nécessaires à obtenir un  $\chi$  donné en fonction de la valeur du paramètre  $kk$ , ces données sont fournies figure 4.10 (page 171).

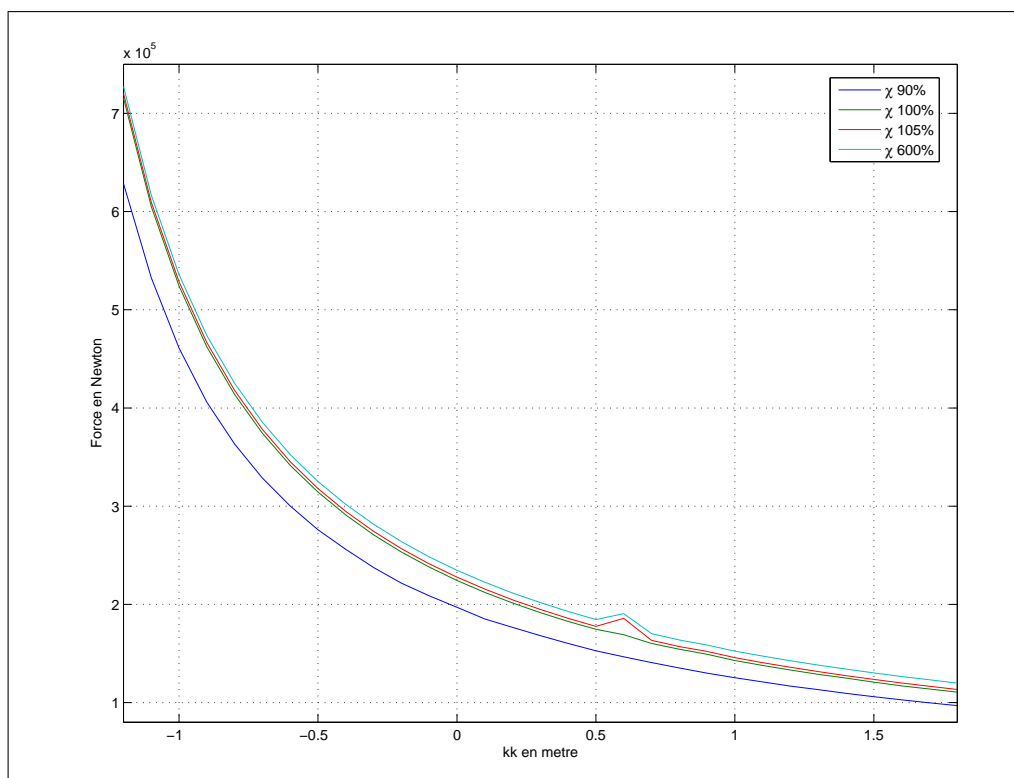
Il apparaît clairement dans l'équation d'équilibre de la poutre articulée (équation 4.1, page 161) que lorsque l'angle  $\theta_e$  augmente le moment de  $F_y$  augmente mais le moment de pesanteur diminue. Par conséquent dès que  $F_y$  est suffisante pour que l'effort dans la butée soit nul, le système se renverse car la position obtenue n'est pas une position d'équilibre.

Le renversement est, passé l'instant de décollement, quasi-statiquement irréversible. Quasi-statiquement, parce qu'il reste à vaincre l'inertie en rotation du système pour avoir un vrai renversement. Notons d'ailleurs que sur la figure 4.10 l'écart entre les courbes de  $\chi$  à 100%, et 600% est très faible, il est lié à l'inertie du système. L'inertie en rotation du système est très importante, donc si la force, après avoir atteint la valeur limite, décroît suffisamment vite avant que le système n'atteigne le point de renversement, celui-ci peut ne pas se renverser. C'est pour cette raison que la deuxième section (section 4.2, page 181) de ce chapitre sera consacrée à l'influence d'un pic d'effort sur le système. Mais pour l'instant, observons l'influence de la hauteur du centre de poussée sur les systèmes.

#### 4.1.5 Force limite et centre de poussée

L'influence du centre de poussée sur les courbes de délestage est très similaire pour l'ensemble des systèmes (figure 4.11, page 172). Les courbes de délestage des systèmes 2 et 3 sont confondues, le système avec contact roue-rail est un peu plus sensible. Enfin la courbe de délestage du système 1 s'écarte des autres au fur et à mesure que  $kk$  décroît (15% pour  $kk = -1.2m$ ), ce qui est dû à une déformation des liaisons différentes en fonction du torseur d'effort subi.

<sup>4</sup>La notation  $M_y$  est ambiguë, il s'agit d'un moment selon  $\vec{x}$  mais dû à une force selon  $\vec{y}$ .

FIG. 4.10 – Iso- $\chi$  90%, 100%, 105% et 600% du système 1

Si nous regardons le critère de déraillement  $Y/Q$  celui ci augmente lorsque  $kk$  diminue et dépasse les limites de sécurité normalement admise ( $Y/Q < 1.2$ , section 1.4.5, page 40), ce qui nous incite à regarder ce qui se passe plus précisément au niveau du contact roue rail (figure 4.12, page 172). De plus la valeur de  $Y/Q$  pour  $kk = -1.1$  s'écarte conséquemment des autres valeurs, nous expliquerons ce phénomène par la suite (section 4.1.6, page 179).

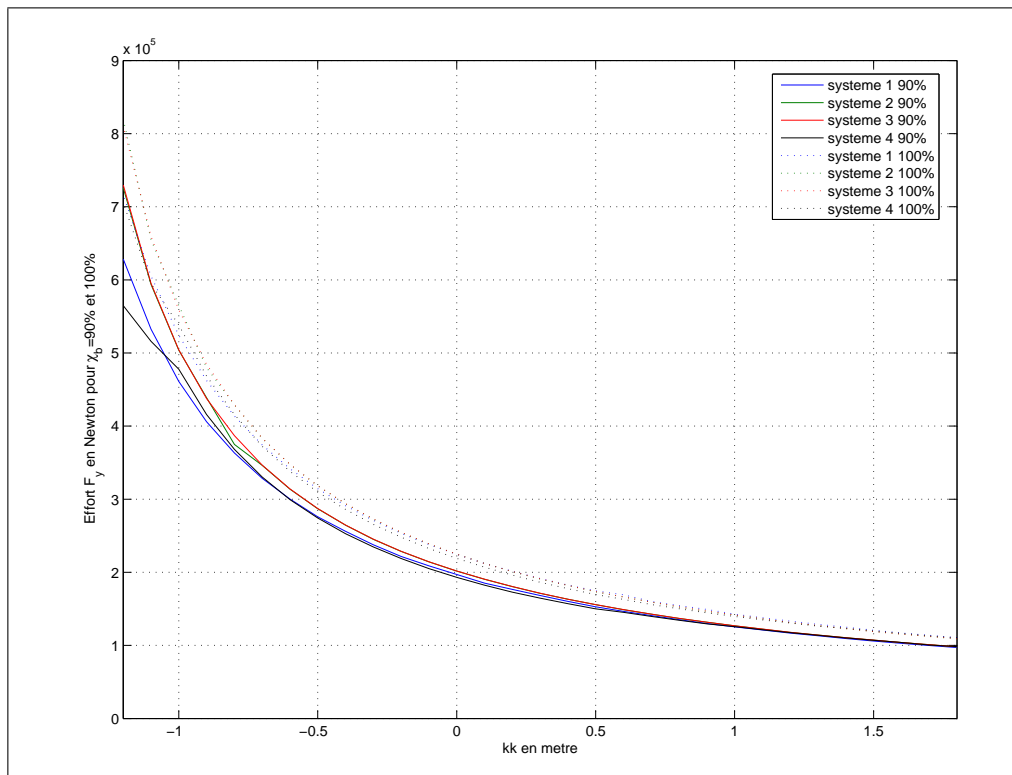


FIG. 4.11 – Iso- $\chi$  90% et 100% des quatre systèmes

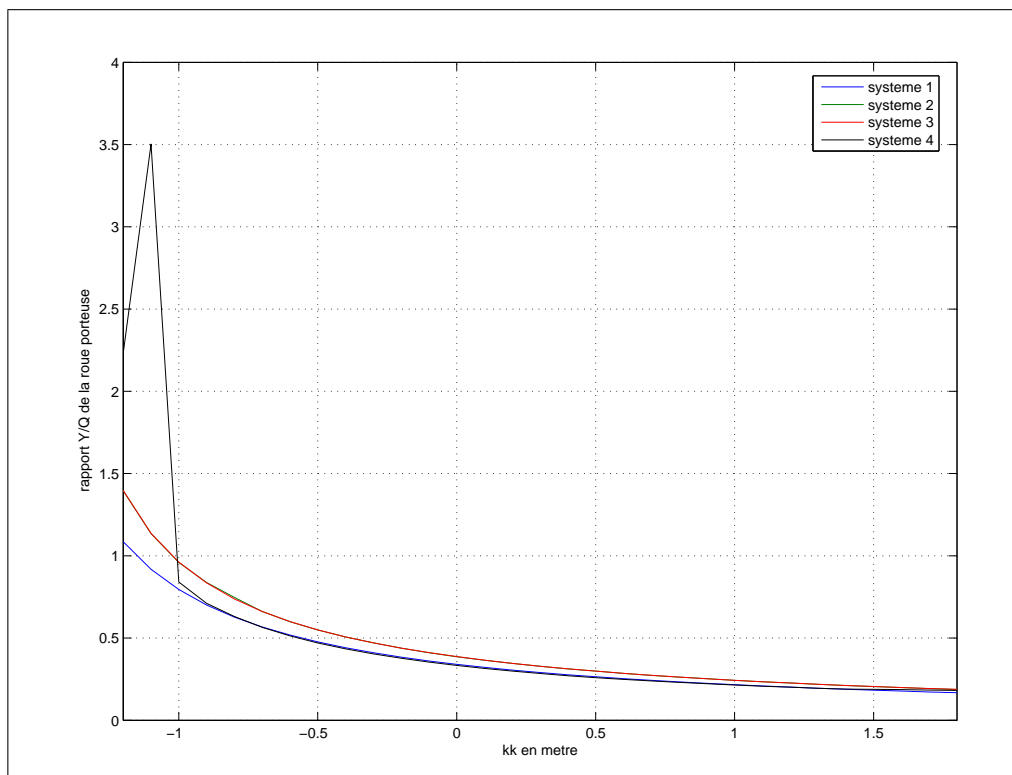


FIG. 4.12 – Critère  $Y/Q$  maximum en fonction de  $kk$



### 4.1.6 Comportement du contact roue-rail

Dans un premier temps nous regarderons le comportement du contact roue-rail (sur le système 4) sur une simulation de renversement et dans un second temps nous nous intéresserons aux cas où les rapports  $Y/Q$  laissent supposer qu'il peut y avoir déraillement.

#### Comportement du contact roue-rail pour $kk = 0$

Le renversement vu du contact roue rail se déroule en 5 temps distincts que l'on observe précisément en regardant les lacets des bogies (figure 4.13, page 173).

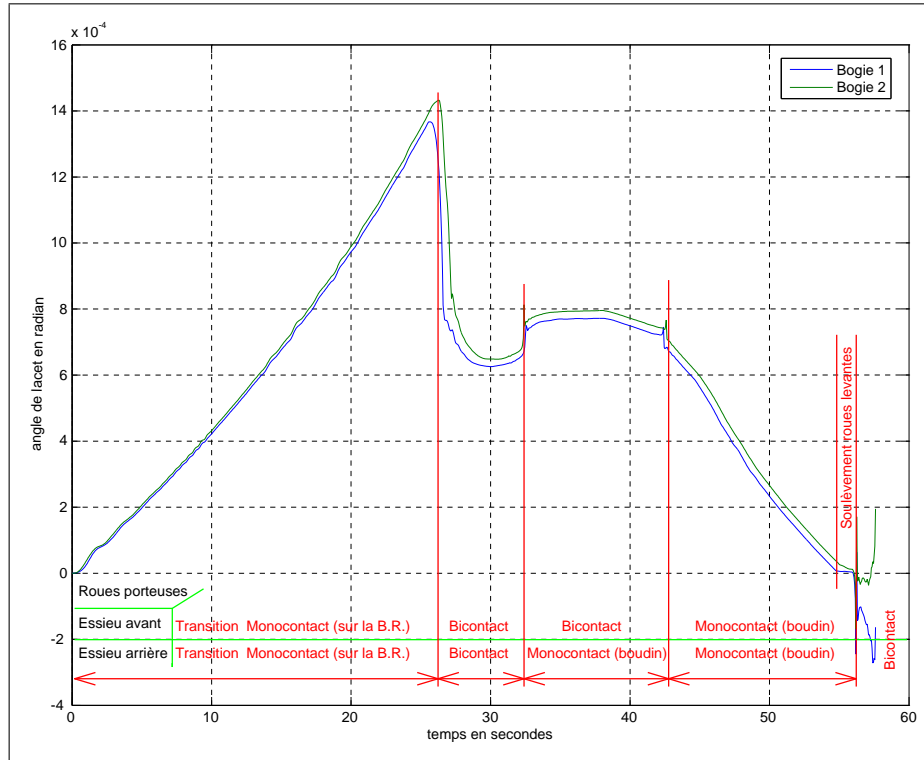


FIG. 4.13 – Les cinq étapes du renversement quasi-statique ( $kk = 0$ )

- Dans un premier temps (entre  $t = 0$ s et  $t = 27$ s, figure 4.14, page 174) les essieux prennent progressivement du ballant, les zones de contact des roues porteuses sont situées sur la bande de roulement.
- A  $t = 27$ s les essieux se placent en bi-contact au boudin et le lacet se résorbe en partie (figure 4.15, page 175).
- Les essieux arrières (2 et 4) passent la zone de bi-contact et se collent en mono-contact au boudin (entre  $t = 32$ s et  $t = 34$ s figure 4.16, page 175 et figure 4.17, page 176)
- suivis par les essieux avant (1 et 3, entre  $t = 42$ s et  $t = 45$ s figure 4.18, page 176).
- Le soulèvement s'initie pour  $t = 55$ s (figure 4.19, page 177 et figure 4.20, page 177) et les roues porteuses se mettent en bi-contact pour accompagner le renversement (à  $t = 57$ s, figure 4.21, page 178 et figure 4.22, page 178).

Cette simulation de renversement, réalisée avec **CRRv8** n'aurait pas été possible si nous n'avions pas intégré le roulis dans le calcul de déplacement des surfaces des roues et que notre noyau de contact n'avait pas été capable de gérer la présence de multi-contact.

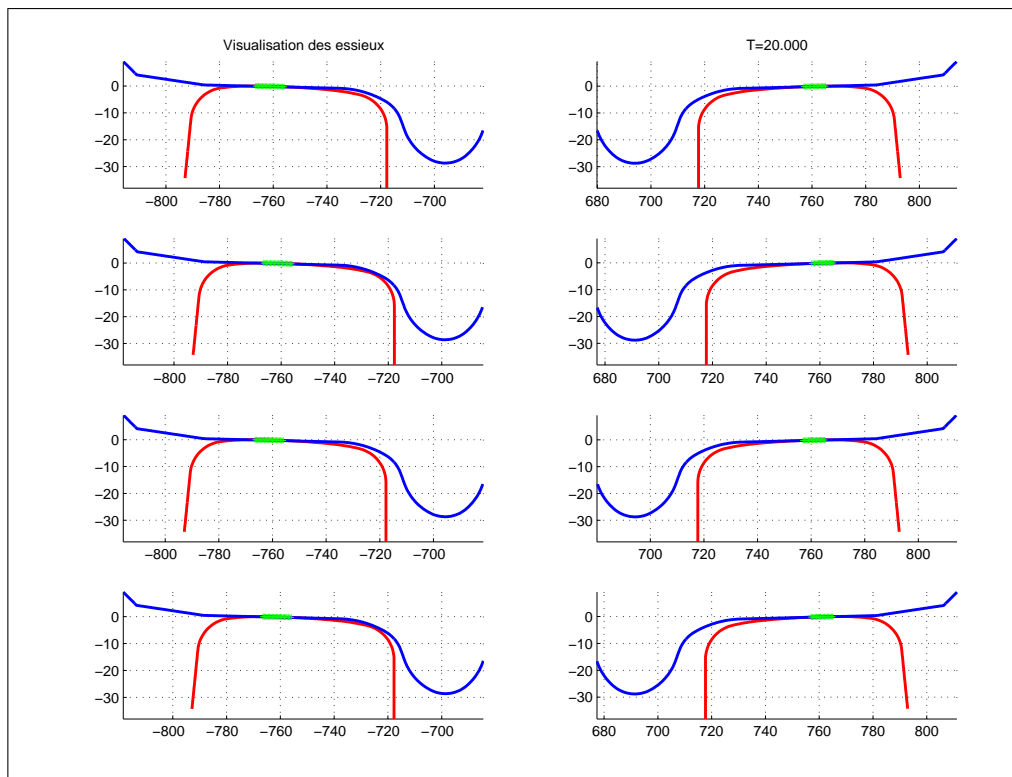
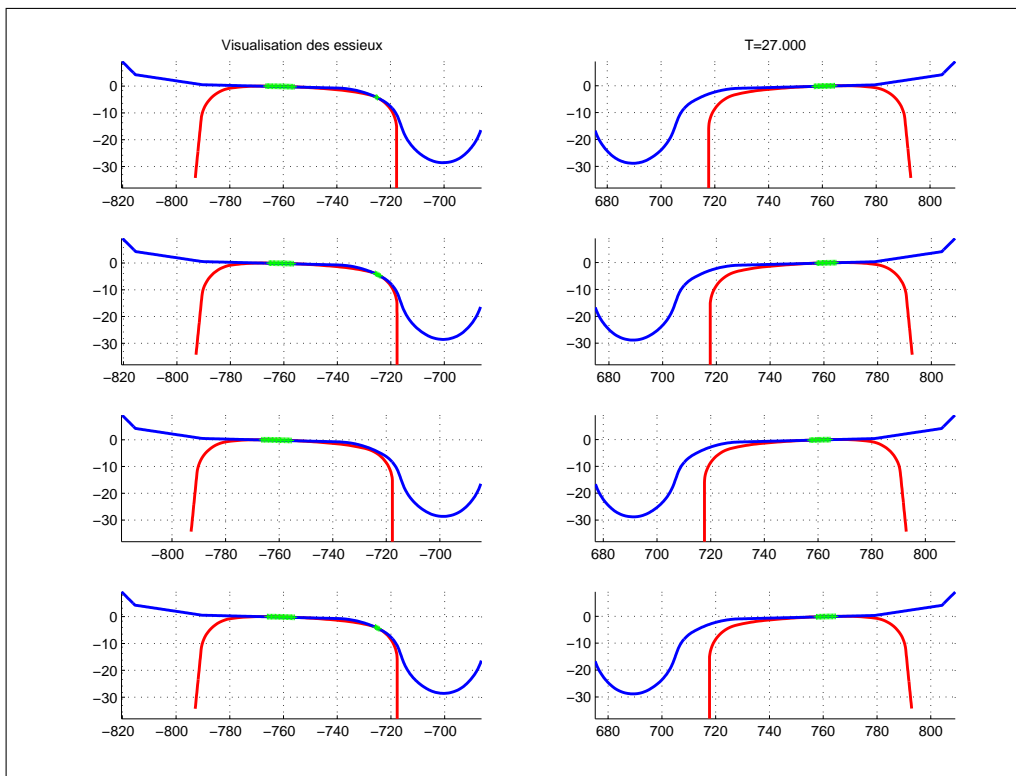
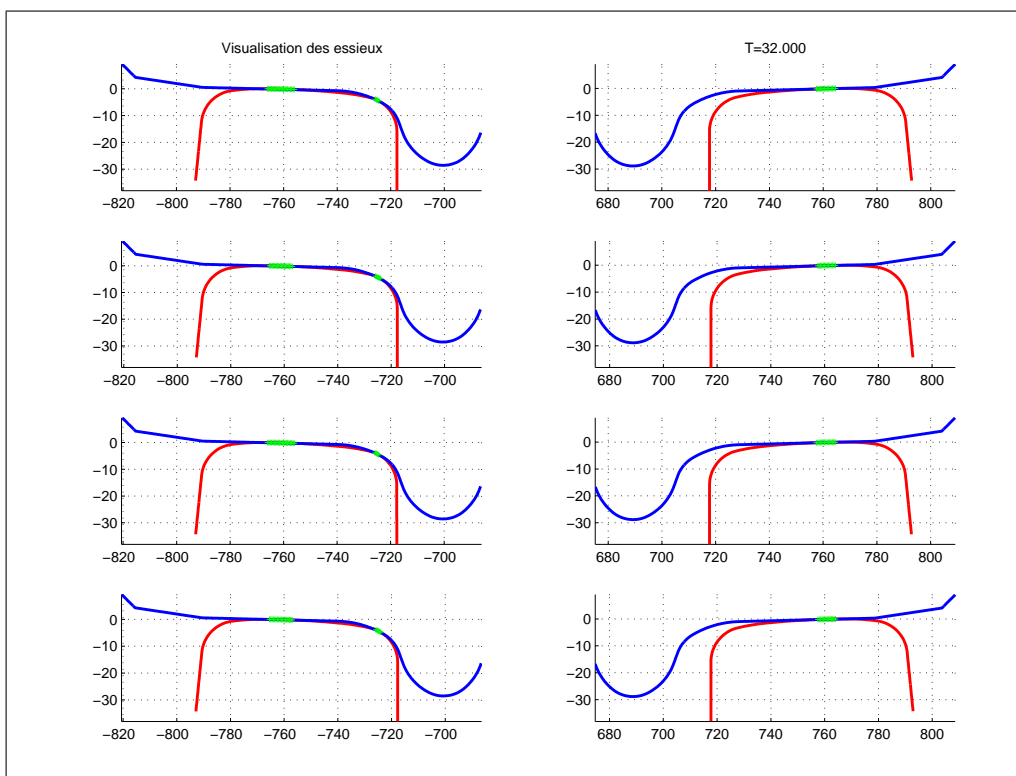


FIG. 4.14 – Visualisation des essieux à  $t = 20s$


FIG. 4.15 – Visualisation des essieux à  $t = 27s$ 

FIG. 4.16 – Visualisation des essieux à  $t = 32s$

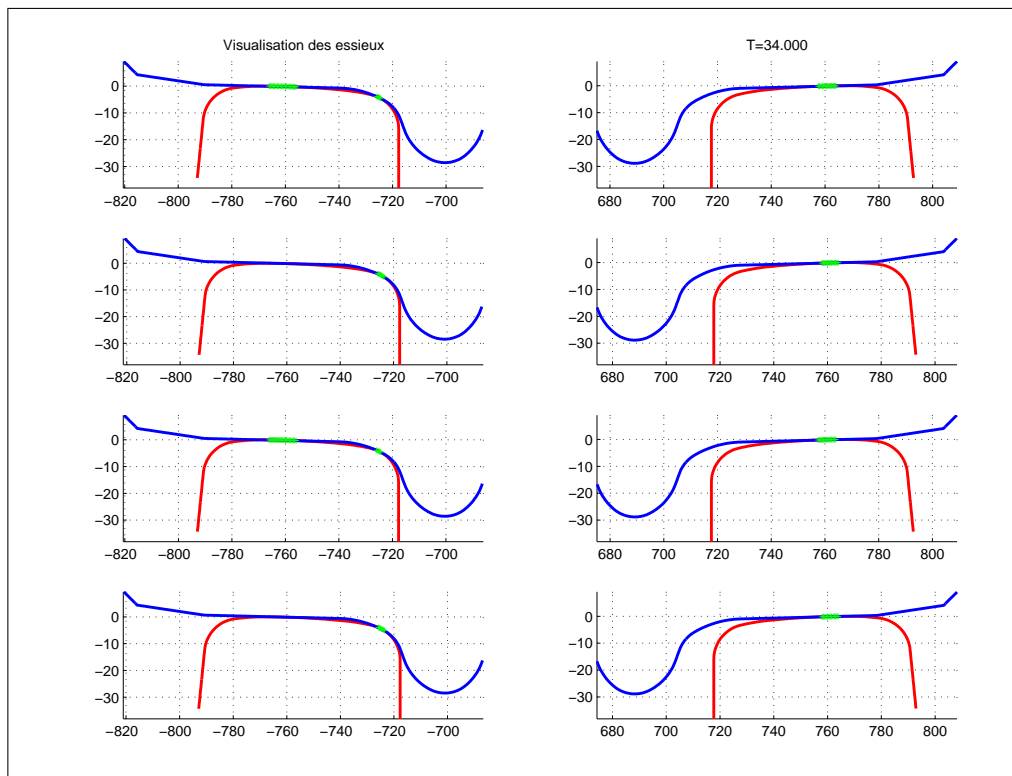


FIG. 4.17 – Visualisation des essieux à  $t = 34s$

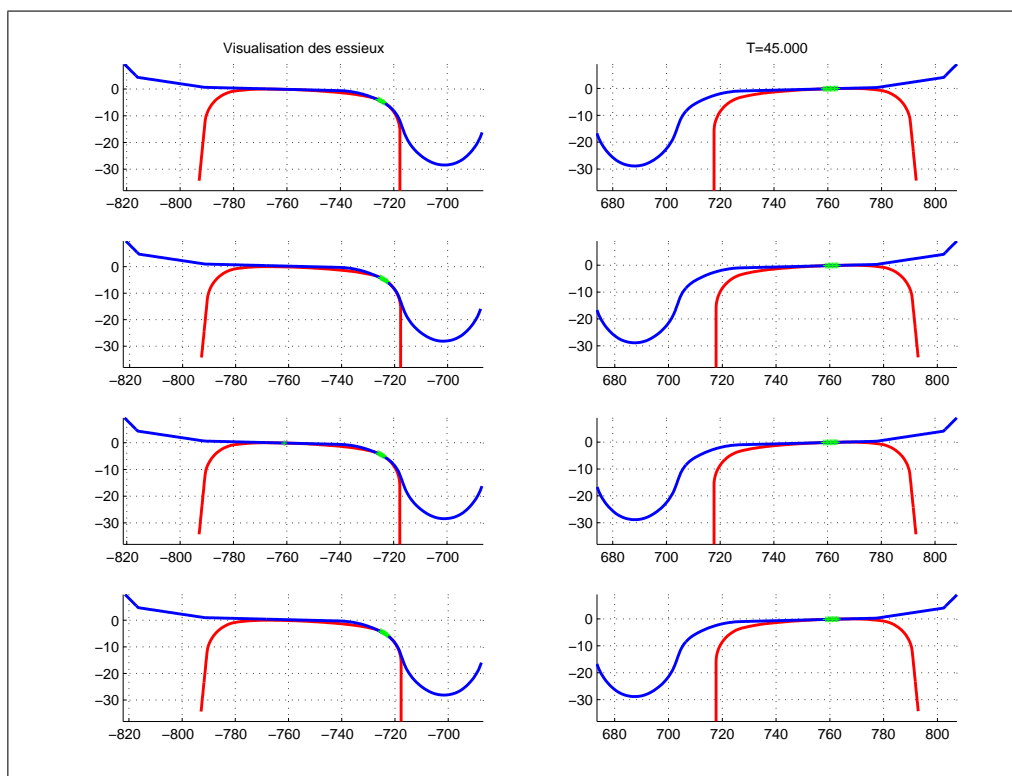
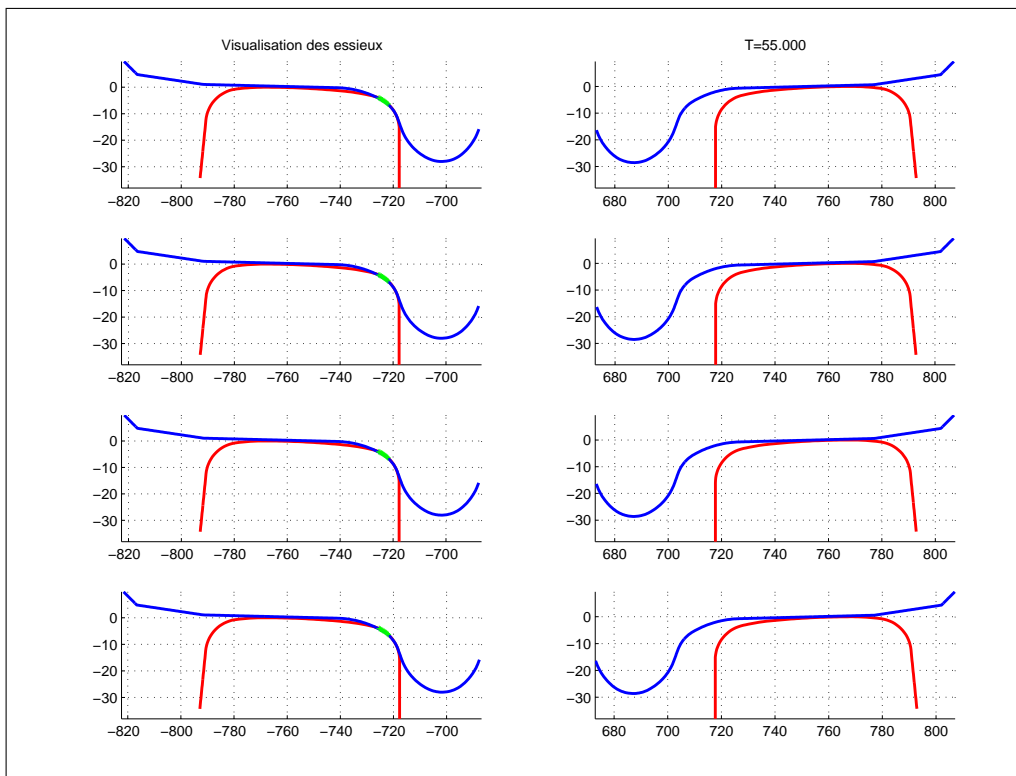
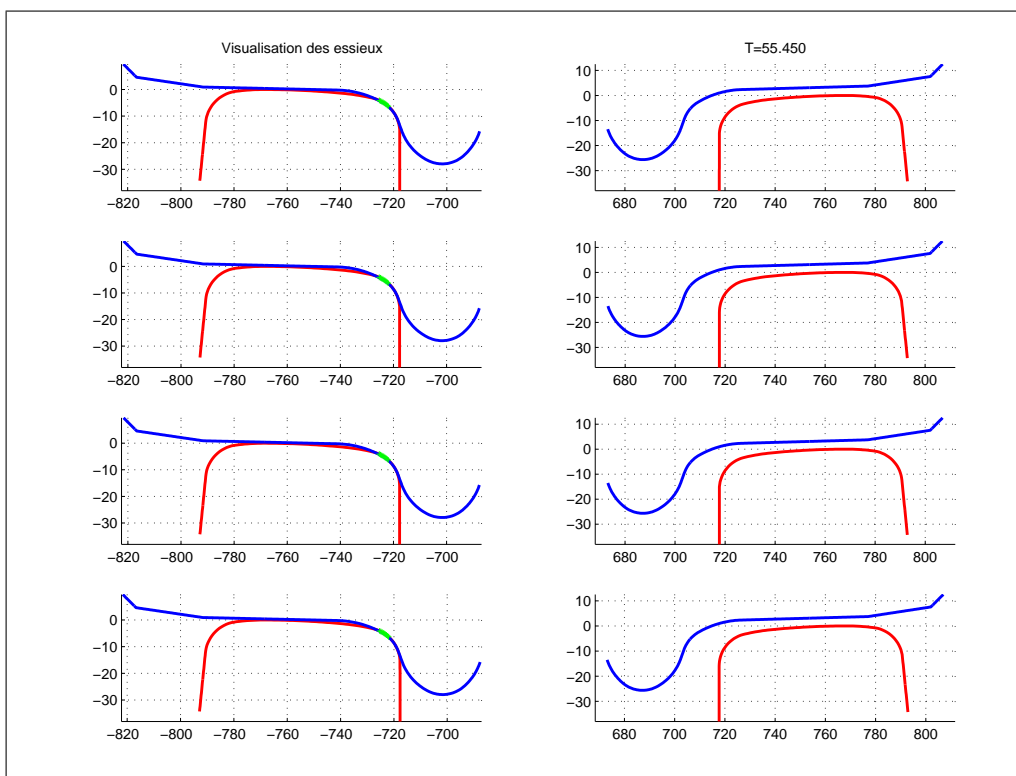


FIG. 4.18 – Visualisation des essieux à  $t = 45s$


FIG. 4.19 – Visualisation des essieux à  $t = 55s$ 

FIG. 4.20 – Visualisation des essieux à  $t = 55.5s$

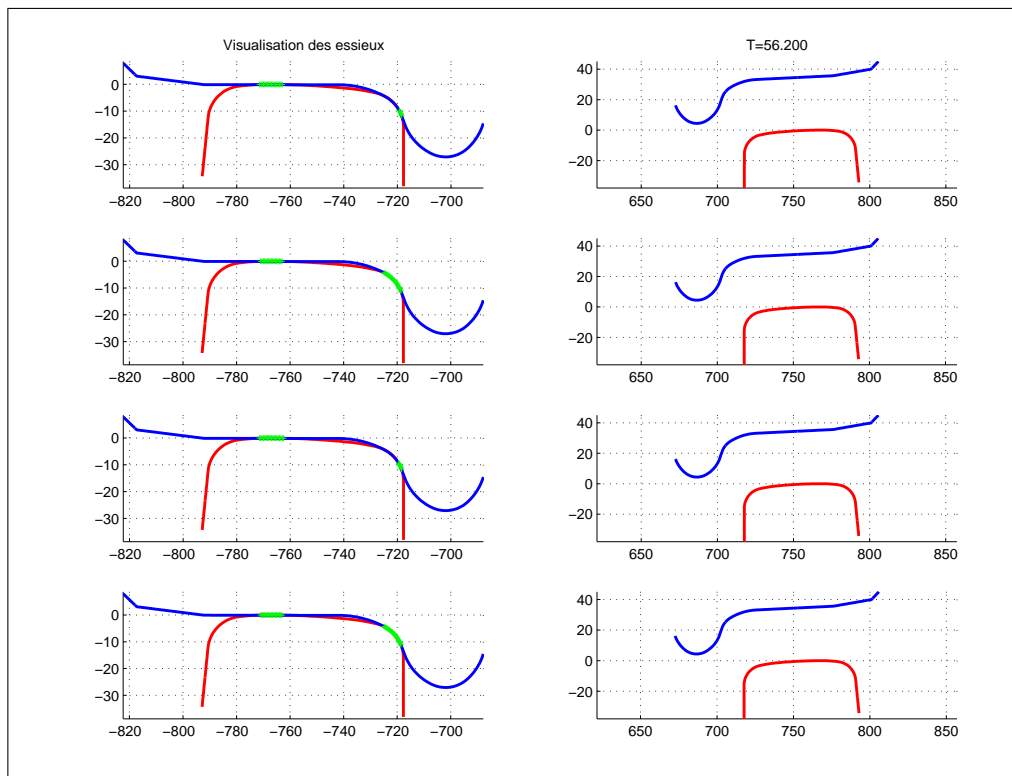


FIG. 4.21 – Visualisation des essieux à  $t = 56.2s$

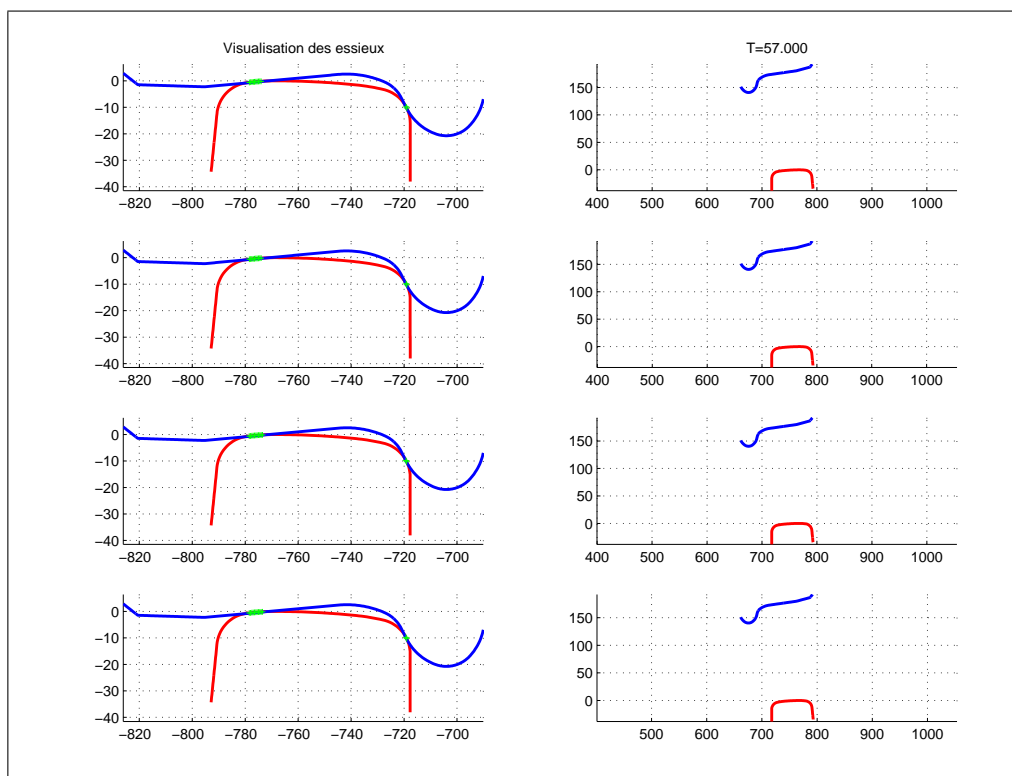


FIG. 4.22 – Visualisation des essieux à  $t = 57s$

### Renversement ou déraillement ?

Lorsque le coefficient  $kk$  diminue, le centre de poussée descend et le rapport  $Y/Q$  des roues porteuses augmente et dépasse les 1.2 considérés comme sécurisant (figure 4.12, page 172). Toutefois ce critère dépend beaucoup de la manière dont le glissement se produit, au travers du coefficient  $\tan(\beta_g)$  (section 1.4.5, page 40) donc ce critère n'est pas intangible. Pour vérifier qu'il y a bien renversement, on procède à une visualisation du comportement des essieux. Par exemple pour  $kk = -1.1m$ , on commence seulement à amener la zone de contact de la roue porteuse en contact dans la pente de  $70^\circ$  du boudin (figure 4.23, page 179) sans pouvoir s'y maintenir. En effet, si nous regardons ce qui se passe pour un ballant d'essieu entre  $6.5mm$  et  $6.7mm$  (table 2.1, page 99 et table 2.1, page 99), la zone de contact de la roue passe rapidement du raccord vers la pente du boudin à  $70^\circ$ . Cette transition est très brutale et le système, ne pouvant se maintenir dans cette position, retombe sur la zone de contact conforme.

La valeur maximale du rapport  $Y/Q$  résulte de cette instabilité, mais si nous filtrons de sorte à n'en voir que la valeur moyenne (à 0.1 Hz), le maximum obtenu est de 0.87 ce qui est plus cohérent avec les résultats précédents.

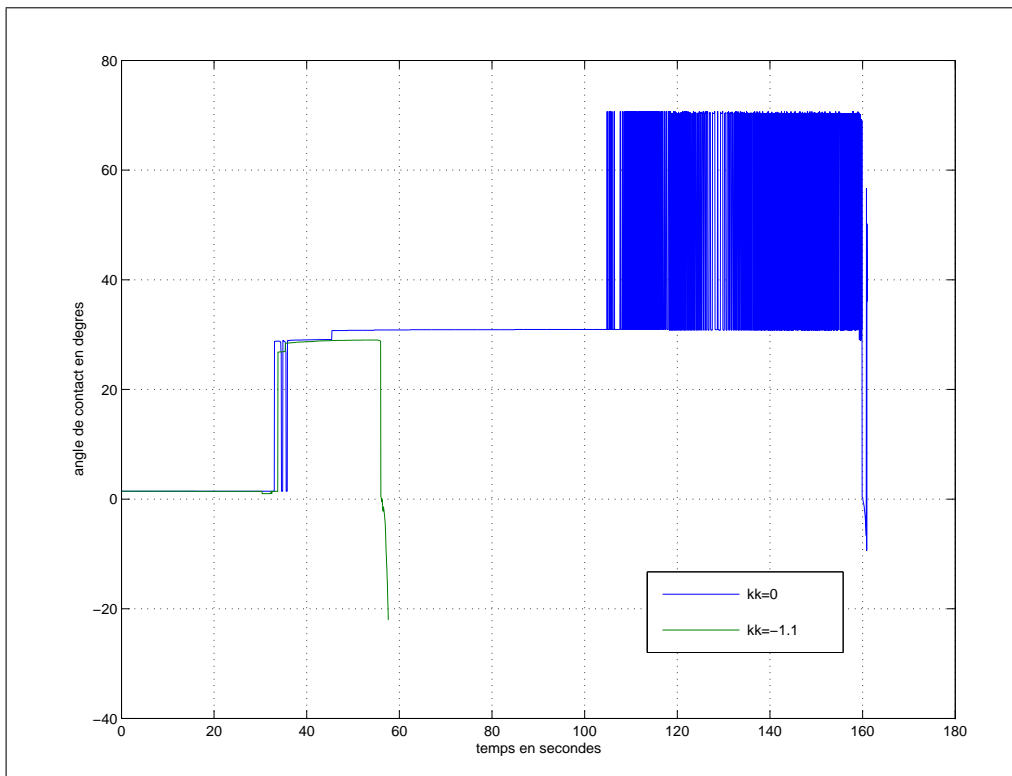


FIG. 4.23 – Angle maximum de contact de la roue porteuse pour  $kk = 0m$  et  $kk = -1.1m$

Notons enfin que considérant les coefficients aérodynamiques<sup>5</sup>, il ne peut pas y avoir de centre de poussée en dessous de  $0.8m$  du centre de gravité de la caisse, ce qui nous permet de conclure qu'il ne peut pas y avoir de déraillement du au vent (en tout cas en ligne droite),

<sup>5</sup>Des trains que nous connaissons i.e. le TGV et l'ICE3.

car le véhicule se renverse avant de pouvoir monter sur le rail.

### 4.1.7 Conclusion sur le renversement quasi-statique

Dans cette partie nous avons présenté quatre systèmes dont les comportements quasi-statiques sont assez similaires, et proposé des critères de détection du renversement. Nous avons regardé le comportement du contact roue-rail pendant le renversement et ainsi justifié de l'écriture d'un code dont le noyau de contact roue rail peut travailler avec des grands roulis d'essieu. Toutefois nous avons laissé une question en suspens : le renversement est-il irréversible ? Nous allons maintenant tenter d'y apporter une réponse.



## 4.2 Comportement du système soumis à un pic de force

Il est évident que parler de la réversibilité du renversement est fort complexe, compte tenu à la fois du système modélisé et des multiples cas de chargement qui peuvent amener le système à se comporter de manière critique. Cette étude sur la réversibilité du renversement se limite à l'observation du comportement du système sous trois cas de chargements instationnaires. Dans un premier temps, nous présenterons trois formes de rafales, dans un deuxième temps nous observerons la réaction de nos quatre systèmes à ces rafales et enfin nous regarderons plus précisément l'influence du lacet sur le renversement.

### 4.2.1 Présentation des rafales

Considérons maintenant que  $F_y$  est issue d'un modèle de rafale, c'est à dire que  $F_y$  s'écrit sous la forme ( $A = 130$ ) :

$$F_y(t) = A (V_m + u(t))^2 \quad (4.13)$$

Nous appellerons  $V_m$  la valeur moyenne du vent,  $u(t)$  modélise alors la turbulence. Dans le cadre des projets Vents Traversiers, la turbulence du vent est modélisée par des cas extrêmes : les rafales. Les caractéristiques d'une rafale sont données par le coefficient  $C_{raf}$  (qui détermine son amplitude), et sa longueur vue du sol  $L$  (dont on déduit la durée vue par le train  $\tau = \frac{L}{V_t}$ ). Ces deux paramètres sont liés l'un à l'autre comme l'explique D. Delaunay dans (9) et (10). Plusieurs modèles de rafales ont été proposés dans le cadre du projet Vents Traversiers (8) (10) ( $\mathbf{1}_o$  est une fonction indicatrice) :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Ballon de Rugby} & V_m (C_{raf} - 1) \sin\left(\frac{\pi}{\tau}(t - 25 + \tau/2)\right) \mathbf{1}_{t \in [25 - \tau/2, 25 + \tau/2]} \\ \text{Chapeau Chinois} & V_m (C_{raf} - 1) [\exp(-(t - 25)/\tau) \mathbf{1}_{t \geq 25} + \exp((t - 25)/\tau) \mathbf{1}_{t < 25}] \\ \text{Rafale Allemande} & V_m (C_{raf} - 1) [(t - 25) \mathbf{1}_{t \in [25, 26]} + \mathbf{1}_{t > 26}] \end{array} \right. \quad (4.14)$$

La rafale Ballon de Rugby<sup>6</sup> est la partie positive d'un sinus de période  $2\tau$  (figure 4.24, page 182).

La rafale Chapeau Chinois est composée de deux exponentielles dos à dos. La longueur est définie à une l'amplitude  $(C_{raf} - 1) \exp(-1)$  (figure 4.25, page 183).

La rafale Allemande est une simple rampe croissante entre  $V_m$  et  $V_m + u$  (figure 4.26, page 183). La longueur de cette rafale est à priori fixée à une seconde, nous avons étendu cette forme à des longueurs variables. Toutefois, à cause de sa forme cette rafale n'est pas

<sup>6</sup>Considérant que la modulation de la rafale ballon de Rugby définie pour les calculs d'abaques ln5 rend celle ci moins critique (section 5.1.4, page 230), nous n'avons pas pris cette modulation en compte.

très intéressante : en effet le fait de se maintenir à  $V_m + u$  rend celle ci systématiquement plus critique qu'une rampe quasi-statique.

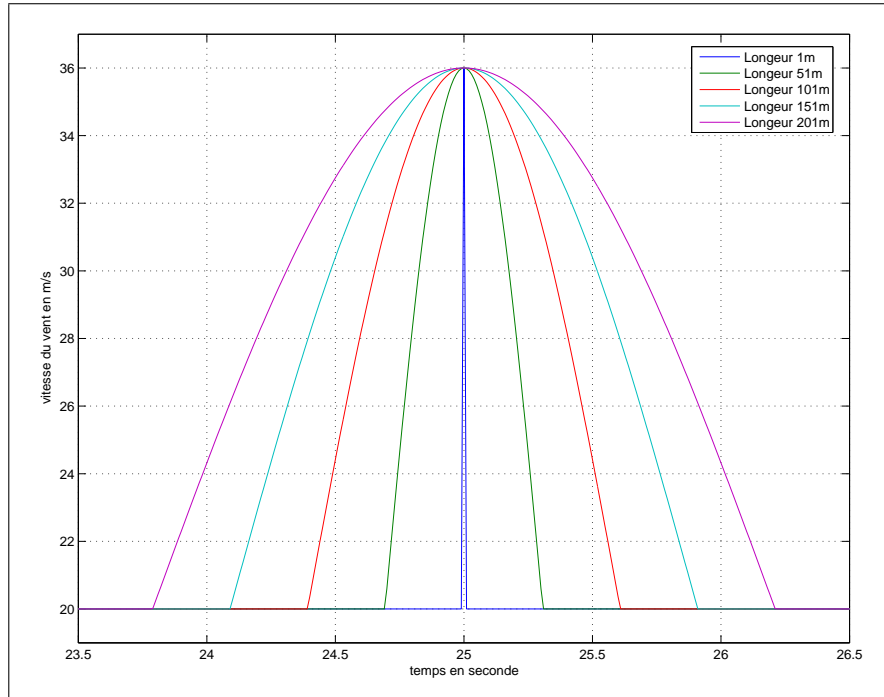


FIG. 4.24 – Rafale Ballon de Rugby pour différentes longueurs de rafale

Dans notre étude nous considérons un coefficient de rafale de 1.8 et une vitesse de train de  $V_t = 83 \text{ m/s}$ . Pour observer la réponse d'un système à une rafale, nous créons un vent constitué d'une rampe de dix secondes allant de 0 à  $U$  puis nous appliquons la rafale de manière à ce qu'elle soit centrée autour de 25 secondes (la Rafale Allemande commence à la vingt-cinquième seconde) (figure 4.27, page 184).

Dans un premier temps, nous ne considérerons qu'une rafale "en force" c'est-à-dire que la rafale ne tient pas compte des coefficients aérodynamiques et n'agit que selon le ballant  $F_y$  (figure 4.28, page 184). La valeur du coefficient aérodynamique est alors fixée  $A = -130$ , ce qui est compatible avec une incidence de vent de l'ordre de  $60^\circ$ . Cette formulation sera complétée dans le chapitre suivant.

Nous allons maintenant étudier la réponse du système aux rafales présentées et parler de la marge entre le franchissement du point de soulèvement et le renversement à proprement parler. Pour ce faire nous tracerons les iso-critères en fonction de la longueur de rafales, c'est à dire que nous étudierons l'influence de la longueur de rafale sur la réversibilité du soulèvement. La section suivante sera consacrée à la mise en forme des résultats.

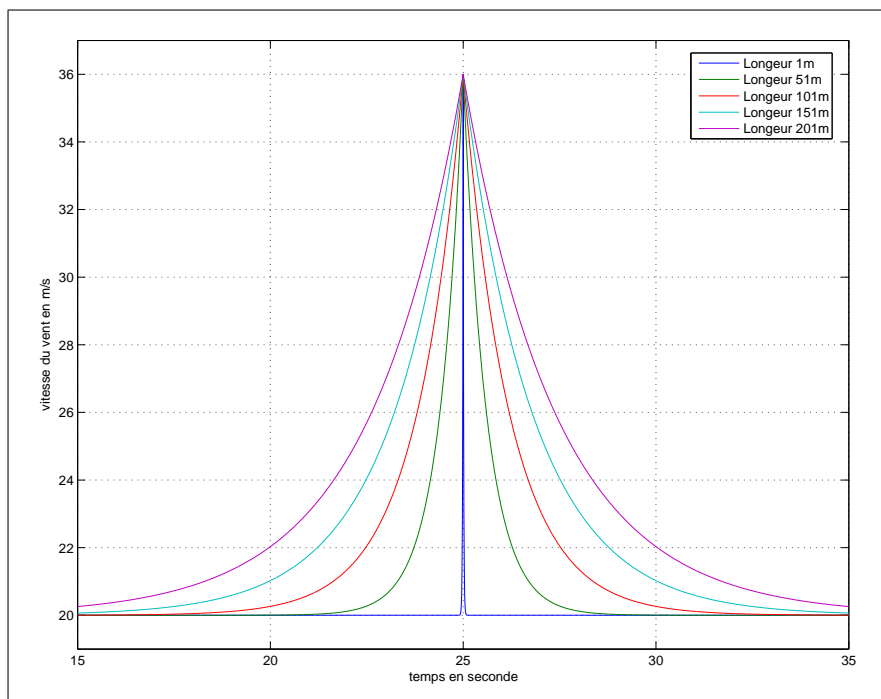


FIG. 4.25 – Rafale Chapeau Chinois pour différentes longueurs de rafale

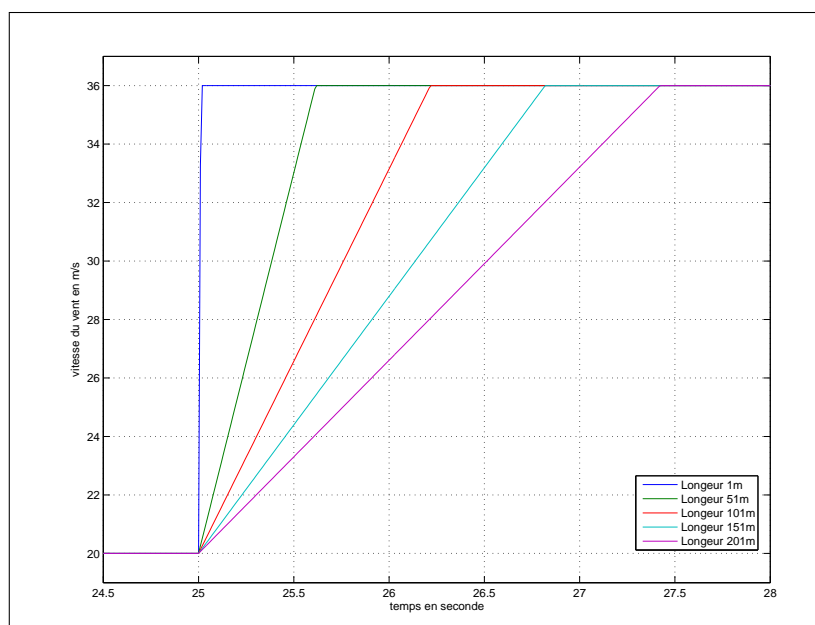


FIG. 4.26 – Rafale Allemande pour différentes longueurs de rafale

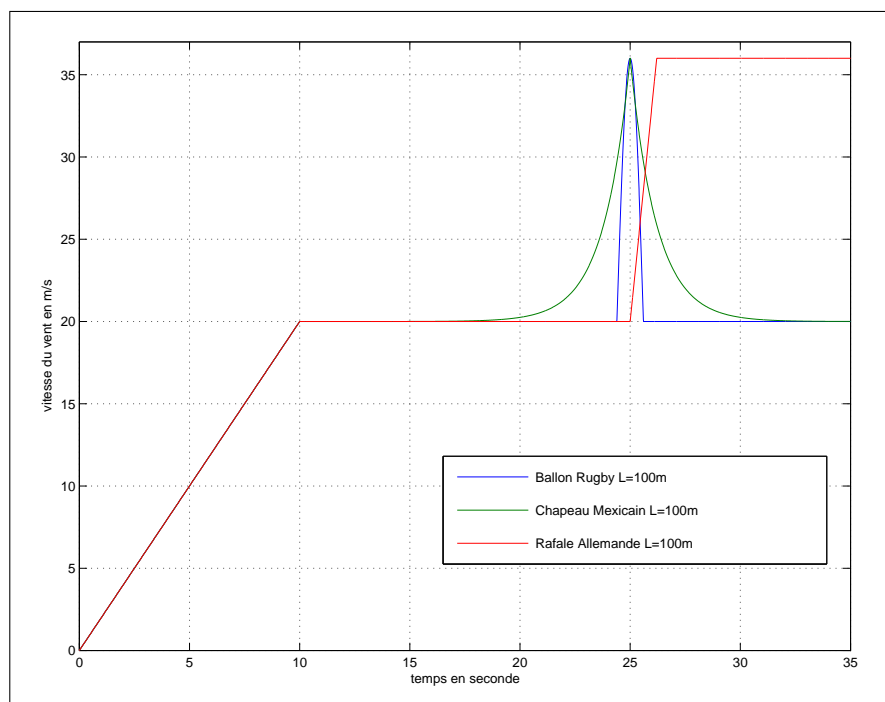


FIG. 4.27 – Forme du vent déterministe utilisée pour tester le renversement

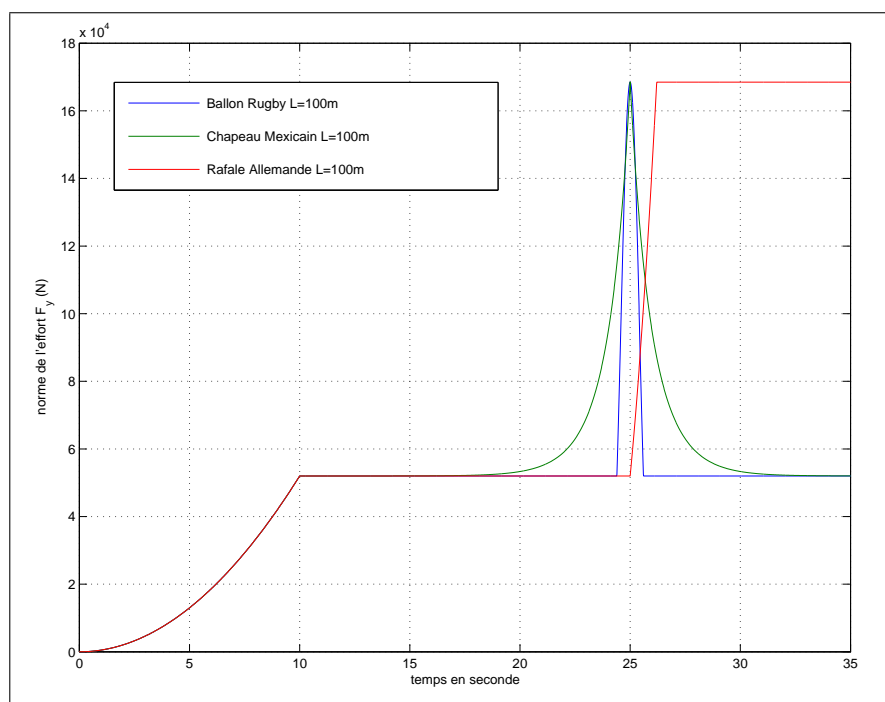


FIG. 4.28 – Forme de l'effort  $F_y$  utilisée pour tester le renversement

### 4.2.2 Méthodologie : mise en forme des résultats

Dans cette section, nous allons expliquer comment les résultats sont mis en forme en justifiant notre méthode. Pour appuyer notre démarche, nous considérerons une rafale Chapeau Chinois de longueur  $100m$ , de coefficient de rafale  $1.8$ . La réponse du système 3 à cette rafale est calculée pour des vitesses moyennes de vent  $V_m$  de  $14m/s$ ,  $15m/s$ ,  $16m/s$  ... jusqu'à ce que le système se renverse (figure 4.29, page 185).

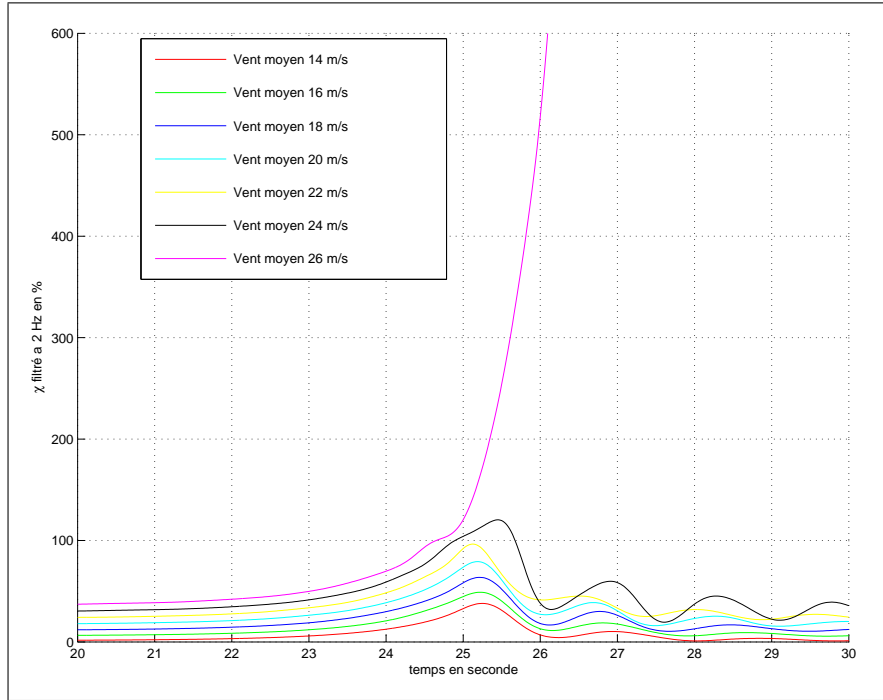
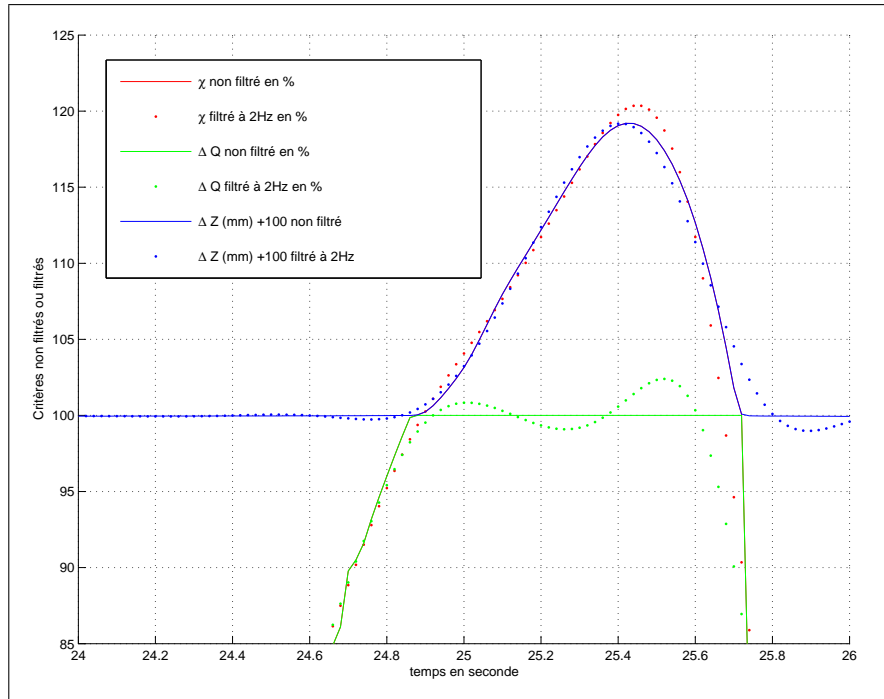


FIG. 4.29 – Évolution du  $\chi$  en fonction de la vitesse moyenne du vent

Comme le système réagit dynamiquement (sous l'effet de la rafale, la caisse prend de la vitesse figure 4.40, page 194) et que les critères ont été établis pour des cas quasi-statiques, ils sont filtrés à  $2Hz$ . Cette fréquence a été fixée après une analyse modale des motrices de sorte que les modes de bogies ne viennent pas perturber les abaques. C'est à cause de ce filtrage que le critère du  $\chi$  revêt tout son intérêt. En effet lorsque l'on filtre  $\Delta Q$  et  $\Delta Z$ , ils perdent leur caractère d'exclusion mutuelle (figure 4.30, page 186). Il est alors difficile de déterminer un point de soulèvement ( $\Delta Q = 100\%$  et  $\Delta Z = 0mm$ ). En réunissant ces deux critères au sein du  $\chi$ , puis en filtrant celui-ci le point de soulèvement est aisément détectable.

Les critères de délestage ( $\Delta Q$ ), de levée de roue ( $\Delta Z$ ) et de  $\chi$  de chaque simulation sont calculés (par exemple pour  $V_m = 24m/s$  figure 4.30, page 186) et leur maximum respectif est retenu (figure 4.31, page 187). Lorsque la vitesse du vent augmente, ce maximum se doit aussi d'augmenter (ce qui n'est pas le cas pour le  $\Delta Q$  lorsqu'il est filtré). On peut alors déduire de cette courbe les valeurs de vitesses moyennes correspondant aux critères recherchés. Par

FIG. 4.30 – Les trois critères  $\chi$ ,  $\Delta Q$  et  $\Delta Z$  à l'instant de la rafale

exemple si nous souhaitons connaître la valeur de vitesses moyennes du vent pour un  $\chi$  de 150% il nous faut interpoler la courbe du  $\chi$  maximum et en déduire  $V_m$ .

C'est par cette méthode que nous pouvons construire les courbes d'iso-critères (les courbes qui donnent la vitesse moyenne du vent qui permet d'atteindre une valeur donnée du critère). Nous avons choisis quatre valeurs remarquables, les délestages  $\Delta Q = 90\%$  et  $\Delta Q = 100\%$  ( $\chi = 90\%$  et  $100\%$ ) et les levées de roue  $\Delta Z = 5mm$  et  $\Delta Z = 50cm$  ( $\chi = 105\%$  et  $600\%$ ). Ces valeurs correspondent respectivement à la valeur de sécurité fixée pour l'analyse « vents traversiers », au point de soulèvement, à un point où le renversement s'initie et au point de renversement irréversible. Ces courbes mettent en évidence la difficulté à détecter sur le  $\Delta Q$  un déchargement à 100% (remarquez la chute de celui-ci pour les longueurs de rafale de  $40m$ , non compatible avec la courbe de  $\Delta Z = 5mm$ ) et la fiabilité du critère du  $\chi$  (figure 4.32, page 187). C'est pour faciliter le traitement de calculs incluant la levée de roue que nous proposons ce critère. Il est à noter que celui-ci nous facilitera aussi l'étude stochastique en nous évitant d'avoir à construire une loi de probabilité pour le délestage et pour la levée de roue.

La méthode d'étude étant fixée, nous allons maintenant comparer les réactions des systèmes aux différentes formes de rafale.

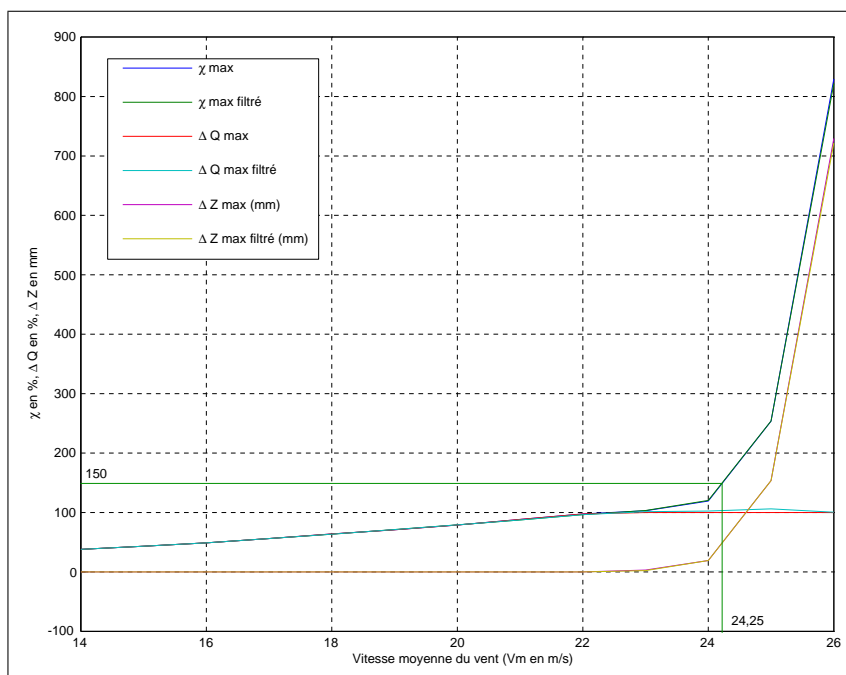


FIG. 4.31 – Maximum de chaque critère en fonction de la vitesse moyenne du vent

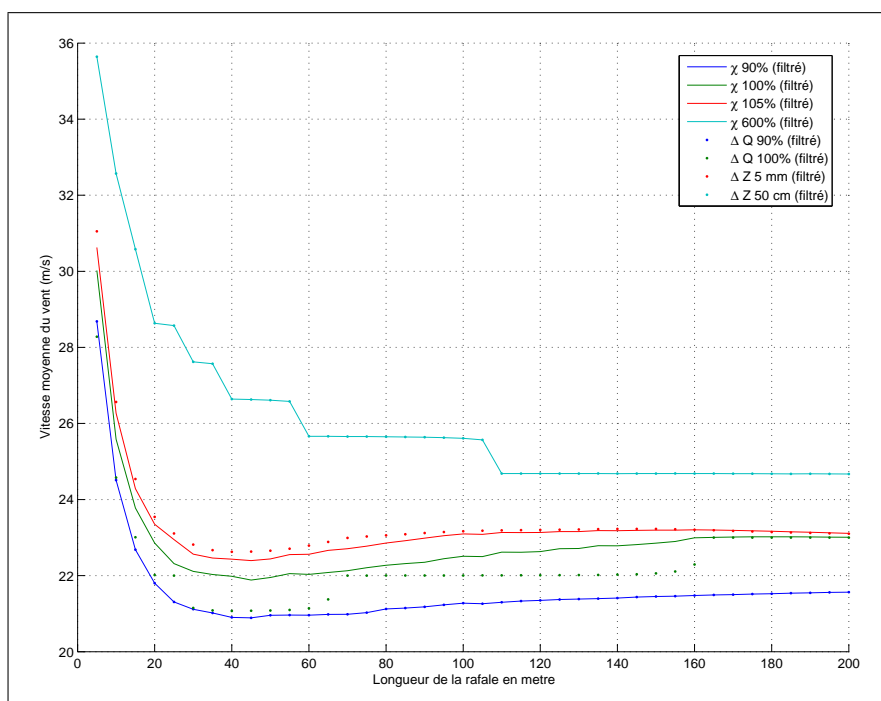


FIG. 4.32 – Courbes d'iso-critères fonction de la longueur de rafale (Sys 3, Chapeau chinois)

### 4.2.3 Réponse aux rafales

Dans un premier temps nous détaillerons le cas Ballon de Rugby, puis nous comparerons les réponses des quatre systèmes aux différentes rafales enfin nous comparerons les rafales entre elles.

#### Analyse du cas Ballon de Rugby

Pour les longueurs de rafales inférieures à  $60m$ , le système 1 est moins sensible aux rafales Ballon de Rugby qu'il ne l'est à une rampe statique de même amplitude. Au-delà de  $60m$ , le système se comporte quasi-statiquement du point de vue du délestage. Autrement dit, plus la rafale est longue plus le système a le temps de réagir (figure 4.33, page 188). Notons que dans le d'un cas de chargement quasi-statique lorsque l'on atteint un déchargement de 100% il y a renversement. Au contraire, lorsque l'on applique une rafale il y a une marge entre le renversement et le délestage à 100% d'au moins  $3m/s$  soit donc un peu supérieure à 10% (figure 4.34, page 189). Cette thèse ayant pour objet la quantification de la marge de sécurité entre soulèvement et renversement, ce résultat est particulièrement important.

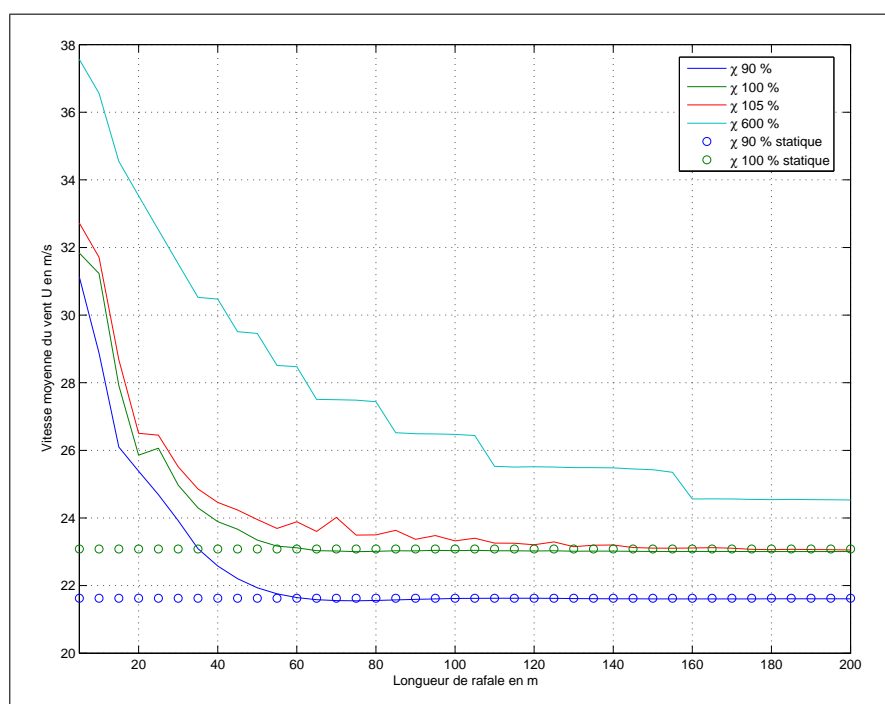


FIG. 4.33 – Courbe iso- $\chi$  pour le système 1 (Ballon de Rugby)

Les systèmes 2 et 3 réagissent de manière similaire aux rafales Ballon de Rugby (les courbes présentées sont celles du système 3). Le modèle de voie ne semble donc pas avoir beaucoup d'influence. A la différence du système 1, ils sont pour des rafales de longueur supérieures à  $40m$  plus sensibles aux rafales qu'à une rampe. Cette sensibilité vient de la capacité du système à se déformer : c'est un effet dynamique (figure 4.35, page 190). Notons



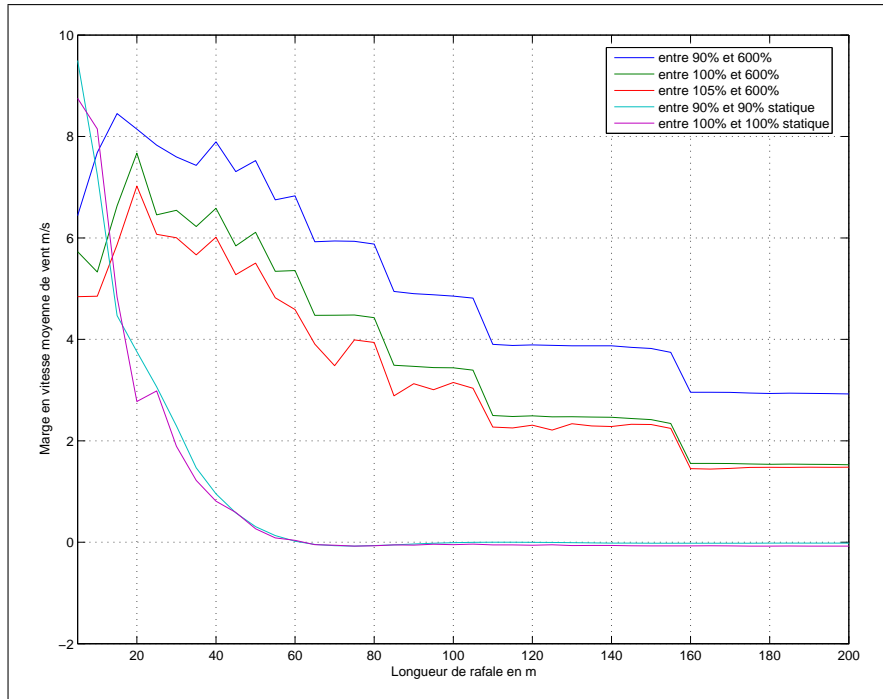


FIG. 4.34 – Marge entre soulèvement et renversement du système 1 (Ballon de Rugby)

que le système est plus critique pour des rafales de longueur de 100 mètres. Pour cette longueur, l'écart entre un calcul quasi-statique et un calcul en rafale est de  $4.5\text{m/s}$  (en vitesse moyenne de vent). Comme précédemment, les marges entre soulèvement et renversement sont là aussi supérieures à  $3\text{m/s}$  (figure 4.36, page 190). Les résultats du système 4 montrent que la modélisation du contact roue-rail ne modifie pas le comportement général du système (figure 4.37, page 191).

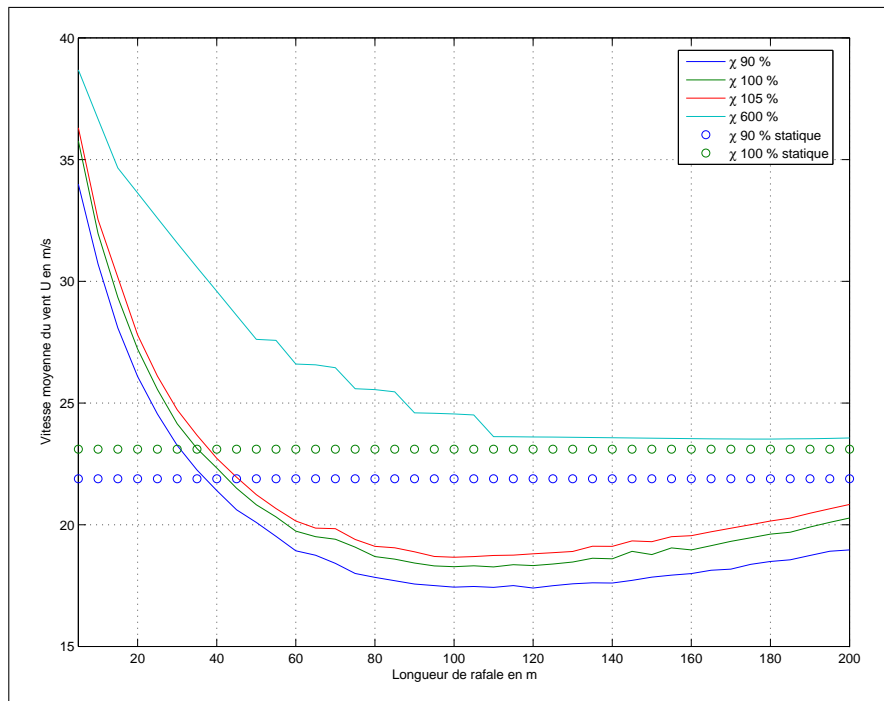


FIG. 4.35 – Courbe iso- $\chi$  pour le système 3 (Ballon de Rugby)

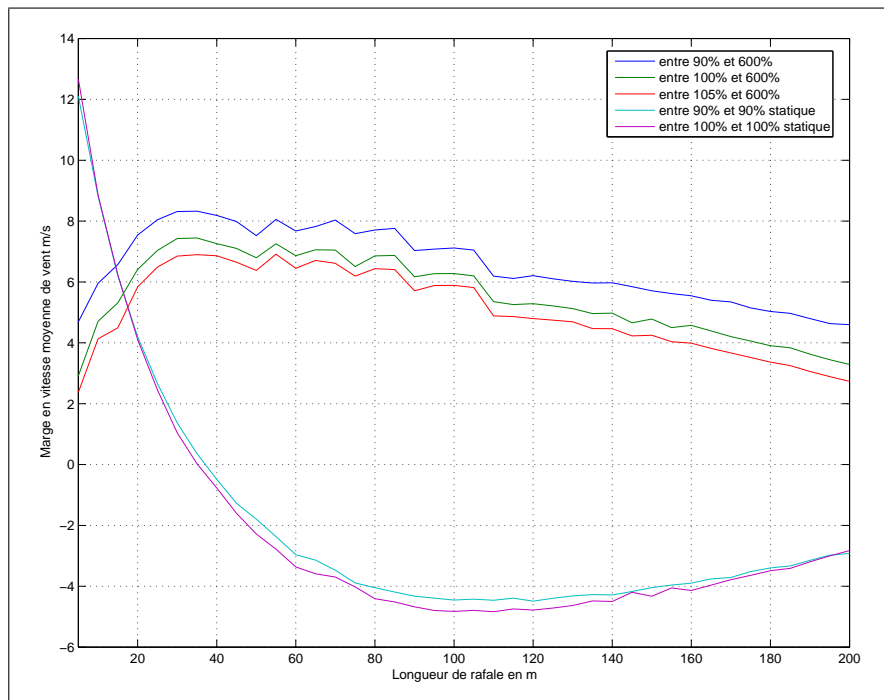
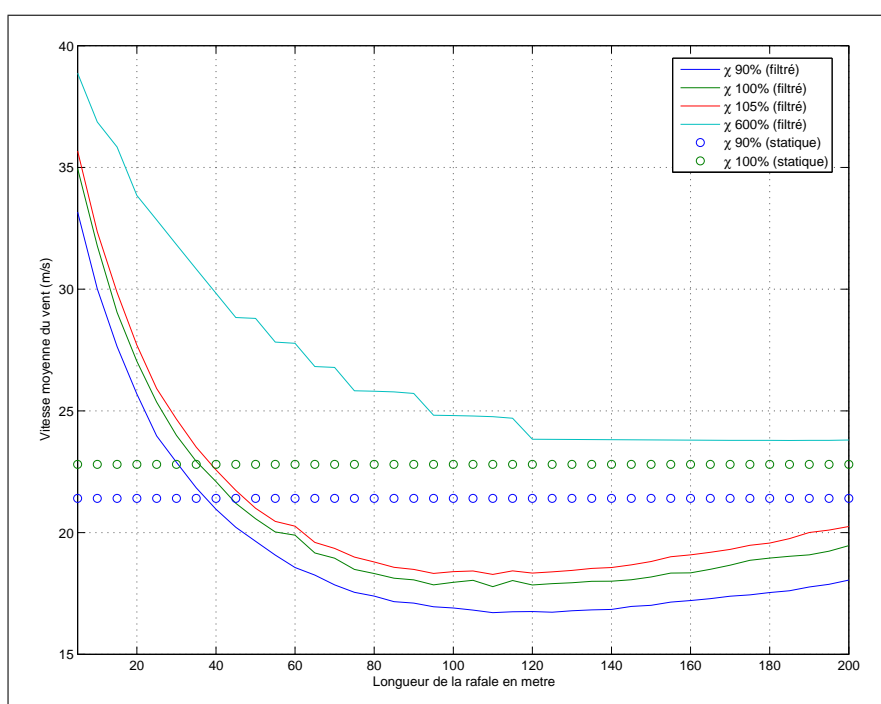


FIG. 4.36 – Marge entre soulèvement et renversement du système 3 (Ballon de Rugby)

FIG. 4.37 – Courbe iso- $\chi$  pour le système 4 (Ballon de Rugby)

## Comparaison des systèmes

Pour les rafales Ballon de Rugby, nous avons observé indépendamment le comportement des systèmes, nous allons superposer les courbes pour voir comment les éléments de modélisation influent sur les courbes de délestage et de renversement.

Le système 1 est moins sensible aux rafales que les autres, parce qu'il n'intègre pas la modélisation des liaisons. Les liaisons permettant à la caisse de prendre de la vitesse avant de consommer le jeu dans les butées (figure 4.40, page 194) rendent les systèmes 2, 3 et 4 plus sensibles au délestage et au renversement, à condition que les rafales soient assez longues. Le modèle avec contact roue-rail (système 4) est légèrement plus sensible que les autres systèmes en ce qui concerne les courbes de délestage (90%, 100% et 105%) mais moins sensible au renversement, et ce parce que la liaison entre roue gauche et rail gauche n'est pas une rotule parfaite. Le système étant ici soumis à un chargement symétrique (ne privilégiant aucun des bogies), il serait intéressant d'étudier l'influence d'un moment de lacet sur les courbes de délestage. Enfin le modèle de voie ne modifie rien à la réponse des systèmes (figure 4.38, page 192). On peut tirer exactement les mêmes conclusions des réponses aux rafales Chapeau Chinois (figure 4.39, page 193).

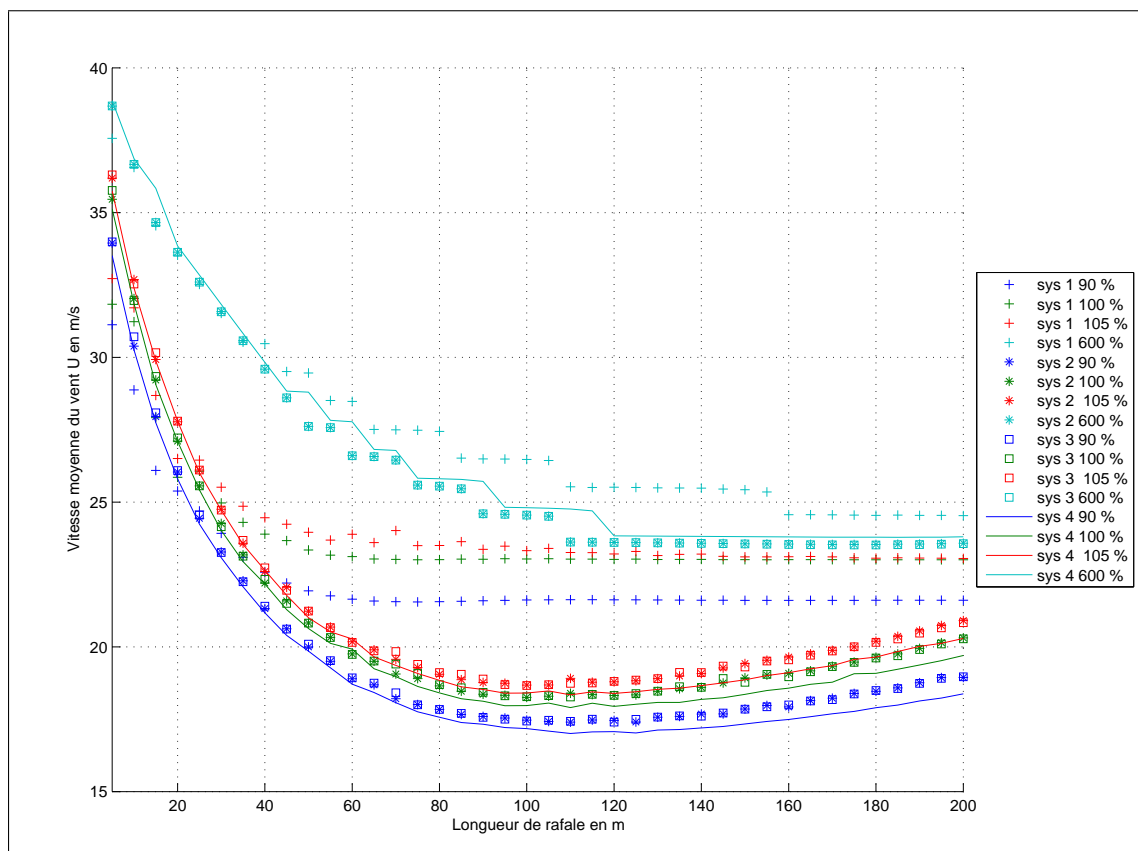


FIG. 4.38 – Soulèvement et renversement des quatre systèmes (Ballon de Rugby)

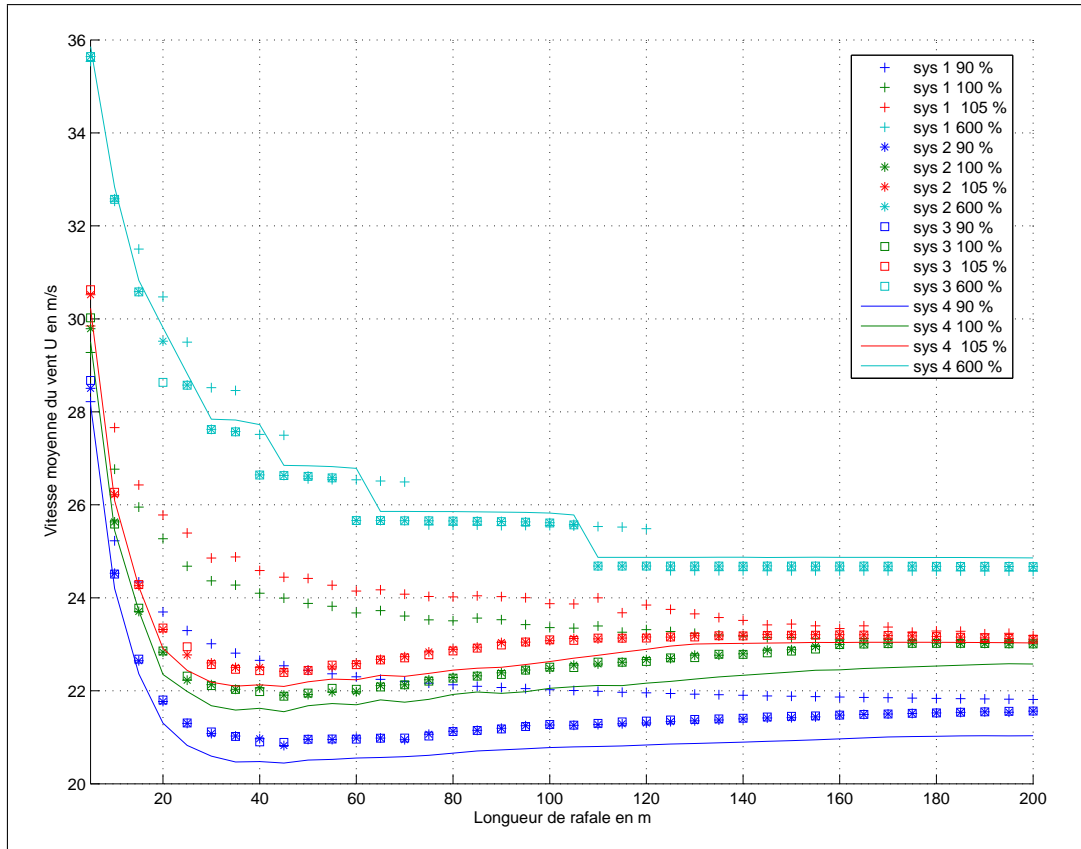


FIG. 4.39 – Soulèvement et renversement des quatre systèmes (Chapeau Chinois)

En ce qui concerne la rafale Allemande, comme sa forme est très différente des autres, les systèmes ont une réponse très différente (figure 4.41, page 194). Le système 1 ne change quasiment pas de comportement lorsque la longueur de rafale augmente, la marge entre délestage à 90% et renversement restant de l'ordre de  $3\text{ m/s}$ . Les systèmes 2 et 3 (nous n'avons pas calculé la réponse du système 4) sont très sensibles aux rafales de courte longueur (ce sont les plus brutales, qui induisent donc les effets dynamiques les plus importants) mais il présente un « pic d'insensibilité » pour des longueurs de rafale de  $100\text{ m}$ - $120\text{ m}$ .

La rafale Allemande induit un comportement très spécifique du système, celle-ci n'est pas représentative d'une rafale de vent, mais plutôt d'un changement d'exposition (entrée en plaine, sortie de tranchée ...), son intérêt est, dans le cadre de cette thèse, moindre. Comparons maintenant nos deux modèles de rafales Ballon de Rugby et Chapeau Chinois.

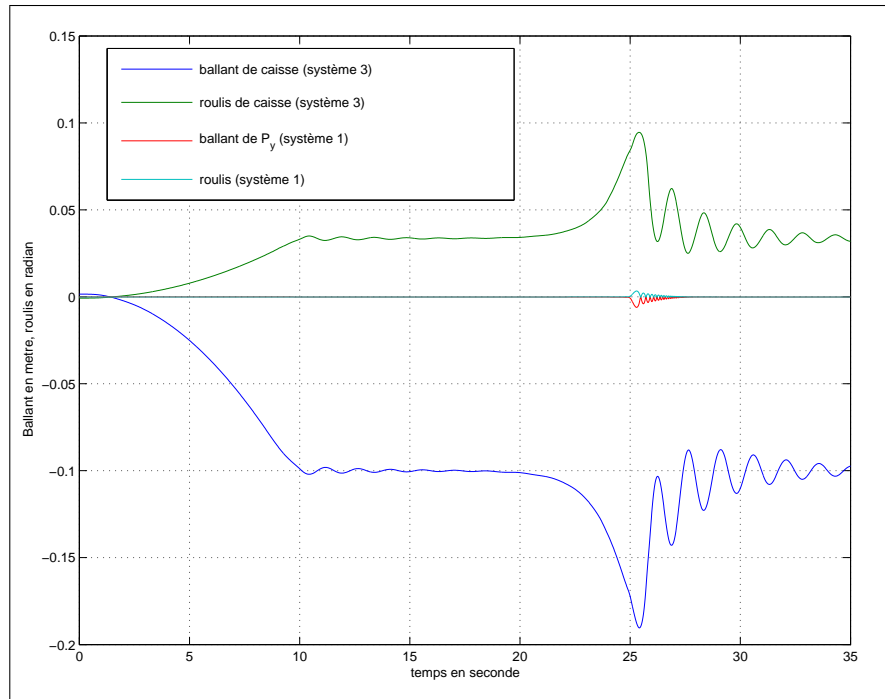


FIG. 4.40 – Ballant et roulis des système 1 et 2 (Chapeau Chinois,  $L = 100m, U = 24m/s$ )

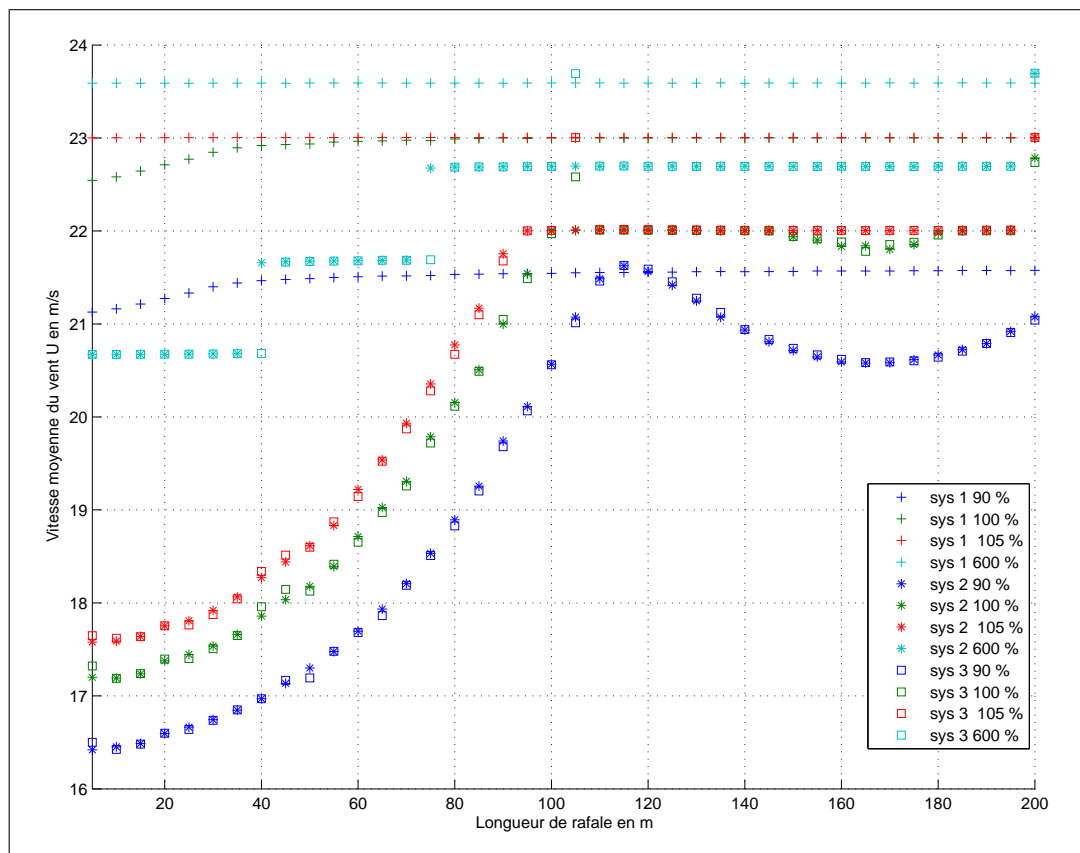


FIG. 4.41 – Soulèvement et renversement du système 3 (Allemande)

### Comparaison entre rafales Ballon de Rugby et Chapeau Chinois

Les modèles de rafales Ballon de Rugby et Chapeau Chinois n'ont pas exactement la même influence sur la motrice complète. Le système 4 est plus sensible aux rafales Chapeau Chinois pour de faibles longueurs de rafale (inférieurs à 40m) et plus sensibles aux rafales Ballon de Rugby pour des rafales plus longues (figure 4.42, page 195). Les écarts en vitesse moyenne de vent sont de l'ordre de 4m/s aux points les plus critiques (pour une longueur de rafale de 100m sur le Ballon de Rugby et de 40m sur le Chapeau Chinois). Cette différence de comportement montre l'influence non négligeable que la forme de la rafale peut avoir sur le risque de renversement. Pour faire une étude de risque, il conviendra de se poser la question de la forme à utiliser ou de proposer une méthode n'imposant pas de forme aux rafales (par exemple une méthode stochastique).

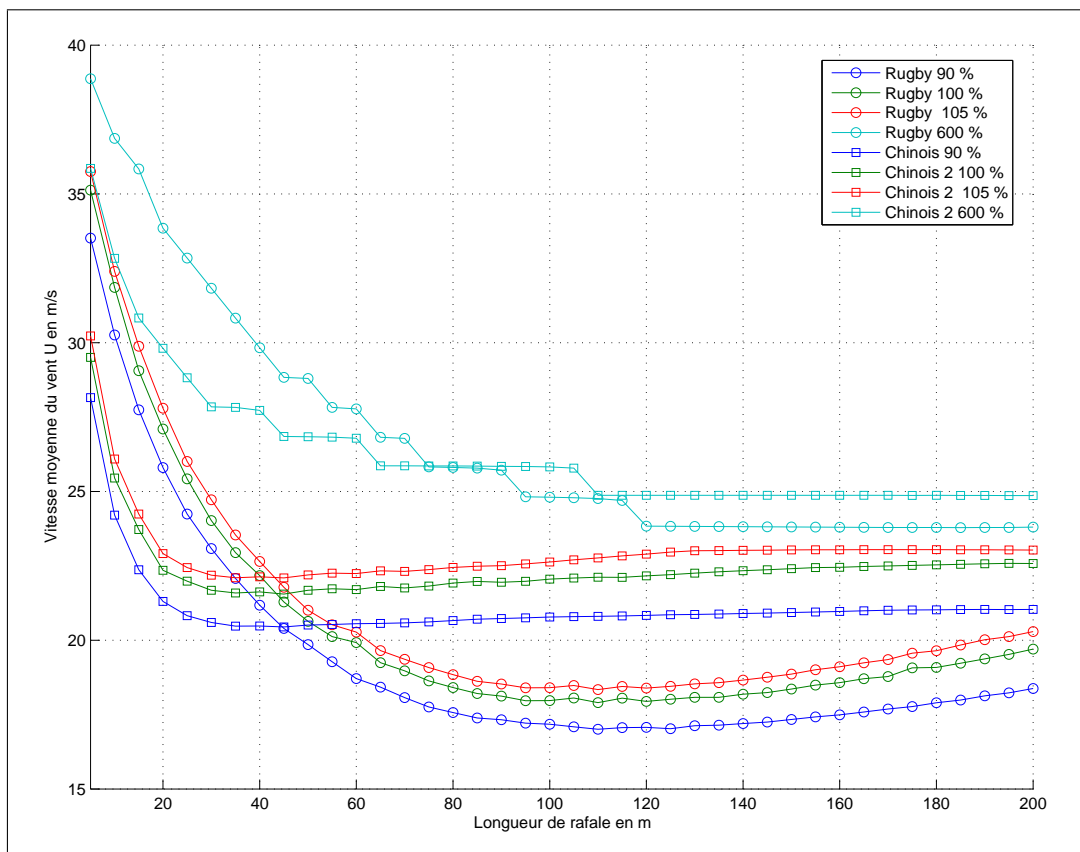


FIG. 4.42 – Comportement du système 4 aux rafales Ballon de Rugby et Chapeau Chinois

### Influence du lacet

Il nous reste à aborder une question : l'influence du lacet sur les points de soulèvement et de renversement. Pour cela nous réalisons un calcul où les lacets des essieux sont bloqués (fixés à 0, système 5) et un calcul où en plus de la force  $F_y$  un moment  $M_z$  est imposé (avec un coefficient aérodynamique de 455, système 6). Les calculs sur les rafales Chapeau Chinois

(figure 4.44, page 197) et Ballon de Rugby (figure 4.43, page 196) montrent que le lacet influe sur les courbes de délestage et de soulèvement mais pas (ou très peu) sur la courbe de renversement. Cela montre l'importance du moment de lacet qui favorise le délestage d'un bogie, mais confirme que pour vraiment renverser, il faut que les deux bogies soient prêts à se soulever.

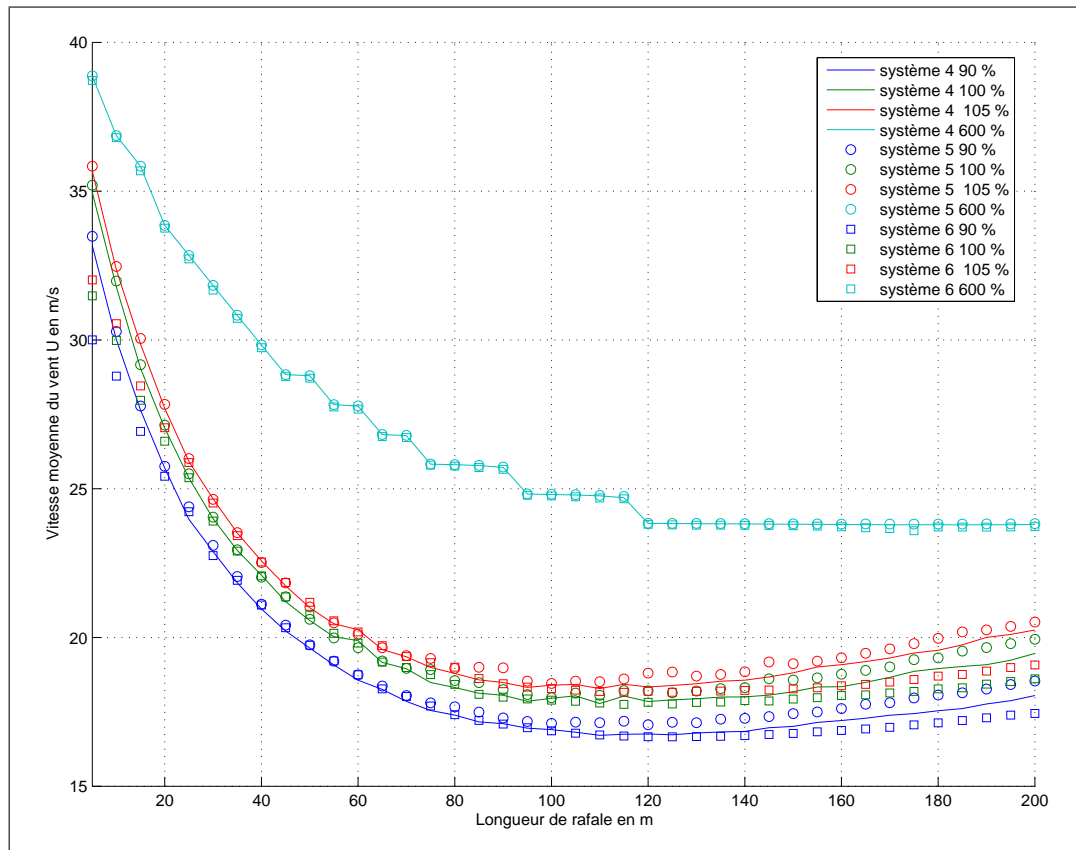


FIG. 4.43 – Influence du lacet (Ballon Rugby)



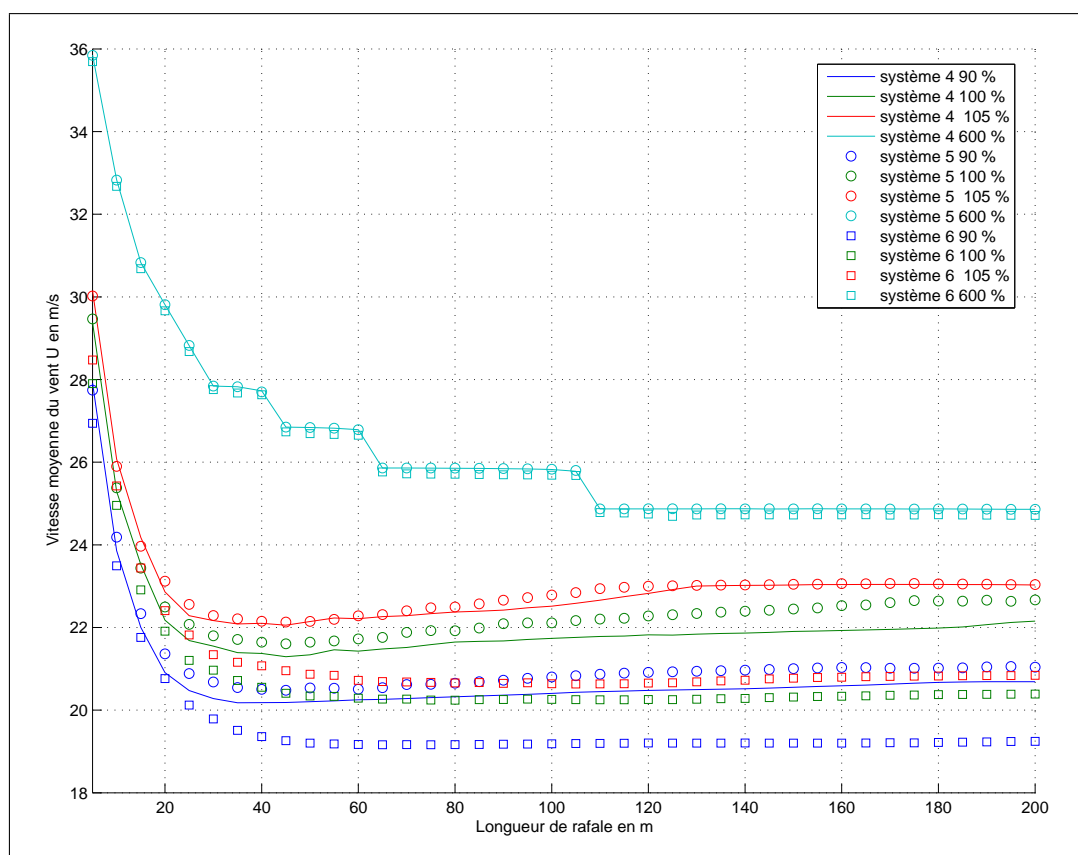


FIG. 4.44 – Influence du lacet (Chapeau Chinois)

## Conclusion intermédiaire

Nous venons de montrer que ce qui importe le plus dans le renversement, comme dans le délestage, est le fait que le solide soit déformable (qu'il ait une réponse dynamique). Le contact roue-rail a peu d'influence sauf au travers du moment de lacet. Nous avons pu donner (grâce à CRRv8) les marges entre les points de renversement et de soulèvement et expliciter les différences entre les réactions d'un même système aux différents modèles de rafale. Nous allons maintenant comparer des essais de renversement réalisés en soufflerie avec des calculs CRRv8 et VAMPIRE.

## 4.3 Comparaison CRRv8, Vampire et mesure CSTB

Dans cette section nous comparerons les résultats que donnent VAMPIRE et le code CRRv8. Nous effectuerons nos comparaisons sur un cas de chargement quasi-statique (i.e. une rampe) puis nous comparerons les résultats de ces codes aux essais réalisés en janvier 2001 sur une maquette de motrice TGV-Duplex.

### 4.3.1 Déchargement et levée de roue dans VAMPIRE

Dans cette partie nous considérons une motrice TGV-Duplex soumise à une rampe d'effort  $F_y$  pur appliquée au centre de gravité de la caisse. Nous disposons de deux modélisations de la motrice TGV-Duplex sous VAMPIRE, l'une avec une modélisation ponctuelle (Bush) de la suspension secondaire et l'autre avec une modélisation étendue (Shear) de cette même suspension, et de notre modèle de motrice écrit avec CRRv8. Nous comparons alors le ballant et le roulis de la caisse des trois modèles (figure 4.45, page 199 et figure 4.46, page 200).

Les résultats en roulis et en ballant de CRR et de VAMPIRE-Shear sont comparables : les courbes sont quasi-parallèles et l'initiation du renversement se fait quasiment au même instant. A l'inverse le modèle VAMPIRE-Bush est moins sensible aux efforts appliqués (9% pour le ballant et 14% pour le roulis). Ceci vient de ce que le modèle de ressort ponctuel n'est pas représentatif du comportement d'une suspension secondaire.

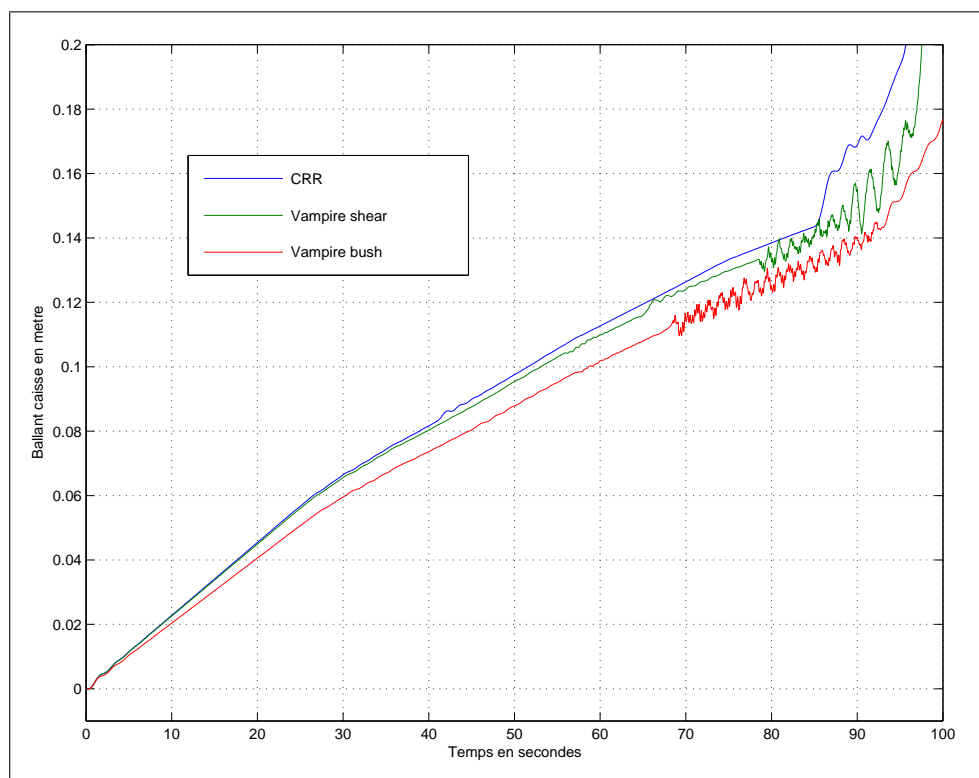


FIG. 4.45 – Ballant des trois modèles de motrice

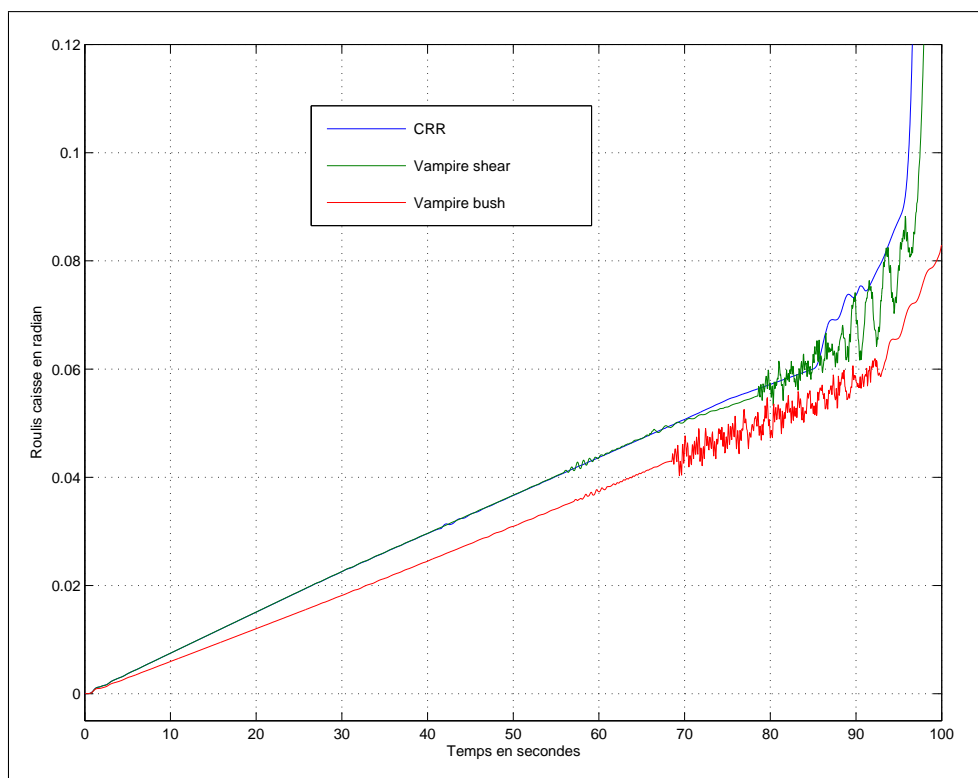


FIG. 4.46 – Roulis de caisse des trois modèles de motrice

Comparons maintenant les courbes de déchargement et de levée de roue de VAMPIRE (Shear) et de CRR sur le même cas de calcul. D’abord nous constatons que lorsque Vampire atteint 90% ( $t = 79s$ ) de déchargement, le signal se bruite fortement (figure 4.47, page 201). Si nous filtrons le signal à  $2Hz$ , les courbes sont nettement plus lisibles. Nous constatons alors que les déchargements de CRR et de Vampire sont très similaires (figure 4.48, page 201) mais que les courbes de levée de roue diffèrent par le point de soulèvement (figure 4.49, page 202).

En fait il semble que VAMPIRE ait des difficultés à calculer des déchargement supérieurs à 90% et qu’il détecte des levées de roue de manière anticipée. Ce phénomène le rend difficile à utiliser dans le cadre de cette thèse où nous nous intéressons à ce qu’il se passe après le soulèvement des roues. Notons que les courbes de levée de roue (filtrées) restent tout de même parallèles mais que VAMPIRE ne détecte pas explicitement le renversement (au sens où il ne s’arrête pas au-delà de 50cm de levée de roue).

Il est logique que CRR donne de meilleur résultat que VAMPIRE dans des cas de renversement et de levée de roue parce que nous avons conçus CRR pour que celui-ci gère au mieux cette problématique. Maintenant comparons CRR à l’étude expérimentale du renversement en soufflerie d’une maquette de motrice TGV-Duplex.

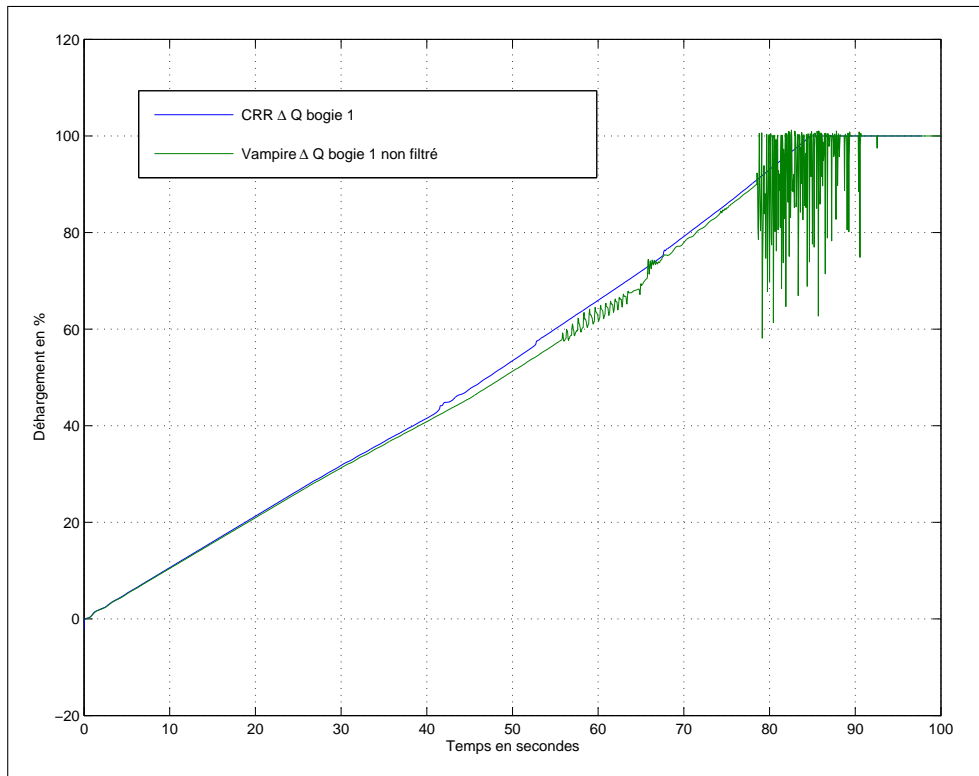


FIG. 4.47 – Déchargement des trois modèles de motrice (sans filtrage)

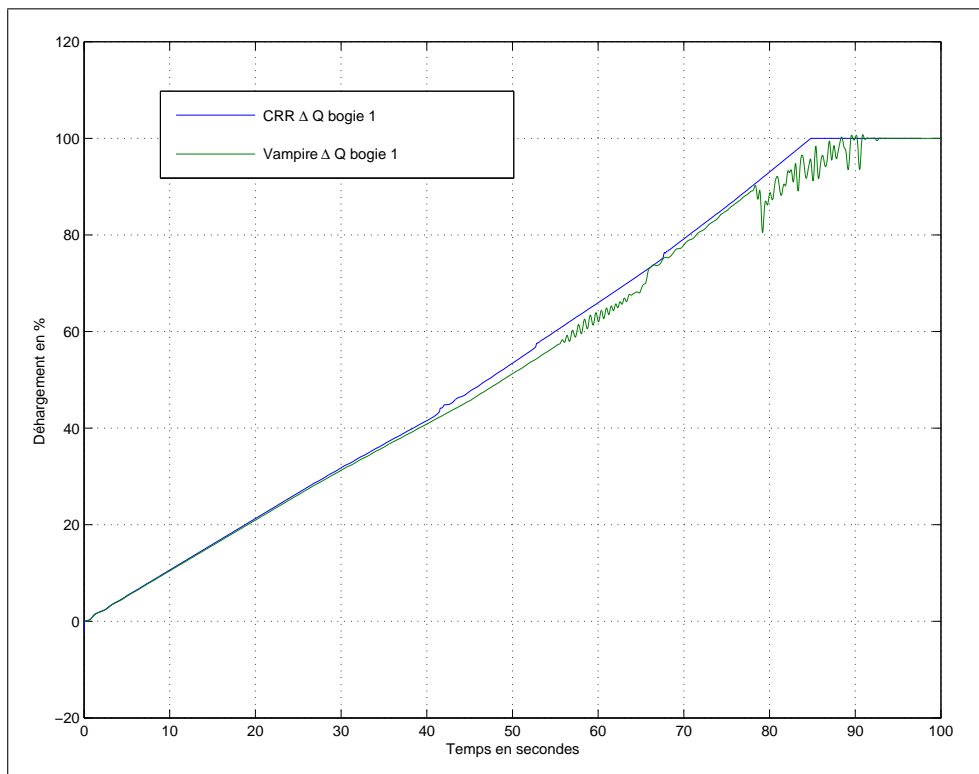


FIG. 4.48 – Déchargement des trois modèles de motrice

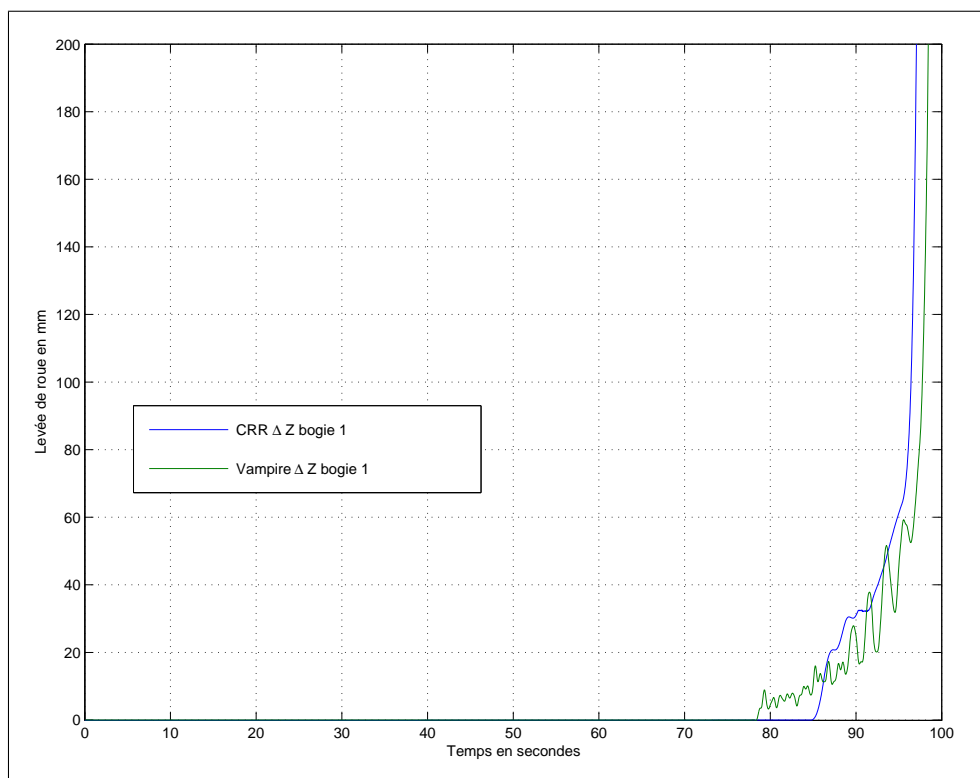


FIG. 4.49 – Levée de roue des trois modèles de motrice

### 4.3.2 Essais CSTB

Afin de vérifier les modèles de renversement et d'estimer les marges de sécurité, la SNCF a conduit une étude de renversement en soufflerie ((11)) sur une maquette à l'échelle 1/10. Ces essais ont été comparés à VAMPIRE et CRRv8. Toutefois les résultats sont difficiles à interpréter car malgré un recalage des modèles à partir d'une analyse modale de la maquette, certaines données sont manquantes (poids, inerties et position des centres de gravité des bogies et des essieux, jeux dans les butées transversales). Les comparaisons entre les modèles numériques et les essais ne sont donc pas à la hauteur de ce que l'on pouvait en espérer. Nous présenterons ici huit configurations, dans lesquelles la maquette s'est renversée. Tous les résultats sont ramenés à l'échelle une.

#### Rampe de Vent

Nous présentons ici les résultats des essais pour lesquels la vitesse du vent est progressivement augmentée jusqu'au renversement (« csd60a », figure 4.50, page 204 et « csd60b », figure 4.52, page 205). Pour le premier cas de calcul, la maquette s'est renversée à  $t \approx 500s$ , CRRv8 et VAMPIRE détectent les premières levées de roue à  $t \approx 370s$ , et CRR renverse pour  $t = 485s$ , VAMPIRE lui ne renverse pas (figure 4.51, page 204). Ces résultats se confirment sur le second cas, où la maquette se renverse à  $t \approx 350s$  et CRR renverse pour  $t = 322s$  (figure 4.53, page 205). Compte tenu de ce que nous venons de préciser sur VAMPIRE, il paraît logique que celui ci ne détecte pas de renversement. Les résultats restent cohérents au regard des données manquantes pour construire un modèle mécanique précis de la maquette.

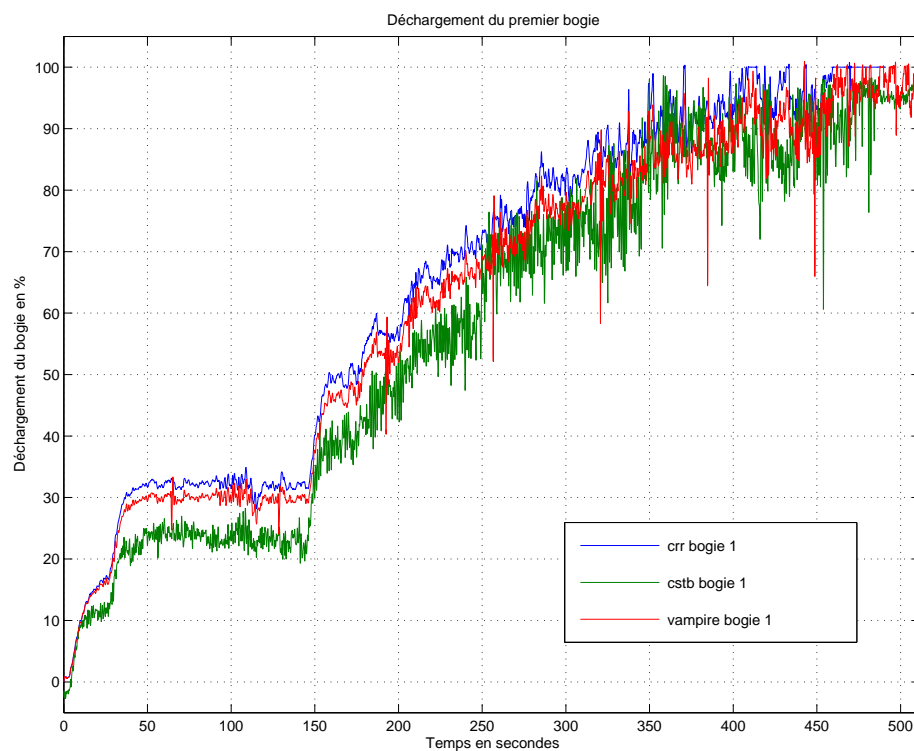


FIG. 4.50 – Déchargement du bogie avant (csd60a)

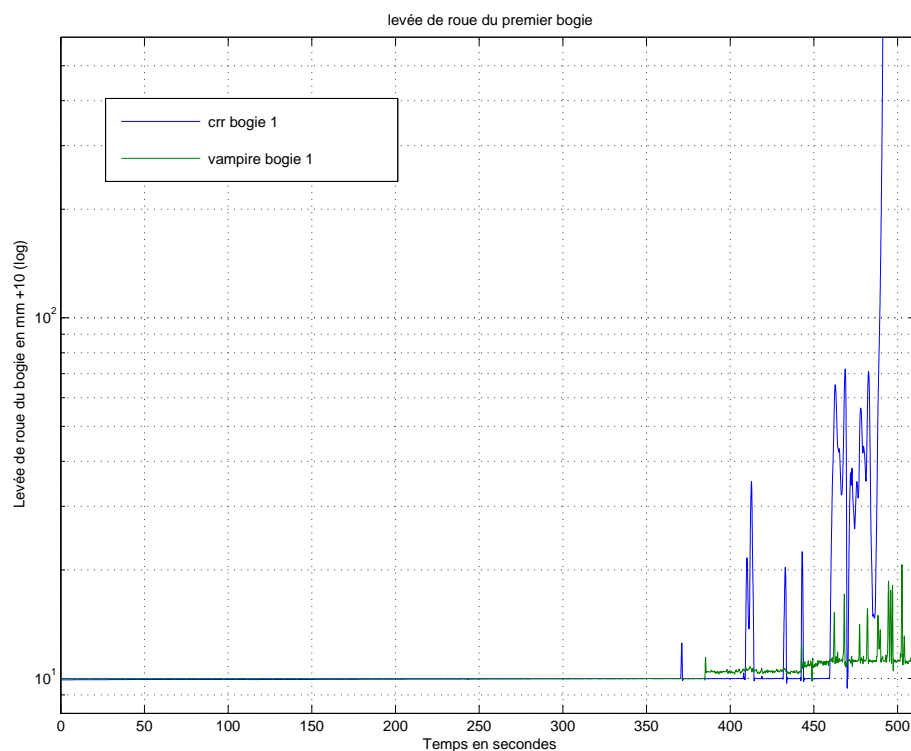


FIG. 4.51 – Levée de roue du bogie avant (csd60a)



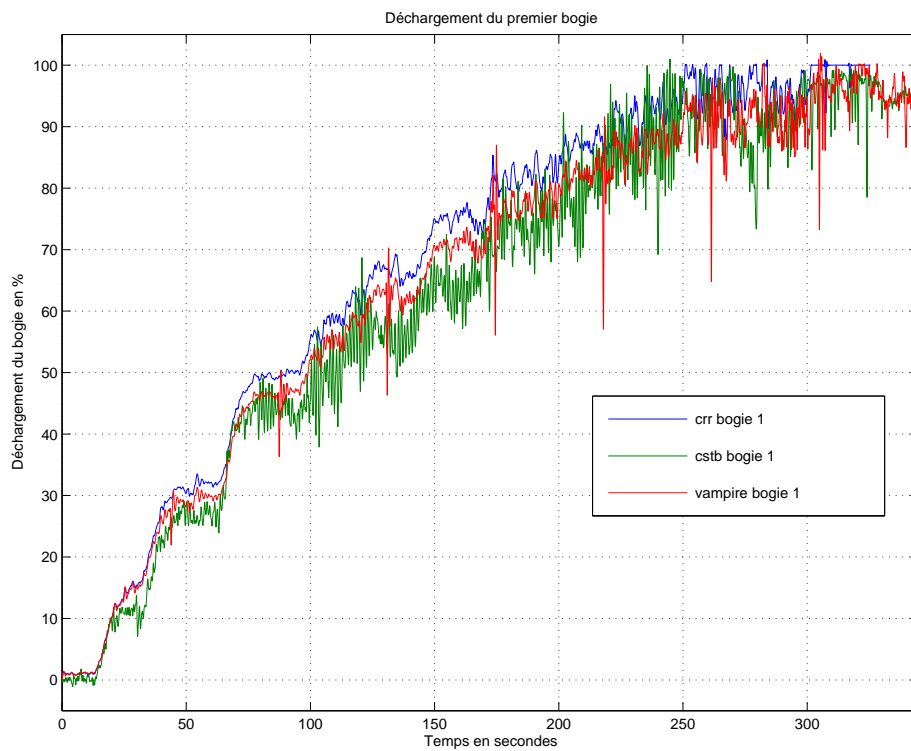


FIG. 4.52 – Déchargement du bogie avant (csd60b)

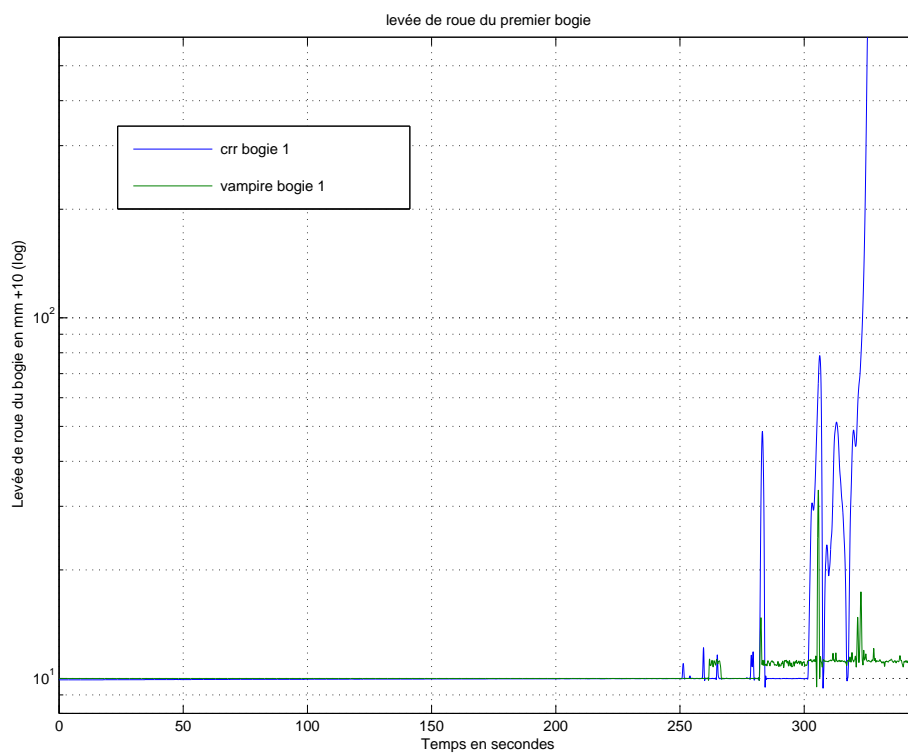


FIG. 4.53 – Levée de roue du bogie avant (csd60b)

## Rafales longues

Nous présentons ici les résultats des essais pour lesquels la maquette est soumise à des rafales de vent d'une durée de 50 secondes et d'amplitude croissante (« tsd60a », figure 4.54, page 206 et « tsd60b », figure 4.56, page 207). Notons d'abord que les courbes de déchargement de CRR ont plus d'amplitude que celle de VAMPIRE ou même de la maquette (figure 4.54, page 206 et figure 4.56, page 207). Les minimums de VAMPIRE et de CRR sont similaires mais 5% plus bas que ceux de la maquette. Les maximums de déchargement présentent des différences de l'ordre de 10% et ceux de VAMPIRE sont plus proches des mesures. Toutefois, dans le premier cas (tsd60a) la maquette se renverse à la cinquième rafale et CRR à la quatrième (figure 4.55, page 207, VAMPIRE lui ne renverse pas). Dans le second cas VAMPIRE détecte des levées de roues pour la deuxième rafale sans atteindre les 100% de déchargements, mais ne renverse pas sur la troisième rafale sur laquelle CRR et la maquette renversent (CRR plutôt au début de la rafale et la maquette vers la fin).

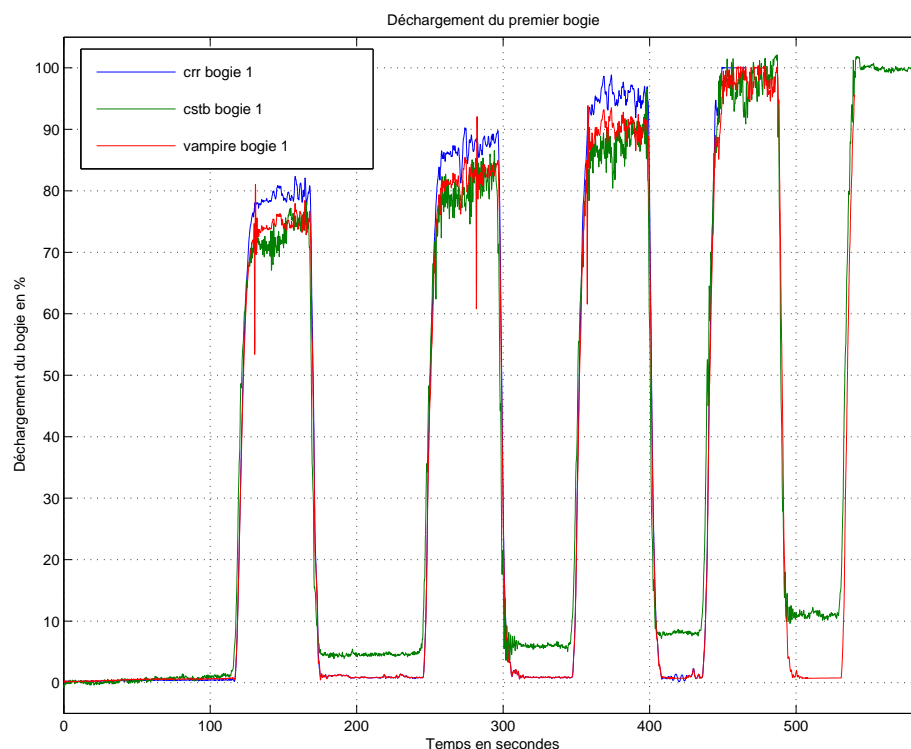


FIG. 4.54 – Déchargement du bogie avant (tsd60a)

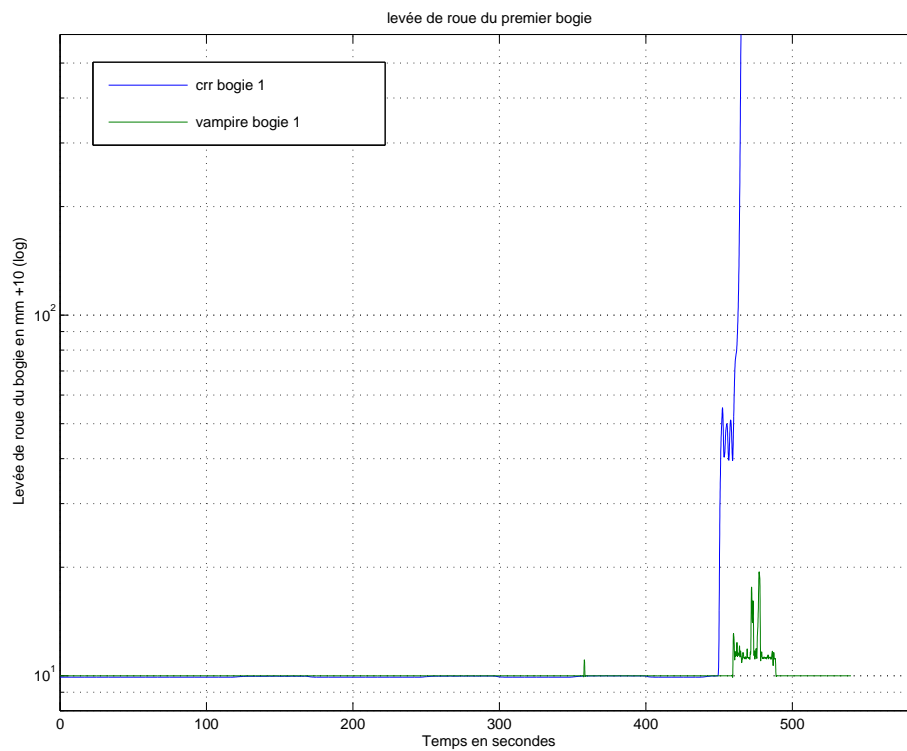


FIG. 4.55 – Levée de roue du bogie avant (tsd60a)

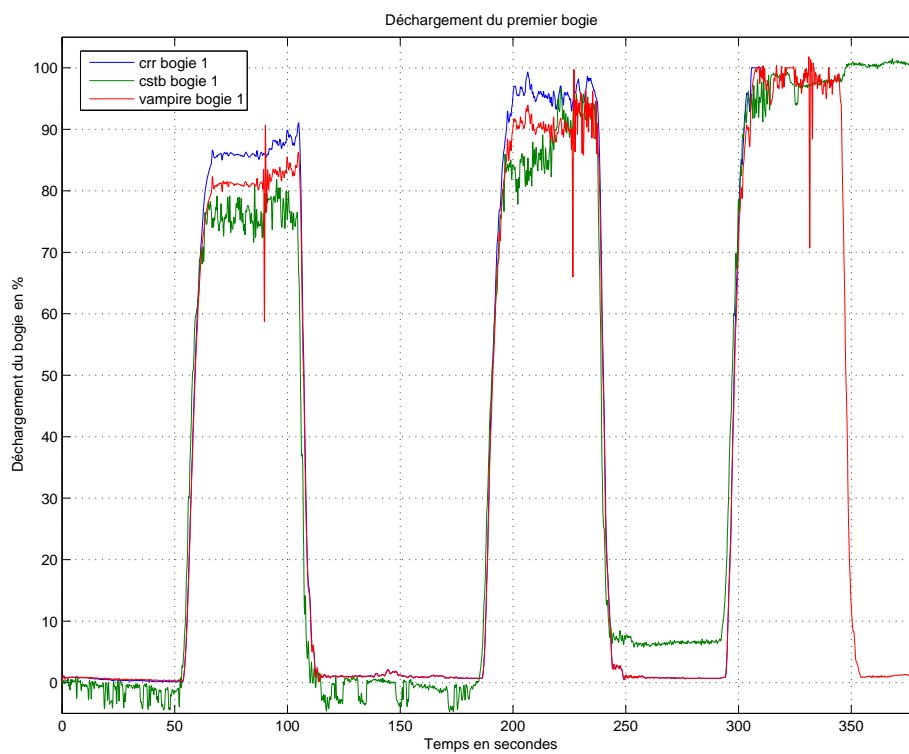


FIG. 4.56 – Déchargement du bogie avant (tsd60b)

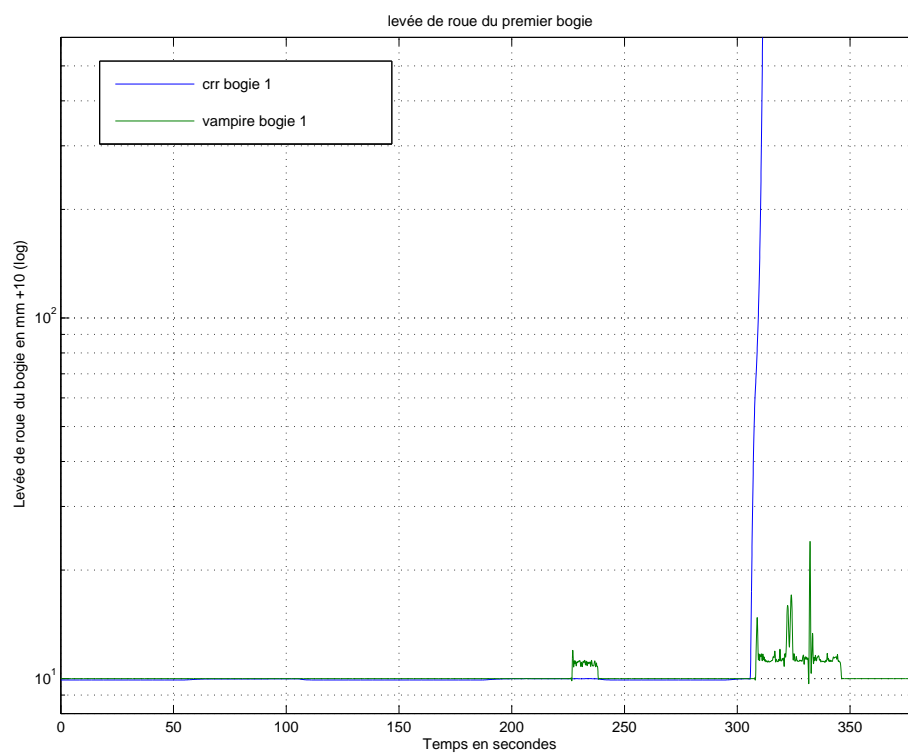


FIG. 4.57 – Levée de roue du bogie avant (tsd60b)

### Rafales moyennes

Nous présentons ici les résultats des essais pour lesquels la maquette est soumise à des rafales de vent d'une durée de 15 secondes et d'amplitude croissante (« rlsd60a », figure 4.58, page 209 et « rlsd50a », figure 4.60, page 210). Ces deux cas donnent des résultats très similaires, la maquette et CRR renversent sur la dernière rafale, mais CRR détecte une levée de roue non négligeable lorsqu'il est soumis à la seconde rafale, alors que VAMPIRE lève la roue de manière importante (20mm) mais toujours sans renverser (figure 4.59, page 210 et figure 4.61, page 211).

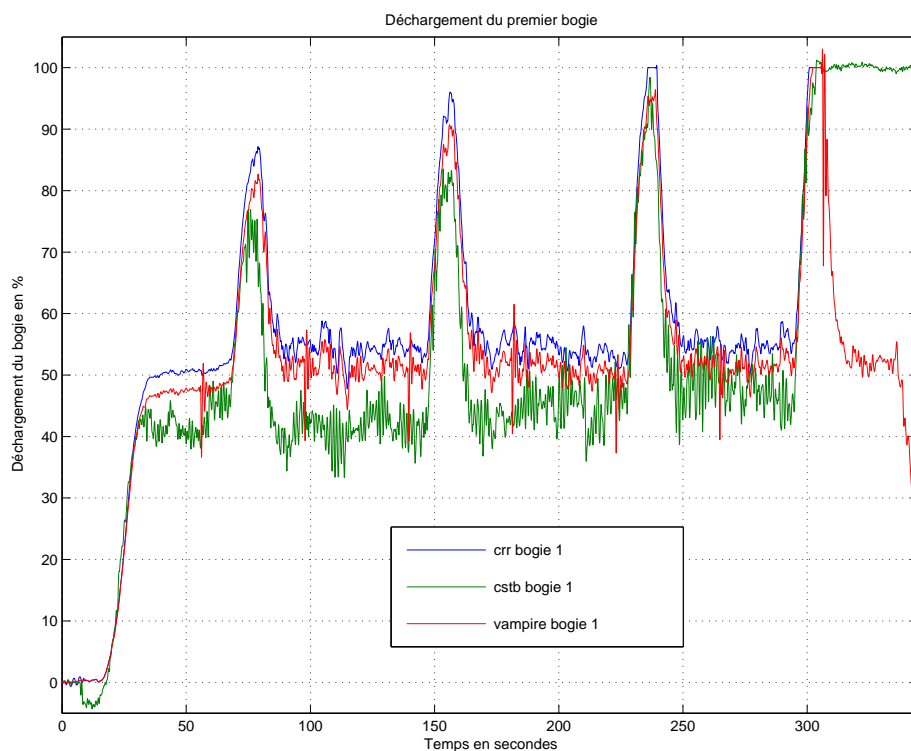


FIG. 4.58 – Déchargement du bogie avant (rlsd60a)

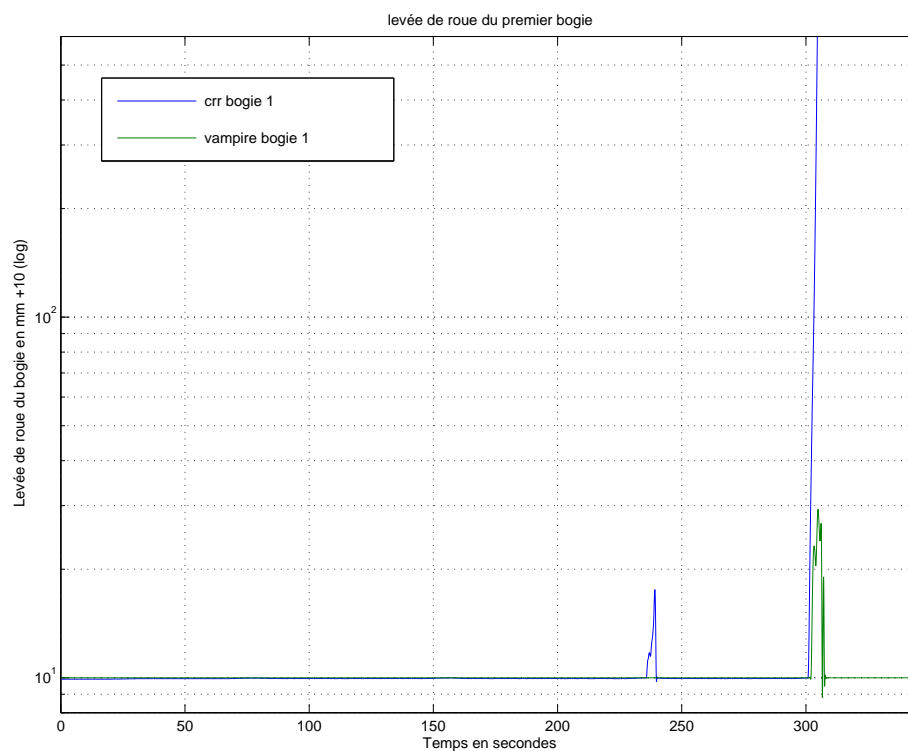


FIG. 4.59 – Levée de roue du bogie avant (rlsd60a)

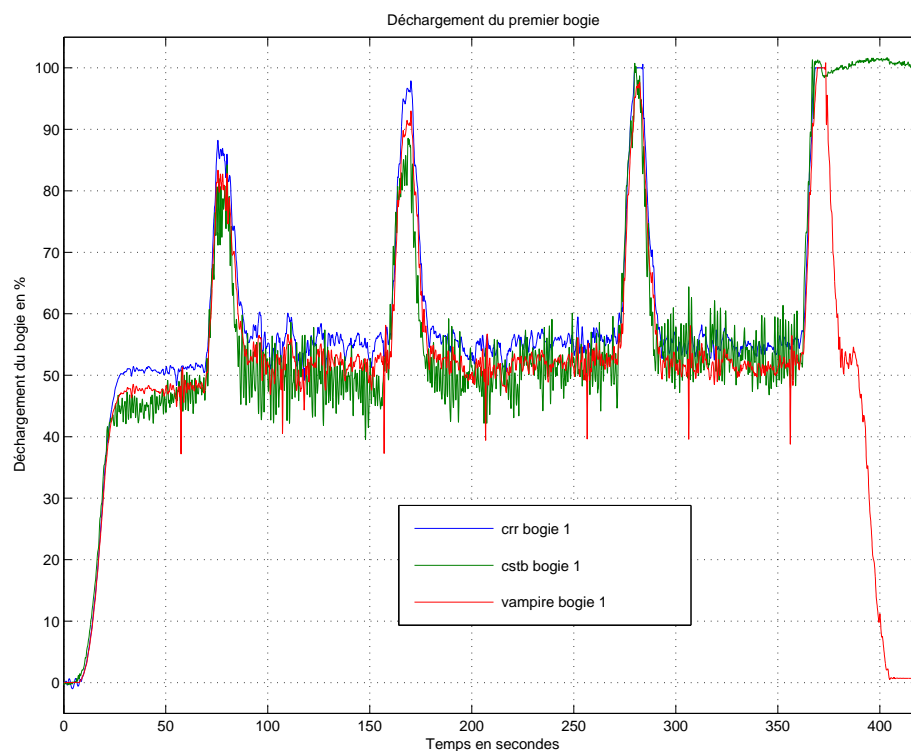


FIG. 4.60 – Déchargement du bogie avant (rlsd50a)

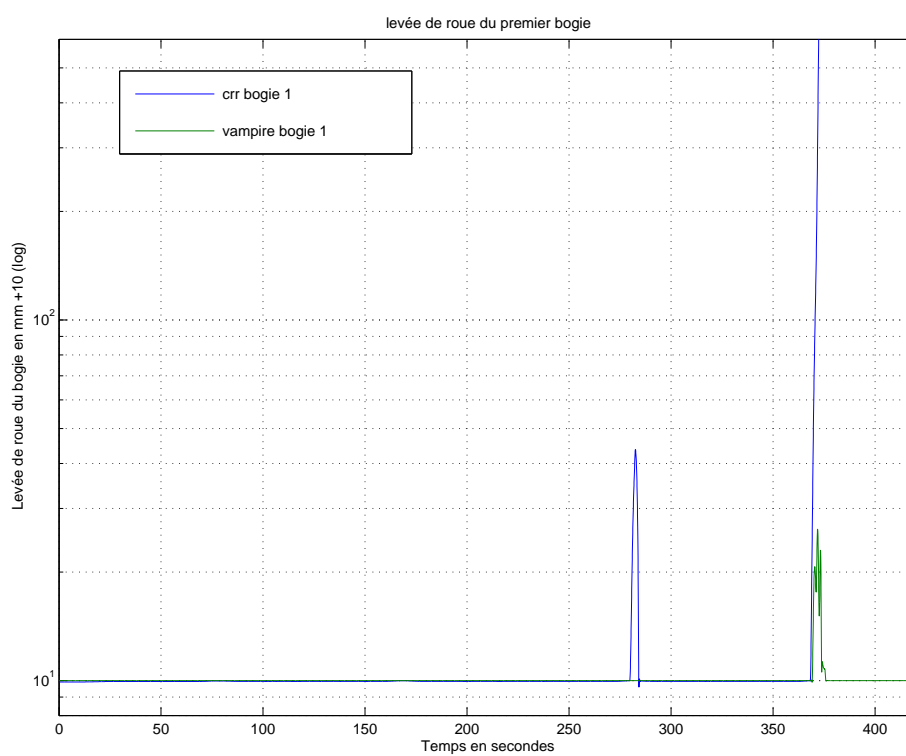


FIG. 4.61 – Levée de roue du bogie avant (rlsd50a)

### Rafales courtes

Nous présentons ici les résultats des essais où la maquette est soumise à des rafales de vent d'une durée de 10 secondes et d'amplitude croissante (« rrsd60a », figure 4.62, page 212 et « rrsd60b », figure 4.64, page 213). Pour ces cas de calcul, les résultats sont très similaires à ceux présentés précédemment, c'est-à-dire que VAMPIRE ne renverse pas et CRR renverse avant la maquette (figure 4.63, page 213 et figure 4.65, page 214).

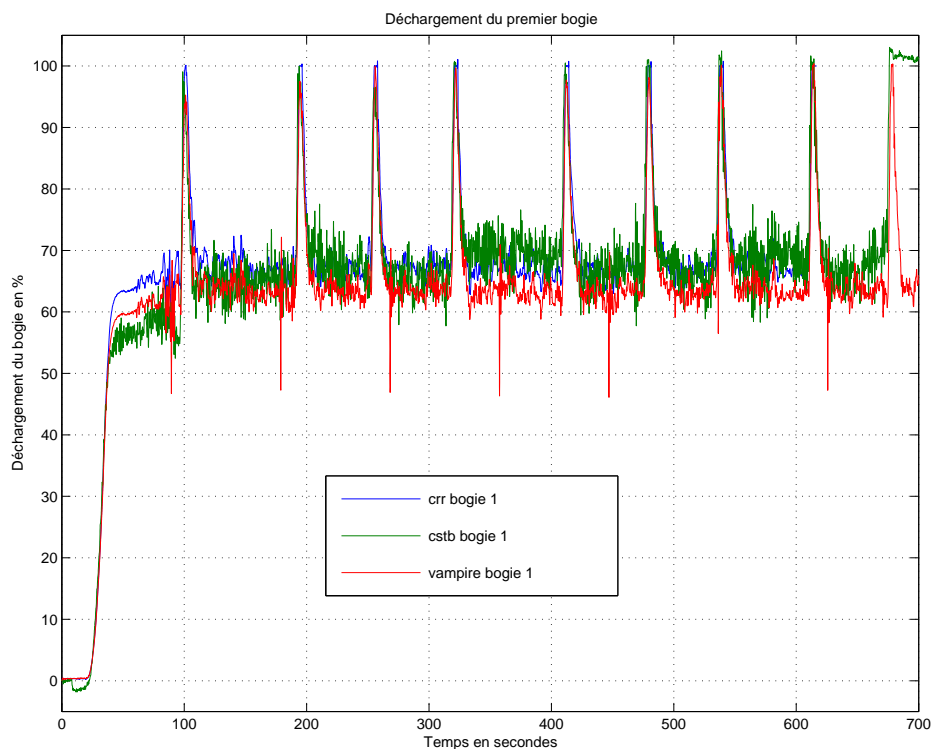


FIG. 4.62 – Déchargement du bogie avant (rrsd60a)



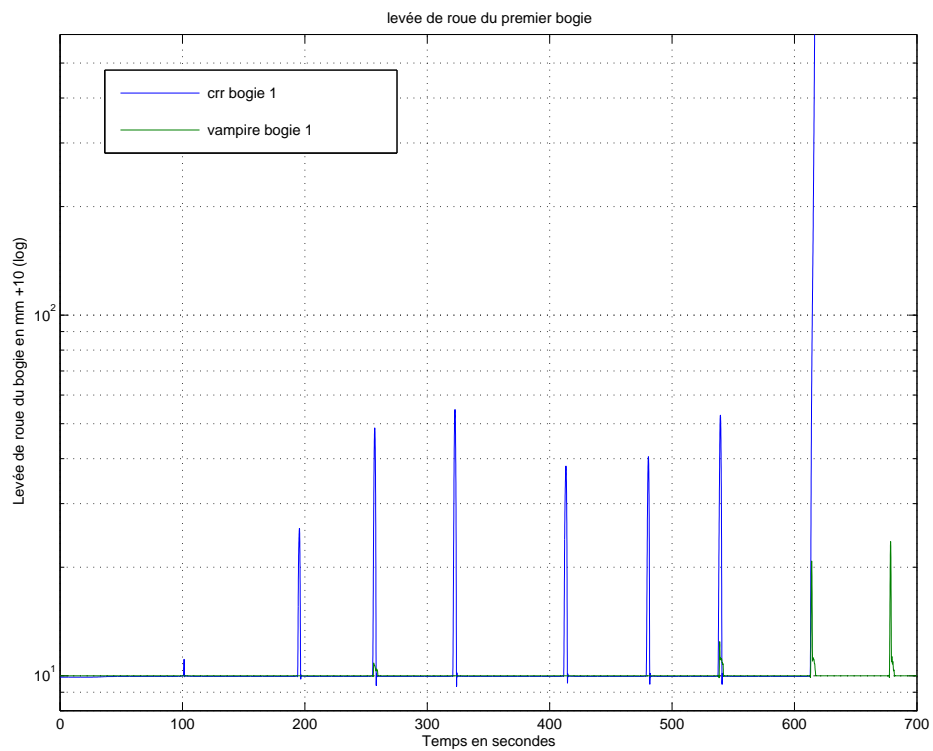


FIG. 4.63 – Levée de roue du bogie avant (rrsd60a)

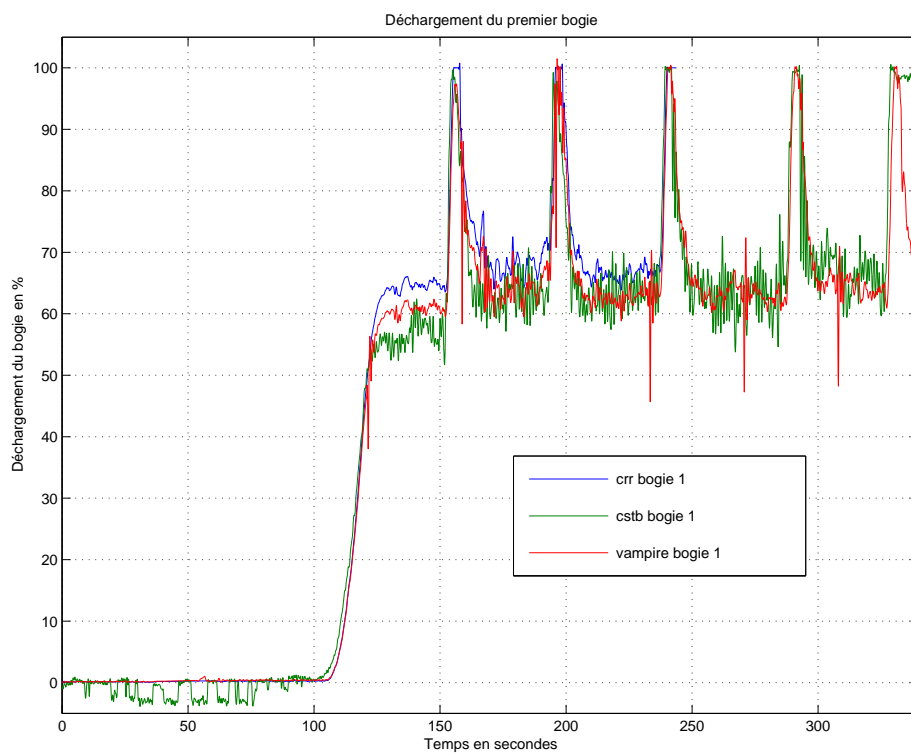


FIG. 4.64 – Déchargement du bogie avant (rrsd60b)

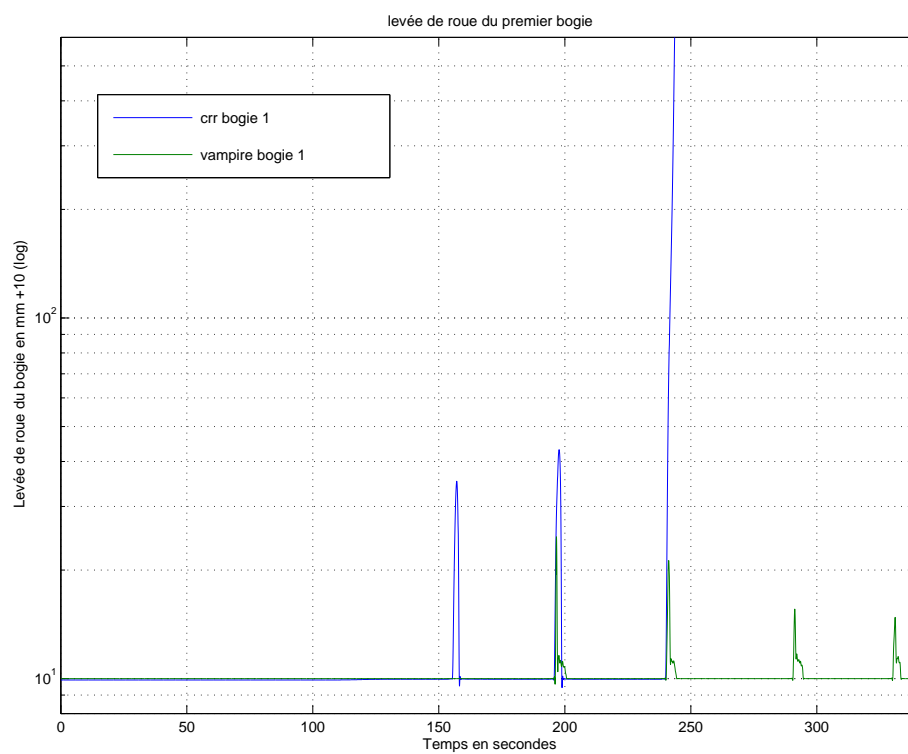


FIG. 4.65 – Levée de roue du bogie avant (rrsd60b)

### 4.3.3 Conclusion sur la comparaison

Au terme de ces comparaisons, et malgré les divergences de résultats probablement dus aux données manquantes sur la maquette, nous pouvons conclure que CRRv8 est bien apte à calculer des cas de renversement en donnant une évaluation précise de la levée de roue. Par ailleurs, les résultats de CRRv8 et de VAMPIRE sont cohérents tant que le déchargement est inférieur à 90%. Enfin, la modélisation des liaisons complexes est correctement restituée dans CRRv8 puisque les courbes de ballant et de roulis obtenues pour une rampe sont similaires à celles obtenues avec VAMPIRE.

## Conclusion

Tout au long de ce chapitre, nous avons établi la cinématique du contact roue-rail lors d'un renversement en proposant une explication de celle-ci. Nous avons aussi proposé un critère synthétique du renversement prenant en compte la levée de roue (le critère du  $\chi$ ). Nous avons exploité ce critère pour montrer, par des calculs préliminaires, l'influence des différentes formes de rafales. En testant ces rafales, nous avons montré que le TGV-Duplex pouvait, par sa dynamique, être plus sensible à un pic de vent qu'à une rampe quasi-statique de même force. Enfin en exploitant la capacité de calcul du code CRRv8 à calculer les levées de roue, nous avons pu estimer la marge de sécurité entre délestage et renversement.

Pour pouvoir construire effectivement des courbes de sensibilité des véhicules, ils nous faut maintenant envisager une modélisation du vent plus complète, c'est l'objet du chapitre suivant.



# Références

- [1] C.J. Baker. Ground vehicles in high cross winds, part 1 : Steady aerodynamics forces. *Journal of fluid and Structures*, 5 :69–90, 1991.
- [2] C.J. Baker. Ground vehicles in high cross winds, part 2 : Unsteady aerodynamics forces. *Journal of fluid and Structures*, 5 :91–111, 1991.
- [3] C.J. Baker. Ground vehicles in high cross winds, part 3 : The interaction of aerodynamic forces and the vehicle system. *Journal of fluid and Structures*, 5 :221–241, 1991.
- [4] R.K. Cooper. The probability of trains overturning in high wind. Technical report, British railway Borad research & Development division.
- [5] R.K. Cooper. The effect of cross wind on train. Technical report, British railway Borad research & Development division.
- [6] C.J. Baker. The quantification of accident risk for road vehicles in cross wind. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 52, 1994.
- [7] C.J. Baker. The behaviour of road vehicules in unsteady cross winds. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 49 :439–448, 1993.
- [8] L.M. Cleon, P.E. Gautier, and P. Renard. Protection de la ln5 vis-à-vis des vents traversiers : Méthodologie-stratégie-validation. Technical report, SNCF IR, 2001.
- [9] D. Delaunay. Méthodologie de génération de rafale de vent pour le calcul dynamique du tgv méditerranée. Technical report, Centre Scientifique et Technique du Batiment, 2002.
- [10] D. Delaunay. Modélisation des rafales de vent sur la ligne tgv-mediterranée. Technical report, Centre Scientifique et Technique du Batiment, 2002.
- [11] B. Pirat. Retour d’expérience soufflerie. Technical Report R-BP-02-2002, SNCF I&R, fevrier 2002.



# Chapitre 5

## Modélisation avancée du vent

### Sommaire

---

<b>Introduction . . . . .</b>	<b>220</b>
<b>5.1 Modèle probabiliste de la turbulence . . . . .</b>	<b>221</b>
5.1.1 Processus et Lois marginales . . . . .	222
5.1.2 Corrélation dans le temps . . . . .	222
5.1.3 Corrélation dans l'espace . . . . .	224
5.1.4 Définition des rafales déterministes . . . . .	227
5.1.5 Modélisation de la turbulence et approche stochastique . . . . .	232
<b>5.2 Efforts appliqués sur le train . . . . .</b>	<b>233</b>
5.2.1 Turbulence atmosphérique pour un corps en mouvement . . . . .	233
5.2.2 Fonctions de corrélation dans le repère du train . . . . .	234
5.2.3 Densité spectrale de puissance . . . . .	234
5.2.4 Efforts sur le véhicule . . . . .	239
<b>5.3 Génération de champ de vent . . . . .</b>	<b>245</b>
5.3.1 Méthodes par matrice circulante . . . . .	246
5.3.2 Propriétés des matrices circulantes . . . . .	246
5.3.3 Corrélation d'un bruit blanc . . . . .	247
<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>248</b>

---

## Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons étudié le renversement du véhicule mais en utilisant une modélisation très sommaire du vent. Dans ce chapitre nous exposerons une modélisation de la turbulence atmosphérique ainsi que le lien entre la description de la turbulence et le calcul des efforts. Nous approcherons alors plus finement les phénomènes auxquels est soumis le train.

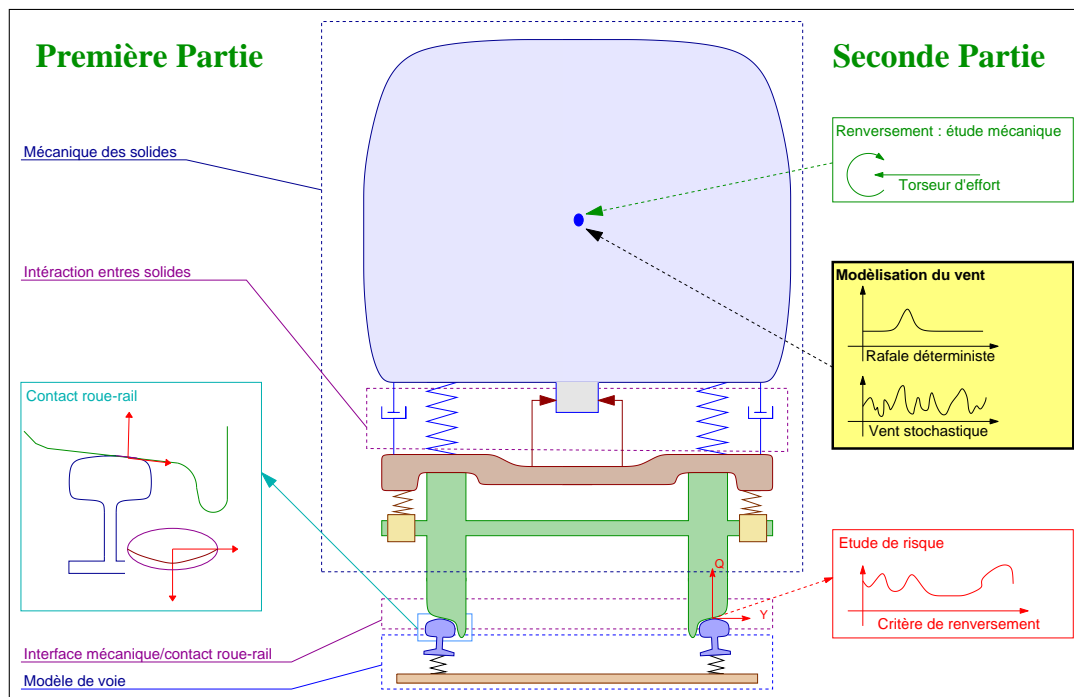


FIG. 5.1 – Fil conducteur de la thèse : Renversement mécanique

Nous proposerons dans ce chapitre un modèle stochastique de vent à partir duquel nous tirerons quelques réflexions sur les modèles déterministes. Nous transposerons ensuite ce modèle dans le repère du train et nous aborderons le calcul des efforts. Enfin, dans la dernière partie nous exposerons la méthode qui a été utilisée pour la génération d'échantillons de vents. Des rappels de probabilité sont portés en annexe C (page 293).



## 5.1 Modèle probabiliste de la turbulence

A haute altitude, l'atmosphère terrestre est parcourue par des flux d'air qui équilibrent les pressions entre les différentes zones météorologiques. Au sol, les flux d'air sont déviés par la rugosité du terrain, les obstacles naturels ou construits. L'atmosphère est donc cisailée entre ces deux conditions aux limites. De plus, les gradients thermiques créent des champs ascendants gênés par l'accélération de Coriolis. L'ensemble de ces phénomènes rend les mouvements des particules du fluide difficilement modélisables de manière déterministe.

La modélisation de la turbulence généralement admise est la suivante (?) : soit un point de l'espace  $M(x, y, z)$ , si nous considérons la vitesse des particules passant en ce point au cours du temps ( $V_M(t)$ ), la vitesse se décrit comme la somme d'une vitesse moyenne et d'une perturbation.

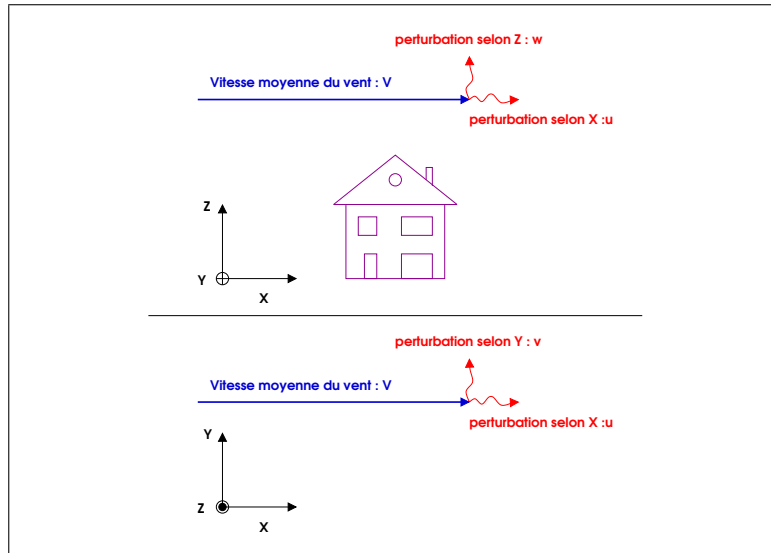


FIG. 5.2 – Vitesse du vent en un point de l'espace

$$\vec{V}_M(t) = \begin{bmatrix} \bar{V}_M(t) + u_M(t) \\ v_M(t) \\ w_M(t) \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Où  $\bar{V}_M(t)$  est la vitesse moyenne du vent et  $u_M(t)$ ,  $v_M(t)$ ,  $w_M(t)$  sont les variations de la vitesse du vent autour de la vitesse moyenne.  $\bar{V}_M(t)$ , est la moyenne statistique de  $\vec{V}_M(t)$ , par conséquent :

$$\bar{V}_M(t) = \frac{1}{T} \int_0^T \vec{V}_M(t) dt \quad (5.2)$$

Ce qui signifie que  $u_M(t)$ ,  $v_M(t)$ ,  $w_M(t)$  ont une moyenne nulle. Pour l'étude des rafales on prend généralement  $T \approx 600(s)$ , dans ce cas  $\bar{V}_M(t)$  ne dépend que de l'altitude de  $M$ , c'est à dire considérant  $M_1$  et  $M_2$  deux point de même altitude :

$$\forall M_1(x_1, y_1, z) M_2(x_2, y_2, z) \bar{V}_{M_1} = \bar{V}_{M_2} = V_m(z) \quad (5.3)$$

Dans cette section, nous modéliserons les composantes turbulentes du vent  $u_M(t)$ ,  $v_M(t)$ ,  $w_M(t)$  à l'aide des champs stochastiques  $U_M(t)$ ,  $V_M(t)$ ,  $W_M(t)$  indexés sur le temps et l'espace. Nous proposerons une loi de probabilité se basant sur la description de la turbulence établie dans (?), (?), (?) et plus particulièrement dans (?).

### 5.1.1 Processus et Lois marginales

On considère que  $U_M(t)$ ,  $V_M(t)$ ,  $W_M(t)$  sont des processus Gaussiens<sup>1</sup> avec les propriétés suivantes :

- centrés (de moyenne nulle),
- stationnaires,
- ergodiques,
- invariant par translation dans de plan horizontal (stationarité pour la variable de position)<sup>2</sup>

Soit  $X_M(t)$  le champ stochastique défini à l'aide de  $U_M$ ,  $V_M$  et  $W_M$  :

$$X_M(t) = \begin{bmatrix} U_M(t) \\ V_M(t) \\ W_M(t) \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Nous négligerons la composante verticale de la turbulence. Ainsi nous travaillerons sur le champ stochastique :

$$X(t, r) = \begin{bmatrix} U(t, r) \\ V(t, r) \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Comme ce champ est stationnaire pour le temps comme pour l'espace :

$$P_{X(t_o, r_o), X(t_1, r_1)}(t_o, t_1, r_o, r_1) = P_{X(t_o, r_o), X(t_1, r_1)}(t_1 - t_o, r_1 - r_o) \quad (5.6)$$

Comme  $X(t, r)$  est un processus Gaussien centré, il suffit de définir sa corrélation dans le temps et l'espace pour obtenir la loi marginale du processus. Nous commencerons par la corrélation temporelle puis la corrélation spatiale dans la direction de l'écoulement pour enfin proposer une formulation globale de celle ci.

### 5.1.2 Corrélation dans le temps

Les fonctions de corrélation que nous allons détailler furent établies de manière expérimentale. Elles sont issues de la description de la turbulence de Von-Karman (?). Elle s'écrivent

---

<sup>1</sup>Dans cette thèse, la turbulence est considérée comme Gaussienne, on trouvera une description de la turbulence atmosphérique non Gaussienne dans (?).

<sup>2</sup>La loi de probabilité ne dépend que de l'altitude.

à partir des fonctions de "Bessel de deuxième espèce modifiés ( $K_{n/p}(r)$ )" (?). De plus comme  $U(t)$  et  $V(t)$  sont indépendants, nous pouvons écrire :

$$C_X(\tau) = \begin{bmatrix} \sigma_u^2 \rho_{uu}(\tau) & 0 \\ 0 & \sigma_v^2 \rho_{vv}(\tau) \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

avec :

$$\begin{cases} \rho_{uu}(\tau) &= f(\tilde{r}_u(\tau)) \\ \rho_{vv}(\tau) &= g(\tilde{r}_v(\tau)) \\ \tilde{r}_u &= \left| \frac{0.747 \tau V_m}{L_u^x} \right| \\ \tilde{r}_v &= \left| \frac{0.747 \tau V_m}{2L_v^x} \right| \end{cases} \quad (5.8)$$

La turbulence est décrite (dans notre cas) par quatre longueurs de turbulence  $L_{\{u,v\}}^{\{x,y\}}$  et par deux écart types ( $\sigma_u$  et  $\sigma_v$ ). La séparation temporelle  $\tau$  est mise à l'échelle de la turbulence au travers des longueurs de turbulence  $L_u^x$  et  $L_v^x$  et de la vitesse moyenne du vent  $V_m = \bar{V}$ . Les variables  $\tilde{r}_u$  et  $\tilde{r}_v$  sont donc a-dimensionnelles.

$f$  et  $g$  se calculent alors<sup>3</sup> :

$$\begin{cases} f(r) &= 0.5925 r^{1/3} K_{1/3}(r) \\ g(r) &= 0.5925 (r^{1/3} K_{1/3}(r) - 0.5 r^{4/3} K_{2/3}(r)) \end{cases} \quad (5.9)$$

Les fonctions  $\rho_{uu}$  et  $\rho_{vv}$  sont intégrables, donc les processus  $U$  et  $V$  admettent une densité spectrale de puissance que l'on peut calculer en passant dans le domaine de Fourier (notons la parité des fonctions de corrélation) :

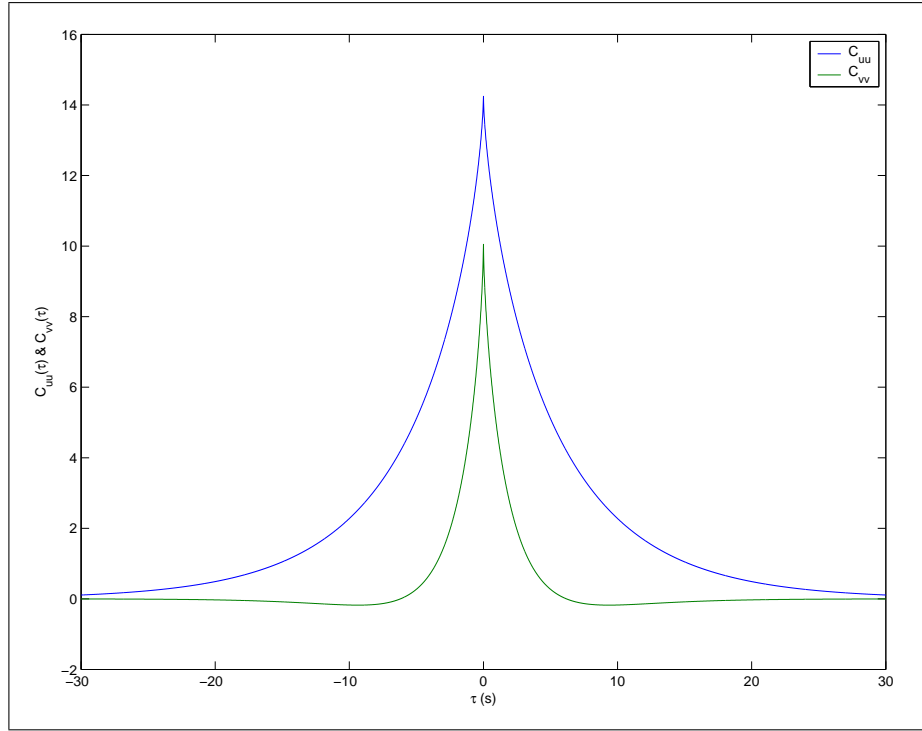
$$\begin{cases} S_{uu}(f) &= 4 \sigma_u^2 \int_0^\infty \rho_{uu}(\tau) \cos(2\pi f \tau) d\tau \\ S_{vv}(f) &= 4 \sigma_v^2 \int_0^\infty \rho_{vv}(\tau) \cos(2\pi f \tau) d\tau \end{cases} \quad (5.10)$$

En posant  $\tilde{n}_u = \frac{f L_u^x}{V_m}$  et  $\tilde{n}_v = \frac{2f L_v^x}{V_m}$  :

$$\begin{cases} S_{uu}(f) &= 4 \frac{L_u^x}{V_m} \sigma_u^2 \frac{1}{(1 + 70.8 * \tilde{n}_u^2)^{5/6}} \\ S_{vv}(s) &= 4 \frac{2L_v^x}{V_m} \sigma_v^2 \frac{0.5 + 94.4 * \tilde{n}_v^2}{(1 + 70.8 * \tilde{n}_v^2)^{11/6}} \end{cases} \quad (5.11)$$

Les fonctions de corrélations sont définies dans le temps  $\rho_{ii}(\Delta t, \Delta r = 0)$ , il faut maintenant proposer une modélisation de la corrélation dans l'espace.

<sup>3</sup>Notons que  $f(0) = g(0) = 1$ .

FIG. 5.3 – Tracé de  $C_{uu}(\tau)$  et de  $C_{vv}(\tau)$ 

### 5.1.3 Corrélation dans l'espace

Pour calculer la corrélation dans la direction de l'écoulement, il est possible d'écrire une correspondance entre le temps et l'espace, cette correspondance est connue sous le nom d'hypothèse de Taylor.

#### Hypothèse de Taylor

L'hypothèse de Taylor s'applique à la turbulence atmosphérique à l'exception des très basses fréquences, c'est-à-dire les fréquences inférieures à  $\frac{1}{300}V_m$  (dans notre cas inférieures à  $0.1Hz$  car  $V_m \sim 30m/s$ ). On justifie cette hypothèse en remarquant que la vitesse moyenne du vent est très grande par rapport aux composantes turbulentes :

$$\|u(t)\| \ll V_m$$

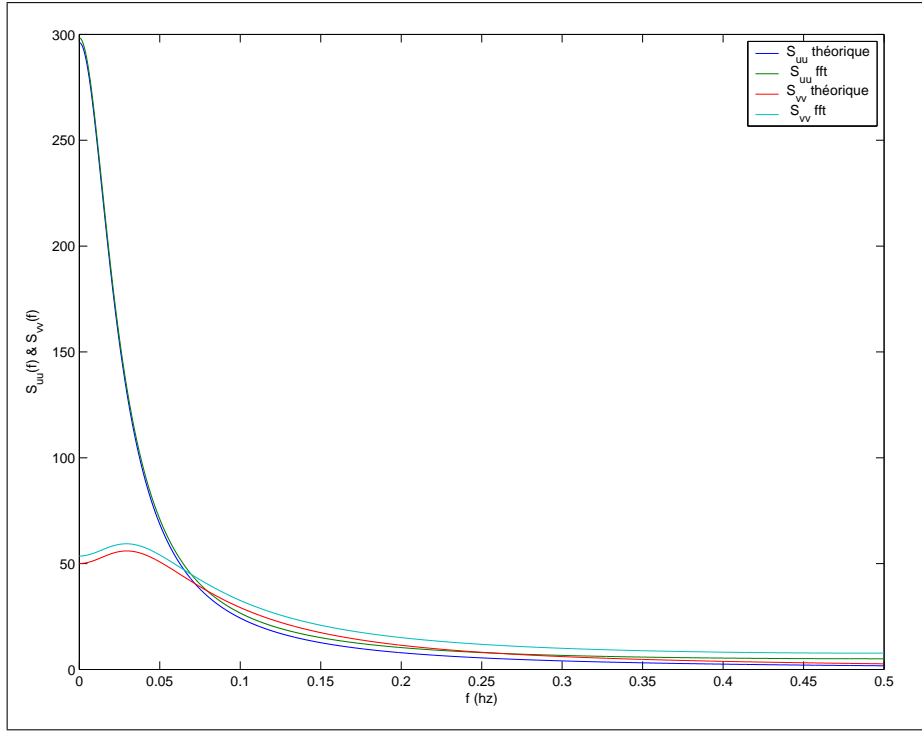
Par conséquent, le champ de turbulence peut être considéré comme « gelé » dans l'espace-temps : il est convecté par le flux moyen. Ainsi :

$$u(x, y, z, t) = u(x + V_m \tau, y, z, t + \tau)$$

$$v(x, y, z, t) = v(x + V_m \tau, y, z, t + \tau)$$

.

Posons  $x' = x + V_m \tau$ , en appliquant l'hypothèse de Taylor aux fonctions de corrélation :


 FIG. 5.4 – Densités spectrales  $S_{uu}$  et  $S_{vv}$  : théoriques et calculées (fft)

$$\rho_{ii}(\Delta x = x - x', \tau = 0) = \rho_{ii}\left(\delta x = 0, \tau = \frac{x - x'}{V_m}\right) \quad (5.12)$$

Cette hypothèse permet de déduire de la fonction de corrélation temporelle ( $\rho_{ii}(\tau)$ ), la fonction de corrélation spatiale dans l'axe du vent  $\rho_{ii}(\Delta x)$ . Notons que les fonctions de corrélation  $\rho_{ii}(\Delta y)$  et  $\rho_{ii}(\Delta z)$  ne peuvent être déduites de ce principe, nous développons maintenant leurs expressions.

### Corrélation dans les autres directions

Considérons deux points de l'espace  $M(x, y, z)$  et  $M'(x', y', z')$ , pour calculer la corrélation entre ces points nous commençons par soustraire l'effet de la convection de la turbulence. Sous l'hypothèse de Taylor, alors le point  $M'$  voit, à l'instant  $t$ , la même turbulence que le point  $M_e$  ( $x' - V_m \tau, y', z'$ ) à l'instant  $t + \tau$  (?). C'est à dire :

$$u(x', y', z', t) = u(x' - V_m \tau, y', z', t - \tau)$$

Posons :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} r & = & (x, y, z) \\ r' & = & (x', y', z') \\ r_e & = & (x' - V_m \tau, y', z') \\ \Delta x_e & = & x' - x - V_m \tau \\ \Delta y & = & y' - y \\ \Delta z & = & z' - z \\ \Delta r_e & = & (\Delta x_e^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2)^{1/2} \end{array} \right. \quad (5.13)$$

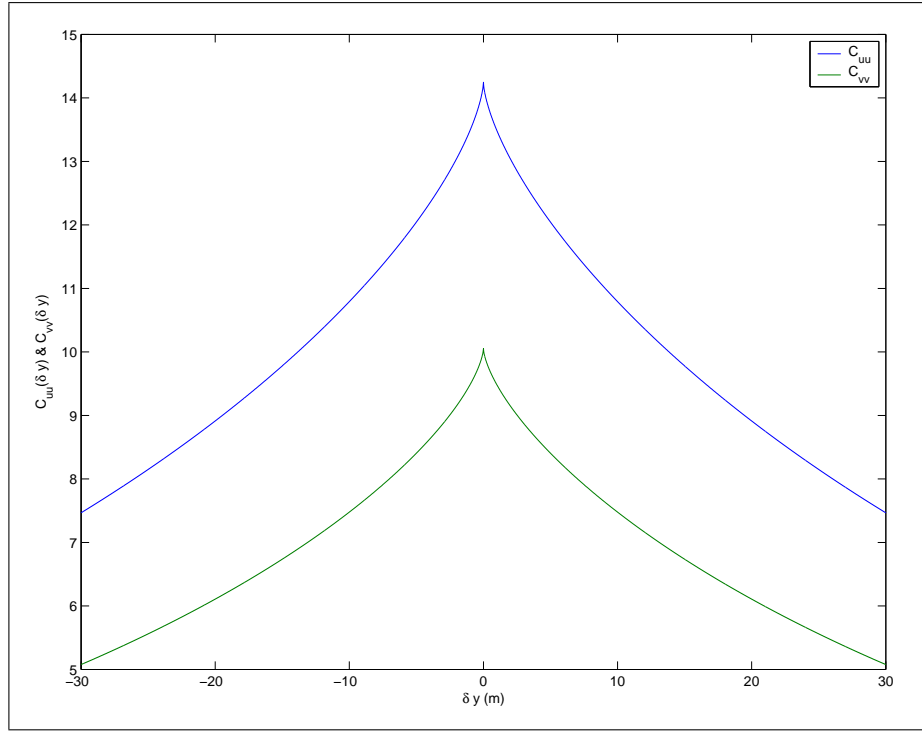


FIG. 5.5 – Corrélation dans l'espace

Pour calculer la corrélation entre les point M et M', nous utilisons les fonctions  $f$  et  $g$  définies précédemment en pondérant la participation de  $f$  par la séparation spatiale tangente ( $c_u$  et  $c_v$ ) et la participation de  $g$  par la séparation orthogonale ( $1 - c_u$  et  $1 - c_v$ ). Comme précédemment, on a-dimensionnalise les séparations spatiales par une longueur calculée en utilisant les longueurs de turbulence (?) :

$$\begin{cases} \rho_{ii}(r, r', \tau) &= c_i f(\tilde{r}_i) + (1 - c_i) g(\tilde{r}_i) \\ \tilde{r}_i &= \frac{0.747 * \Delta r_e}{L_i} \end{cases} \quad (5.14)$$

Pour  $i = u$ , on pose :

$$\begin{cases} c_u &= \left( \frac{\Delta x_e}{\Delta r_e} \right)^2 \\ L_u &= \left[ \left( L_u^x \frac{\Delta x_e}{\Delta r_e} \right)^2 + \left( 2L_u^y \frac{\Delta y}{\Delta r_e} \right)^2 + \left( 2L_u^z \frac{\Delta z}{\Delta r_e} \right)^2 \right] \end{cases} \quad (5.15)$$

Pour  $i = v$ , on pose :

$$\begin{cases} c_v &= \left( \frac{\Delta y}{\Delta r_e} \right)^2 \\ L_v &= \left[ \left( 2L_v^x \frac{\Delta x_e}{\Delta r_e} \right)^2 + \left( L_v^y \frac{\Delta y}{\Delta r_e} \right)^2 + \left( 2L_v^z \frac{\Delta z}{\Delta r_e} \right)^2 \right] \end{cases} \quad (5.16)$$

La turbulence est complètement décrite car nous avons choisi une loi de probabilité Gaussienne centrée. Cette loi est totalement décrite par son moment d'ordre deux (la fonction de corrélation dans le temps et l'espace). Cette modélisation faite, nous revenons sur les rafales déterministes Ballon de Rugby et Chapeau Chinois pour expliquer la relation qu'il

y a entre leurs caractéristiques (coefficient et longueur de rafale) et la description de la turbulence.

#### 5.1.4 Définition des rafales déterministes

Précédemment (section 4.2.1, page 181), nous avons défini des rafales en fonction de deux paramètres : le coefficient de rafale et la longueur de rafale. Nous n'avons jusqu'à présent considéré que des rafales temporelles, en fait l'expression de la rafale temporelle découle de la traversée par le véhicule d'une rafale spatiale. En effet, la durée d'une rafale vue du sol est très longue au regard du temps que le train met à la traverser. Dans cette section nous nous intéresserons aux rafales Ballon de Rugby et Chapeau Chinois (de nature très différentes) et à leur lien avec la théorie de la turbulence précédemment présentée.

##### Rafale Ballon de Rugby

La rafale dite Ballon de Rugby a été définie par la SNCF lors de l'étude sécurité de la ligne Valence-Marseille (8), elle se définit dans l'espace par (figure 5.6, page 227) :

$$u(x, y) = C_{raf} V_m \cos\left(\frac{\pi y}{l_y}\right) \left( C_e \cos\left(\frac{\pi x}{l_x}\right) + (1 - C_e) \cos\left(10 \frac{\pi x}{l_x}\right) \right)$$

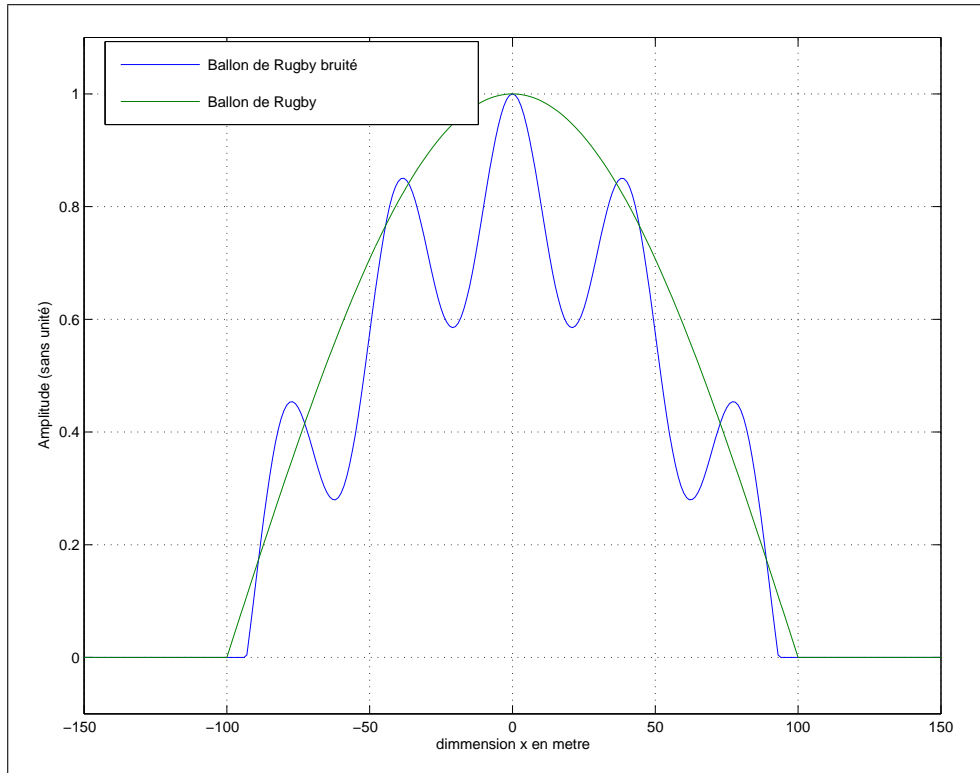


FIG. 5.6 – Ballon de Rugby et Ballon de Rugby modulé (méthodologie ln5)

Où  $l_x$ ,  $l_y$  sont choisis en fonction des longueurs de la turbulence  $L_u^x$  et  $L_u^y$  (ce qui donne  $l_y \sim 50m$ ,  $l_x \sim 10V_m$ ) ; le coefficient de rafale  $C_{raf}$  a été fixé à 1.8 car cela correspond à ce que

$u > 0.8 * V_m$  dont la probabilité d'occurrence est de 0.1%. Et le coefficient  $C_e$  à été calculé pour que 5% de l'énergie soit portée par la modulation dans la direction de l'écoulement ( $\vec{x}$ , soit  $C_e = 0.8134$ ).

La rafale Ballon de Rugby est donc complètement paramétrée par des coefficients choisis en liaison avec la théorie de la turbulence. Toutefois rien ne permet de supposer que les rafales auront des longueurs fixées par ces valeurs. La rafale Chapeau Chinois à été conçue pour être plus représentative de la turbulence et pour établir un pont entre les deux représentations.

### Rafale Chapeau Chinois

La rafale Chapeau Chinois est définie à partir des propriétés statistiques de l'écoulement. Aussi Delaunay (10) propose une méthode pour calculer sa longueur et son coefficient de rafale. Pour simplifier nous ne considérerons que la composante normale du vent mais la méthode se transpose aisément à la dimension orthogonale.

Considérons  $u(t)$  une réalisation du processus  $U(t)$  (figure 5.2, page 221). Considérons un intervalle  $[to, to + T]$  pendant lequel  $u(t) > 0$ , dans cet intervalle, notons le maximum  $A$ . On appelle le signal dans l'intervalle  $[to, to + T]$  rafale d'amplitude  $A$  et de durée  $T$  (figure 5.7, page 228).

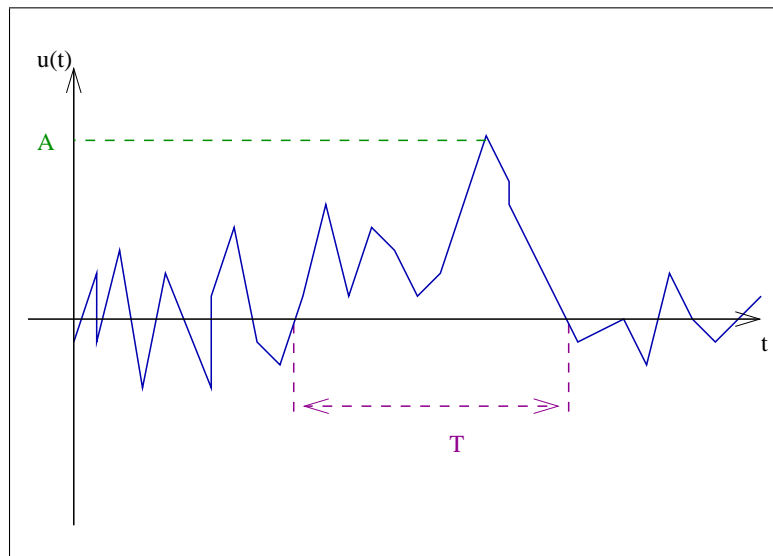


FIG. 5.7 – Caractéristiques d'une rafale

En s'appuyant sur la section C.5 (page 296), il est possible définir la durée moyenne d'une rafale. Considérons la probabilité de dépassement de la valeur 0 :

$$\nu_0^+ = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_2}{m_0}}$$

avec :



$$\begin{aligned} m_0 &= \sigma_U^2 = \int \mathbf{S}_U(\omega) d\omega \\ m_2 &= \sigma_U^2 = \int \omega^2 \mathbf{S}_U(\omega) d\omega \end{aligned} \quad (5.17)$$

C'est la fréquence moyenne de passage par 0 avec une pente positive, donc une rafale a une durée moyenne  $\bar{T} = \frac{1}{2\nu_0^+}$ . Les fonctions de corrélation issues du spectre de Von-Karman ne sont pas dérivables en 0 donc la formule ci dessus est fausse au sens ou l'intégrale de  $\omega^2 S_{uu}(\omega)$  n'existe pas. C'est pourquoi Delaunay propose une troncature de l'espace d'intégration entre  $1/300Hz$  et  $1Hz$ , cette troncature n'a pas d'influence dans la mesure ou  $\bar{T}$  ne sert qu'à normaliser une loi de probabilité. Soit :

$$\bar{T} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\int \omega^2 S_{uu}(\omega) d\omega}{\int S_{uu}(\omega) d\omega}}$$

L'étude expérimentale menée par Delaunay a montré que la probabilité de l'événement « atteindre  $A$  » correspond à une demi Gaussienne :

$$p_A(a) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sigma_u} \exp\left(\frac{-a^2}{2\sigma_u^2}\right)$$

Mais aussi que la probabilité conditionnelle de  $\ln\left(\frac{T}{\bar{T}}\right)$  sachant  $A$  ( $P_{\ln(\frac{T}{\bar{T}})/A}$ ) correspond à une loi Gaussienne. Cette loi Gaussienne se caractérise par une moyenne  $\ln\left(0.95\left(\frac{A}{\sigma_i}\right)^q\right)$  et un écart type 0.60 (avec  $q = 1.42$  pour la composante normale et  $q = 1.20$  pour la composante tangentielle).

Soit une valeur maximale du vent ( $A$ ), en considérant un taux de rejet de 0.5 sur la loi de probabilité de  $T$  sachant  $A$ , il est possible de déduire de  $A$  une durée de rafale  $T_r$  telle que :

$$P_{\ln(\frac{T}{\bar{T}})|A}(T < T_r) = 0.5$$

Connaissant  $T_r$  est  $A$  il faut définir une forme de rafale, pour ce faire on considère la transformé de Fourier de la fonction de corrélation spatio-temporelle :

$$S_u(\Delta r, f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} C_{uu}(\delta r, \tau) \exp(-2i\pi f\tau) d\tau$$

Compte tenu de la définition de la corrélation, cette expression est difficilement calculable pour  $\Delta r \neq 0$ , donc on approche celle ci par :

$$S_u(\Delta r, f) = S_u(\Delta r = 0, f) C_{o\Delta r}(\Delta r, f)$$

Où  $C_{o\Delta r}$  est le co-spectre de la turbulence ; il peut être approché par la loi de Kristensen et Jensen :

$$Co_i(\Delta r, f) = \exp \left( -C_i^r \left( \frac{f \Delta r}{V_m} \right)^{p_i^r} \right)$$

La forme de la rafale est assimilée à celle du co-spectre pris à la fréquence  $\frac{1}{2T_r}$ . La rafale à donc la forme de deux exponentielles accolées dos à dos. La longueur de rafale n'intervenant pas dans l'expression ci dessus, nous définissons celle-ci à l'amplitude  $Ae^{-1}$  (figure 5.8, page 230).

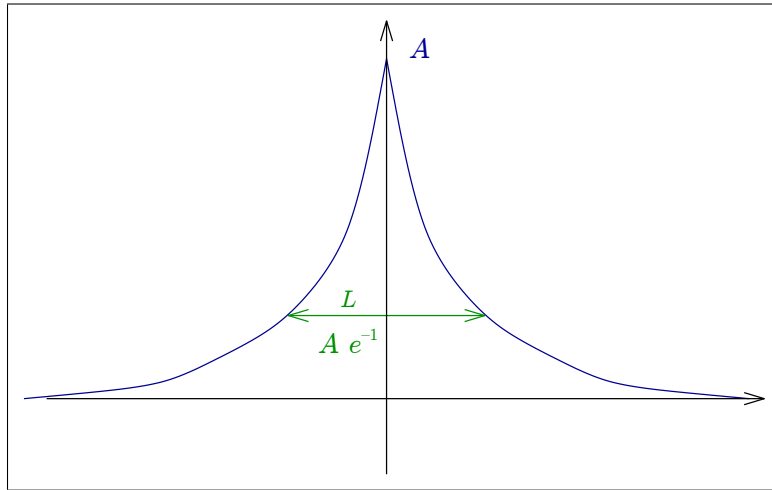


FIG. 5.8 – Longueur de la rafale Chapeau Chinois

Cette modélisation de la rafale est assez éloignée de la rafale Ballon de Rugby. Par exemple la longueur et le coefficient de rafales ne sont pas fixés indépendamment. Cette formulation est toutefois plus proche du modèle de la turbulence atmosphérique au sens où elle fait apparaître le co-spectre.

### Modification des modèles de rafales

La définition des caractéristiques des rafales, et plus particulièrement du Chapeau Chinois est très complexe, aussi nous homogénéisons leurs formulations. Compte tenu des hypothèses de formes faites pour les deux modèles de rafales et ne considérant qu'une seule rafale (et non une succession de rafales), il nous a semblé plus logique de modifier les paramètres de ces modèles de sorte de les rendre plus critiques pour le véhicule.

En ce qui concerne la modulation du Ballon de Rugby, nous ne la gardons pas car elle est moins critique que la même rafale non bruitée, l'effet dynamique qu'elle peut apporter dans les liaisons ne compense pas le déficit dans l'initiation du renversement (figure 5.9, page 231). C'est pourquoi nous fixons  $C_e = 1$ .

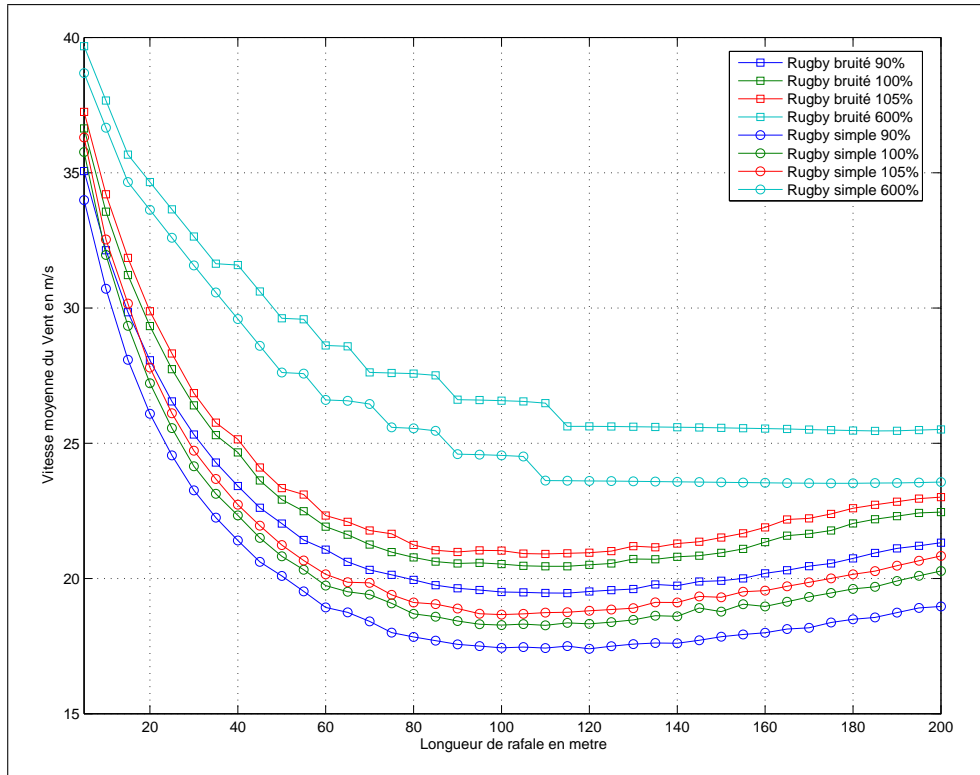


FIG. 5.9 – Comparaison entre rafale Rugby simple et Rugby bruité

En ce qui concerne le Chapeau Chinois, nous en gardons la forme mais nous définissons indépendamment la longueur et l'amplitude, sans passer par la loi de probabilité conditionnelle de  $T$  sachant  $A$ .

Ainsi les deux rafales se définissent par une longueur et un coefficient de rafale. Pour le coefficient de rafale, nous garderons la valeur "standard" de l'analyse Vents Traversiers ( $C_{raf} = 1.8$ ). Compte tenu des mesures réalisées par Delaunay (10), à un coefficient de rafale de 1.8 correspond un taux de rejet<sup>4</sup> de 0.097% (disons 0.1%) pour la composante  $U$  et 0.0086% pour la composante  $V$ . Ces taux de rejet ne varient pas avec la vitesse du vent moyen car  $\sigma_u$  et  $\sigma_v$  sont proportionnels à celle-ci. Pour la longueur de rafale, nous choisissons les longueurs les plus dangereuses pour le véhicule (100m pour le Ballon de Rugby et 50m pour le Chapeau Chinois).

Les principales difficultés de la modélisation de la turbulence par des rafales déterministes portent sur la forme donnée aux rafales. De plus en considérant une rafale isolée nous rejetons la possibilité de répétition de celle-ci. C'est parce qu'elle s'affranchit de ces hypothèses que l'approche stochastique est intéressante.

<sup>4</sup>La probabilité d'avoir une amplitude supérieur à  $0.8 * V_m$ .

### 5.1.5 Modélisation de la turbulence et approche stochastique

Au terme de cette partie, nous avons définie le modèle de la turbulence atmosphérique et les liens qui l'unissent aux modèles de rafales déterministe. Toutefois nous ne sommes pas plus avancés quant à la possibilité de faire une étude stochastique fiable et précise.

En effet dans le projet Vents Traversiers deux ébauches de méthode stochastiques furent proposées, celle de Bodere (?) où le train était soumis à des champs générés aléatoirement et celle de Bernay (?) (?) (?) où le véhicule est considéré comme un système linéaire soumis à des champs de forces Gaussiens.

La première approche posait le problème de la génération des champs de vent, ceux ci devaient être suffisamment grands pour couvrir le trajet du train, de plus pour simplifier leurs génération, les champs de vent n'étaient pas indexés dans le temps, et donc considérés comme gelés dans le temps. La seconde posait le problème de la linéarisation du système et de la simplification des lois de probabilité qui étaient ramenées systématiquement à des lois Gaussiennes.

Les travaux sur les méthodes d'ordre supérieur passant par les noyaux de Voltera proposées par Kareem (?) (?) (?), Langley (?), (?), (?) ou Robert (?) ne paraissent pas réalisables sur un système aussi complexe que le véhicule ferroviaire dans la mesure où le système est très gros. Nous sommes donc ramenés à une étude numérique. Soit nous choisissons les méthodes numériques de résolution des équations de Focker-Planck (Ghanbari (?), Langtangen (?), Langley (?) ou Mc William (?)) soit nous nous orientons vers les méthodes de Monte-Carlo. Le passage par les méthodes de Focker-Planck aurait certainement donné des résultats plus complets, mais le temps pour les mettre en place était trop important pour cette thèse où nous avons déjà bien développé l'aspect mécanique.

Le choix c'est donc porté vers une méthode de Monte-Carlo, mais pour éviter la difficulté que rencontra Bodere, il nous fallait utiliser une méthode originale de génération des champs de vent. En effet la méthode de Monte-Carlo consiste à estimer la loi de probabilité de la sortie d'un système en réalisant un grand nombre de simulation. D'abord, considérons que le champ de vent qui nous intéresse est celui vu par le train, nous développons alors la formulation de la turbulence atmosphérique vue par un corps en mouvement que Cooper propose (?) puis nous générerons les champs de vent par la méthode des matrices circulantes (?) (?) (?) (?) (?) (?).

## 5.2 Efforts appliqués sur le train

Dans cette partie nous allons appliquer les résultats précédents au mouvement d'un véhicule dans le champ de turbulence. Dans un premier temps nous présentons la démarche théorique qui permet de ramener les effets de la turbulence sur un véhicule en mouvement, puis nous calculerons les efforts transmis au train par le vent ce qui nous permettra d'analyser les spectres de déchargement (grandeur définie dans le chapitre précédent chapitre 4, page 159).

### 5.2.1 Turbulence atmosphérique pour un corps en mouvement

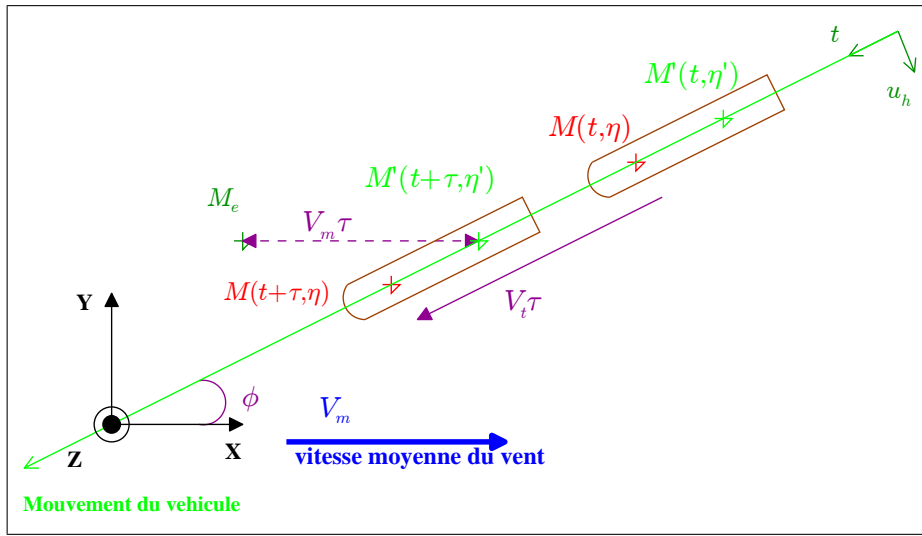


FIG. 5.10 – Repères du vent et repère ferroviaire

Soit  $R_v$  le repère de la turbulence, et  $R_m$  le repère de la voie (que l'on peut assimiler au repère ferroviaire dans la mesure où nous négligeons l'influence de  $w(t)$ , figure ??, page ??). La matrice de passage de  $R_t$  vers  $R_v$  s'écrit :

$$P_{R_v \leftarrow R_m} = \begin{bmatrix} -\cos(\phi) & \sin(\phi) & 0 \\ -\sin(\phi) & -\cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

La vitesse du vent s'écrit alors :

$$V_v = \begin{bmatrix} V + u \\ v \\ 0 \end{bmatrix}_{R_v} = \begin{bmatrix} -(V + u) \cos(\phi) - v \sin(\phi) \\ -v \cos(\phi) + (V + u) \sin(\phi) \\ 0 \end{bmatrix}_{R_m} \quad (5.19)$$

La vitesse du vent apparent pour le véhicule s'écrit alors :

$$V_a = \begin{bmatrix} -(V + u) \cos(\phi) - v \sin(\phi) - V_t \\ -v \cos(\phi) + (V + u) \sin(\phi) \\ 0 \end{bmatrix}_{R_m} \quad (5.20)$$

Dans un premier temps et en suivant le cheminement de la section précédente (section 5.1.2, page 222) nous calculerons les fonctions de corrélations de la turbulence vu par le train.

### 5.2.2 Fonctions de corrélation dans le repère du train

Nous reprenons le calcul de corrélation dans l'espace mais en considérant un corps en mouvement dans le plan  $(\vec{x}, \vec{y})$  selon l'axe  $\vec{k}$  à la vitesse  $-V_t$ ; l'axe  $\vec{k}$  forme un angle  $\phi$  avec  $\vec{x}$ . Considérons 2 points sur le corps M et M', d'abscisse  $\eta$  et  $\eta'$  selon  $\vec{k}$ . Les expressions (5.13) deviennent :

$$\begin{cases} \Delta x_e &= (\eta' - \eta - V_t \tau) \cos(\phi) - V_m \tau \\ \Delta y &= (\eta' - \eta - V_t \tau) \sin(\phi) \\ \Delta z &= 0 \\ \Delta r_e &= \sqrt{\Delta x_e^2 + \Delta y^2} \end{cases} \quad (5.21)$$

Nous avons alors pour  $\rho_{uu}$  :

$$\begin{cases} \tilde{r} &= \frac{0.747 \Delta r_e}{L_u} \\ L_u &= \sqrt{\left(\frac{L_u^x \Delta x_e}{\Delta r_e}\right)^2 + \left(\frac{2L_u^y \Delta y_e}{\Delta r_e}\right)^2} \\ c_u &= \left(\frac{\Delta x_e}{\Delta r_e}\right)^2 \\ \widetilde{\rho_{uu}}(\tau, \eta, \eta') &= c_u f(\tilde{r}) + (1 - c_u) g(\tilde{r}) \\ \widetilde{C_{uu}}(\tau, \eta, \eta') &= \sigma_u^2 \rho_{uu} \end{cases} \quad (5.22)$$

Et pour  $\rho_{vv}$  :

$$\begin{cases} \tilde{r} &= \frac{0.747 \Delta r_e}{L_v} \\ L_v &= \sqrt{\left(\frac{2L_v^x \Delta x_e}{\Delta r_e}\right)^2 + \left(\frac{L_v^y \Delta y_e}{\Delta r_e}\right)^2} \\ c_v &= \left(\frac{\Delta y}{\Delta r_e}\right)^2 \\ \widetilde{\rho_{vv}}(\tau, \eta, \eta') &= c_v f(\tilde{r}) + (1 - c_v) g(\tilde{r}) \\ \widetilde{C_{vv}}(\tau, \eta, \eta') &= \sigma_v^2 \rho_{vv} \end{cases} \quad (5.23)$$

Notons que l'on a toujours  $\widetilde{C_{ii}}(\tau = 0, \delta\eta = 0) = \sigma_i^2$  que l'on soit dans le repère du train ou non. Des formulations de la corrélation, nous pouvons déduire l'autocorrélation et la densité spectrale de puissance.

### 5.2.3 Densité spectrale de puissance

Dans le cas où nous considérons le même point, c'est-à-dire  $\eta = \eta'$ , nous pouvons écrire :

$$\begin{cases} \Delta x_e &= (-V_t \tau) \cos(\phi) - V_m \tau \\ \Delta y &= (-V_t \tau) \sin(\phi) \\ \Delta z &= 0 \\ \Delta r_e &= \sqrt{V_t^2 \tau^2 + V_m^2 \tau^2 + 2V_t \tau^2 V_m \cos(\phi)} \end{cases} \quad (5.24)$$

Définissons  $V_R$  la vitesse "relative" de la turbulence vis-à-vis du point mobile. Cette vitesse n'a rien à voir avec la vitesse du vent apparent.

$$V_R = \frac{\Delta r_e}{\tau} = \sqrt{V_t^2 + V_m^2 + 2V_t V_m \cos(\phi)} \quad (5.25)$$

$$\begin{cases} \tilde{r} &= \left\| \frac{0.747V_R \tau}{L_u} \right\| \\ c_u &= \left( \frac{V_t \cos(\phi) + V_m}{V_R} \right)^2 \\ L_u &= \sqrt{c_u L_u^x{}^2 + 4(1 - c_u) L_u^y{}^2} \\ \widetilde{\rho_{uu}}(\tau, \delta\eta = 0) &= c_u f(\tilde{r}) + (1 - c_u) g(\tilde{r}) \end{cases} \quad (5.26)$$

Notons que  $c_u$  est indépendant de  $\tau$ . Cette remarque est très importante, en effet elle nous permet de calculer, à partir de (5.11), la densité spectrale de la turbulence dans le repère du train.

Ainsi  $\widetilde{S_{uu}}$  est égale à :

$$\widetilde{S_{uu}}(f, \delta\eta = 0) = \left[ 4\sigma_u^2 \frac{L_u}{V_R} \frac{1}{(1 + 70.8 \tilde{n}^2)^{5/6}} \right] \left[ c_u + (1 - c_u) \frac{0.5 + 94.4 \tilde{n}^2}{1 + 70.8 \tilde{n}^2} \right] \quad (5.27)$$

avec  $\tilde{n} = f \frac{L_u}{V_R}$ .

Pour la composante  $v$  :

$$\begin{cases} \tilde{r} &= \left\| \frac{0.747V_R \tau}{L_v} \right\| \\ c_v &= \left( \frac{V_t \sin(\phi)}{V_R} \right)^2 \\ L_v &= \sqrt{c_v L_v^y{}^2 + 4(1 - c_v) L_v^x{}^2} \\ \widetilde{\rho_{vv}}(\tau, \delta\eta = 0) &= c_v f(\tilde{r}) + (1 - c_v) g(\tilde{r}) \end{cases} \quad (5.28)$$

$\widetilde{S_{vv}}$  est donné par :

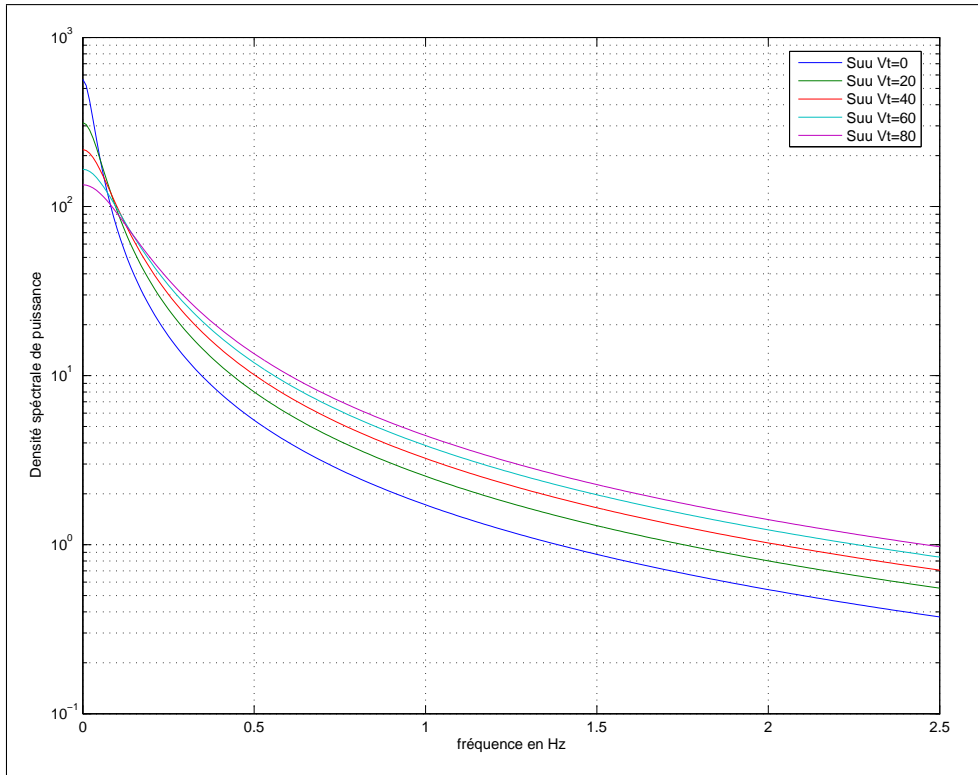
$$\widetilde{S_{vv}}(f, \delta\eta = 0) = \left[ 4\sigma_v^2 \frac{L_v}{V_R} \frac{1}{(1 + 70.8 \tilde{n}^2)^{5/6}} \right] \left[ c_v + (1 - c_v) \frac{0.5 + 94.4 \tilde{n}^2}{1 + 70.8 \tilde{n}^2} \right] \quad (5.29)$$

avec  $\tilde{n} = f \frac{L_v}{V_R}$

Afin de bien appréhender les caractéristiques de ces corrélations, nous allons illustrer leurs formes sur des exemples concrets.

## Applications Numériques

Lorsque la vitesse du train ou l'incidence de la ligne par rapport au vent moyen varie, la turbulence vue par le véhicule s'en trouve modifiée. Lorsque la vitesse du train augmente la turbulence subit une sorte d'effet Doppler qui a pour conséquence de diminuer la participation des basses fréquences (inférieures à  $0.1Hz$ ) et d'augmenter celle des fréquence moyennes (figure 5.11, page 236 et figure 5.12, page 237). Les ratios entre les densités spectrales vues par le train ( $\widetilde{S_{uu}}$ ,  $\widetilde{S_{vv}}$ ) et vues du sol ( $S_{uu}$ ,  $S_{vv}$ ) sont donnés dans le tableau 5.1 (page 237). La bande de fréquence qui nous intéresse est entre  $0.5$  et  $1Hz$ , dans cette bande la densité

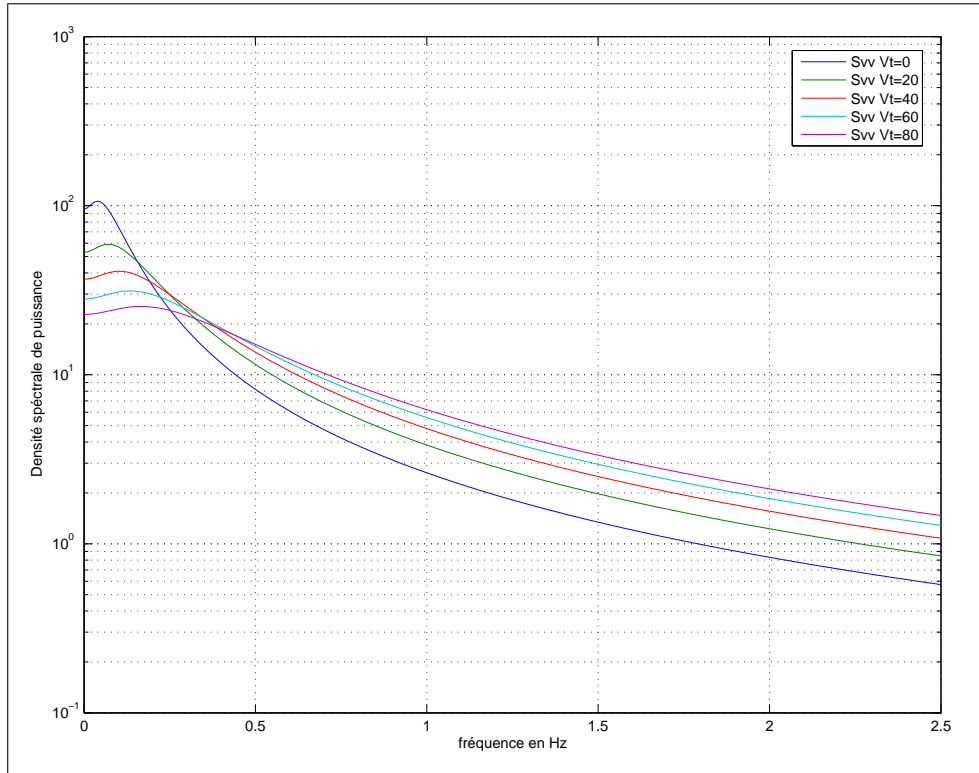

 FIG. 5.11 – Évolution de  $\widetilde{S}_{uu}$  en fonction de la vitesse du train

d'énergie vu par le train peut être doublée.

Lorsque c'est l'incidence qui varie, ce transfert d'énergie vers les fréquences moyennes se vérifie sur  $\widetilde{S}_{uu}$  (figure 5.13, page 238). En revanche sur  $\widetilde{S}_{vv}$  (figure 5.14, page 238), c'est l'inverse qui se produit. Ceci est dû à l'augmentation de  $c_v$ . En effet  $\widetilde{S}_{vv}$  se calcule en faisant un changement de variable et une pondération des fonctions  $S_{vv}$  et  $S_{uu}$ . Au delà de  $0.1Hz$ ,  $S_{vv}$  est supérieure à  $S_{uu}$ , et donc lorsque  $c_v$  augmente la participation de  $S_{vv}$  à  $\widetilde{S}_{vv}$  diminue, donc  $\widetilde{S}_{vv}$  diminue.

Afin de connaître l'impact de la turbulence sur le train en mouvement vis-à-vis des courbes de délestage, il est nécessaire d'avoir accès aux grandeurs de forces. Dans le paragraphe qui va suivre nous nous intéressons donc à l'estimation des efforts vus par les parois du train correspondant au modèle de turbulence précédemment défini.



FIG. 5.12 – Évolution de  $\widetilde{S}_{vv}$  en fonction de la vitesse du train

Vitesse du train (m/s)	20	40	60	80	100
$\widetilde{S}_{uu}/S_{uu}$ pour $f = 0$ Hz	0.5556	0.3846	0.2941	0.2381	0.2000
$\widetilde{S}_{vv}/S_{vv}$ pour $f = 0$ Hz	0.5556	0.3846	0.2941	0.2381	0.2000
$\widetilde{S}_{uu}/S_{uu}$ pour $f = 0.1$ Hz	1.2750	1.3463	1.3115	1.2322	1.1401
$\widetilde{S}_{vv}/S_{vv}$ pour $f = 0.1$ Hz	0.7619	0.5462	0.4117	0.3270	0.2704
$\widetilde{S}_{uu}/S_{uu}$ pour $f = 0.5$ Hz	1.4693	1.8569	2.1879	2.4730	2.7182
$\widetilde{S}_{vv}/S_{vv}$ pour $f = 0.5$ Hz	1.4042	1.6596	1.7976	1.8451	1.8280
$\widetilde{S}_{uu}/S_{uu}$ pour $f = 1$ Hz	1.4771	1.8822	2.2422	2.5691	2.8693
$\widetilde{S}_{vv}/S_{vv}$ pour $f = 1$ Hz	1.4599	1.8269	2.1244	2.3628	2.5485

TAB. 5.1 – Évolution des ratios entre  $\widetilde{S}_{ii}$  et  $S_{ii}$  pour différentes fréquences et différentes vitesses de train

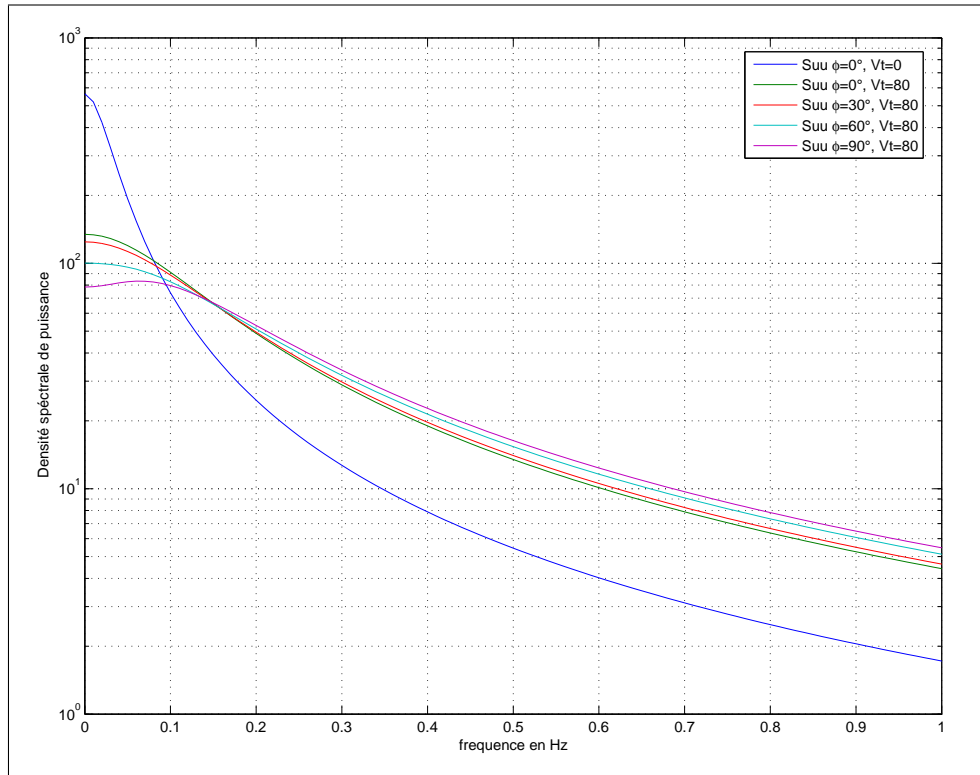


FIG. 5.13 – Évolution de  $\widetilde{S}_{uu}$  en fonction de l'incidence

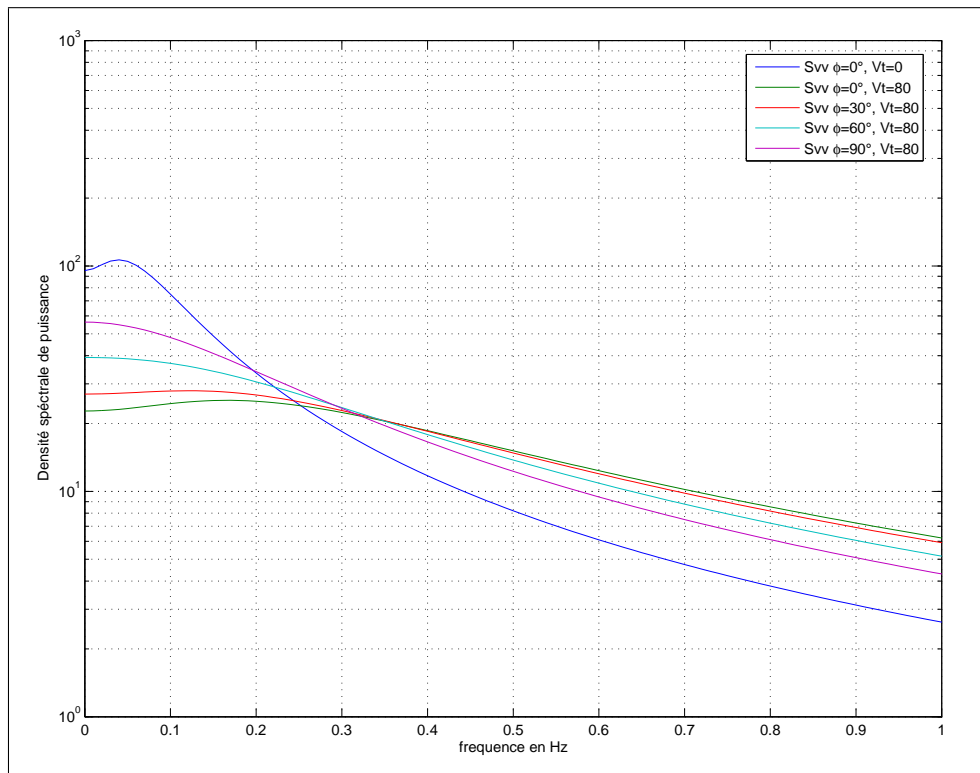


FIG. 5.14 – Évolution de  $\widetilde{S}_{vv}$  en fonction de l'incidence

### 5.2.4 Efforts sur le véhicule

#### Processus vu par le véhicule

Notons  $\tilde{X}(t, \eta)$  le champ stochastique modélisant la turbulence vue par le train. Celui-ci est Gaussien, caractérisé par une moyenne nulle et les 2 fonctions de corrélation spatio-temporelles :  $\widetilde{C_{uu}}$  et  $\widetilde{C_{vv}}$ . Soit  $Y(t)$  la projection de ce champ dans le repère Ferroviaire (du train)

$$Y(t) = \begin{bmatrix} -\cos(\phi)U(t) - \sin(\phi)V(t) \\ +\sin(\phi)U(t) - \cos(\phi)V(t) \end{bmatrix}_{R_m} \quad (5.30)$$

Comme  $\widetilde{X(t)}$  est Gaussien,  $Y(t)$  est défini par sa moyenne :

$$m_Y = P_{R_t \leftarrow R_v} m_X(t)$$

et par sa corrélation :

$$C_Y(\tau, \delta\eta) = P_{R_t \leftarrow R_v} \widetilde{C_X}(\tau, \delta\eta) P_{R_t \leftarrow R_v}^T$$

Le vent vu par le train est alors modélisé par :

$$V_a = \begin{bmatrix} -V_m \cos(\phi) - V_t \\ -V_m \sin(\phi) \end{bmatrix}_{R_t} + Y(t) \quad (5.31)$$

Où  $V_m$  est la vitesse moyenne du vent et  $V_t$  la vitesse du train.

#### Effort sur la paroi latérale

Nous connaissons maintenant la loi de probabilité du vent le long de la paroi latérale<sup>5</sup> du véhicule, l'étape suivante est de calculer les efforts sur celle-ci. Dans l'hypothèse d'un écoulement irrotationnel rencontrant une paroi infinie, l'effort élémentaire ( $f(t, \eta)$ ) pour un élément de paroi de longueur  $\delta y$  et de hauteur  $h$  se calcule à partir de la pression dynamique :

$$f(t, \eta) = \frac{1}{2} \rho \|V_a\|^2 h \delta y$$

Le processus  $F(t, \eta)$  de  $f(t, \eta)$  suit donc un processus carré d'un processus Gaussien :

$$F(t, \eta) = \frac{1}{2} \rho \|\tilde{X}(t, \eta)\|^2$$

Mais nous ne sommes pas dans ce cas, en effet la paroi d'un véhicule ne peut être considérée comme infinie ; de plus les écoulements autour de celle-ci sont complexes (5). A ces deux réserves, il faut ajouter que l'écoulement n'a aucune raison d'être parfaitement plan ou parfaitement symétrique. Ainsi le vent exerce des efforts et des moments dans toutes les directions. Pour modéliser le lien entre la vitesse du fluide et les efforts, on passe par des coefficients aérodynamiques. Dans notre cas ces coefficients ont été établis en soufflerie sur des

<sup>5</sup>Nous ne considérerons que la paroi latérale du véhicule.

maquettes de motrice. Toutefois comme nous disposons d'une modélisation de la turbulence le long de la paroi, pour calculer de manière fiable le moment de lacet il est impossible d'utiliser les coefficients aérodynamiques globaux. Il est alors nécessaire d'utiliser des coefficients aérodynamiques par tranches.

### Coefficients aérodynamiques

Les coefficients aérodynamiques globaux sont établis en soufflerie pour modéliser le lien entre pression dynamique ( $\frac{1}{2}\rho V^2$ ) et l'effort que subit la caisse en fonction de l'incidence du vent apparent ( $\beta_s$ , figure 5.15, page 240). Les composantes du torseur d'effort s'écrivent alors ( $S$  et  $L$  sont des surface et longueurs de référence) :

$$F_{x,y,z} = \frac{1}{2}\rho C_{\{fx,fy,fz\}} S V_{am}^2$$

$$M_{x,y,z} = \frac{1}{2}\rho C_{\{mx,my,mz\}} S L V_{am}^2$$

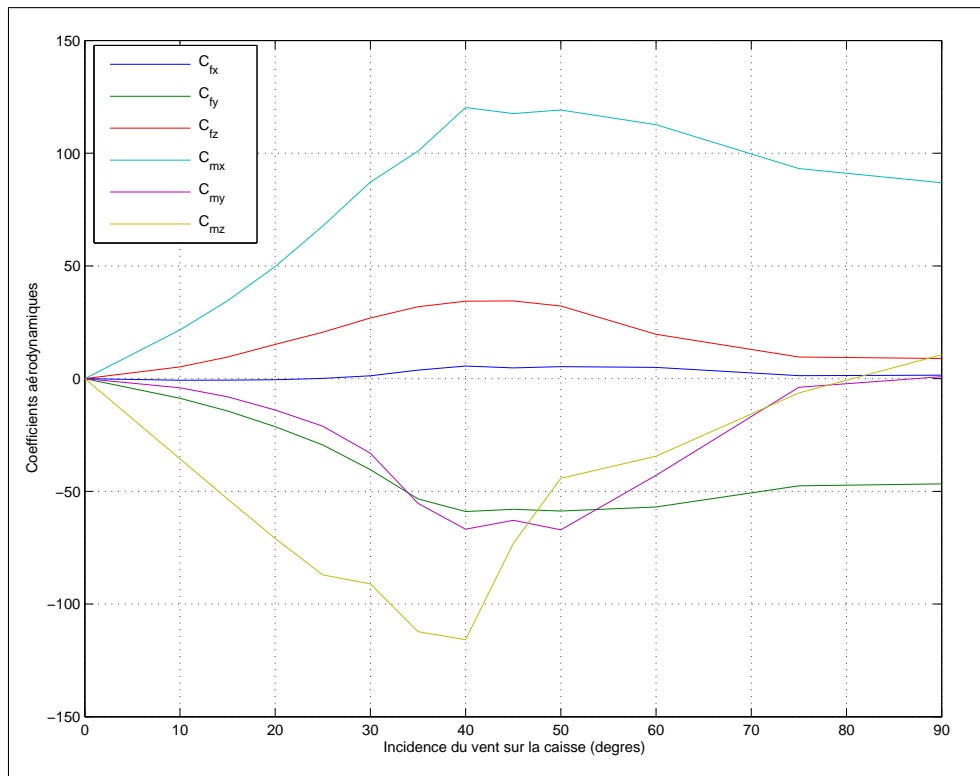


FIG. 5.15 – Coefficients Aérodynamiques globaux en fonction de l'incidence du vent apparent sur la caisse

Dans les équations précédentes  $V_{am}$  est le vent moyen vu par la caisse. Or dans le cas d'un écoulement turbulent ce vent moyen n'a pas de sens à priori, c'est pourquoi on préfère utiliser une formulation par tranche.

La motrice est divisée en différentes tranches de longueur un mètre. Sur chacune de ces tranches sont placés des capteurs de pressions qui permettent d'établir la participation de

chaque tranche aux efforts que subit la structure. Un jeu de pondération ( $\lambda_{fx...mx}^i$ ) est établi pour différentes incidences de vent (figure 5.16, page 241 et figure 5.17, page 242). On obtient alors un jeu de coefficients aérodynamique pour chaque tranche de la motrice (notons que chacune de ces tranches a une incidence de vent propre).

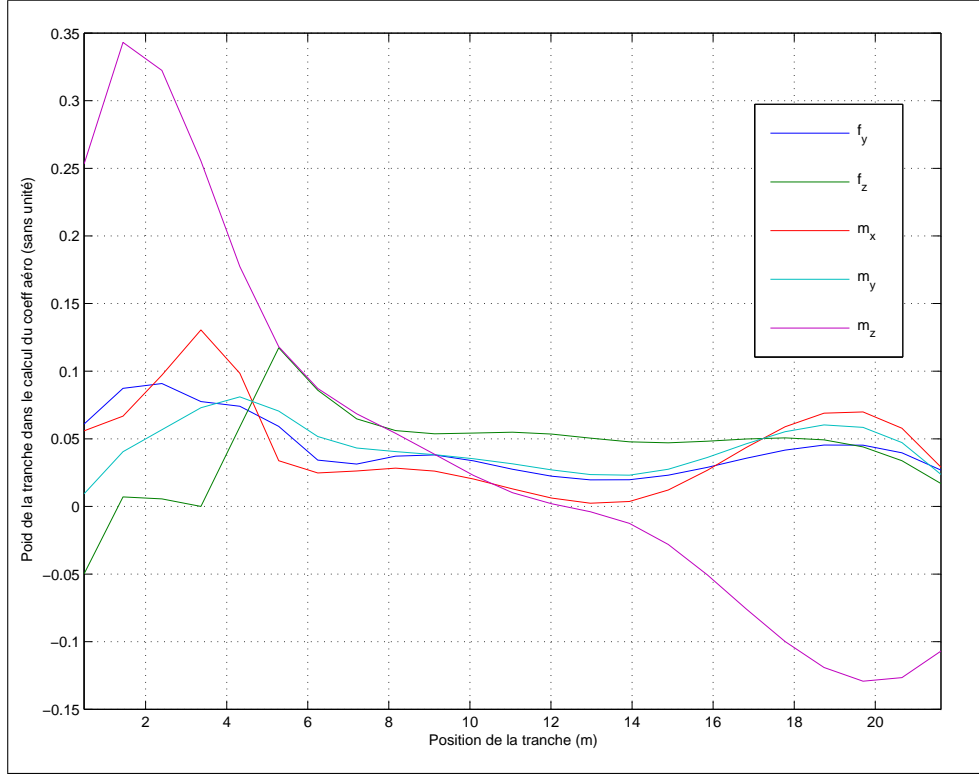


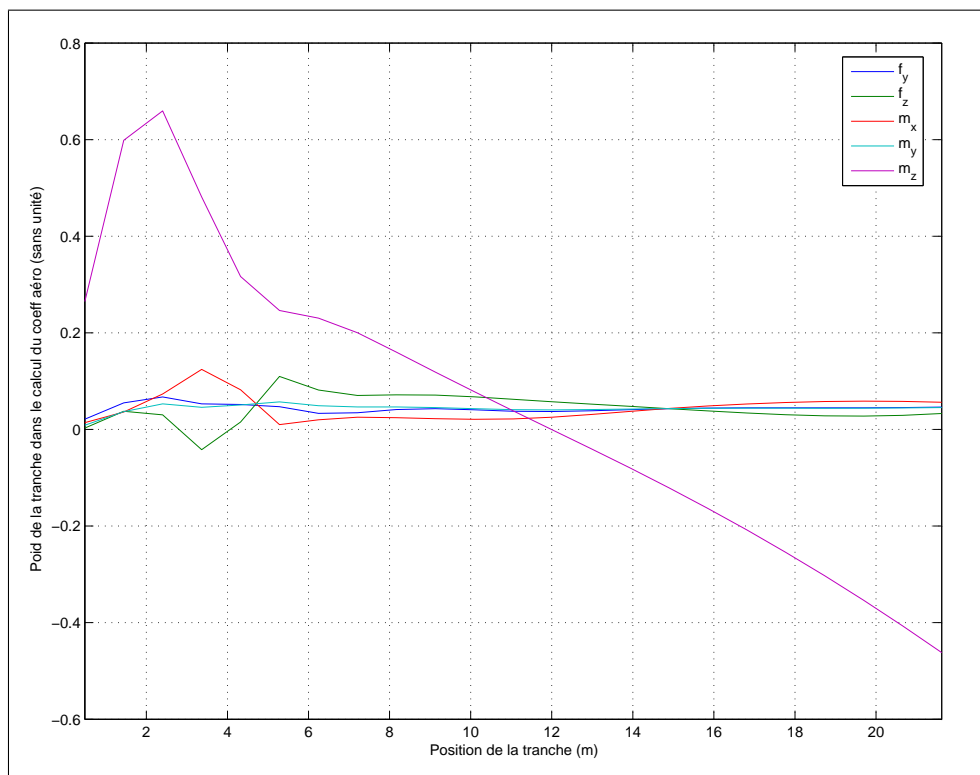
FIG. 5.16 – Pondération des tranches sur une motrice TGV Duplex, incidence de 15°

Les efforts vus par la caisse se déduisent des pondérations et des coefficients aérodynamiques, en fonction, cette fois ci, de la vitesse du vent apparent au point local  $V_a(t, \eta)$  et par conséquent du processus stochastique  $\|\tilde{X}(t, \eta)\|^2$  :

$$F_{x,y,z} = \sum_i \frac{1}{2} \rho C_{\{fx,fy,fz\}} \lambda_{\{fx,fy,fz\}}^i S V_a(t, \eta_i)^2$$

$$M_{x,y,z} = \sum_i \frac{1}{2} \rho C_{\{mx,my,mz\}} \lambda_{\{fx,fy,fz\}}^i S L V_a(t, \eta_i)^2$$

L'expression des efforts étant établie, il est intéressant de regarder l'influence de l'effet Cooper sur le comportement du véhicule et plus particulièrement sur les grandeurs de déchargement.

FIG. 5.17 – Pondération des tranches sur une motrice TGV Duplex, incidence de  $45^\circ$

### Densité spectrale du déchargement

Pour cette étude nous considérerons le modèle linéarisé du véhicule<sup>6</sup> proposée par Bernay (?), et un développement limité des efforts proposée par Cooper (?). Nous considérons un point du véhicule et les efforts sur tout le véhicule sont déduits de la vitesse du vent en ce point, en considérant que la composante turbulente est faible devant la composante moyenne, il est possible d'approcher les efforts par l'expression :

$$F = \frac{1}{2} \rho C S (V_m^2 + V_t^2 + 2V_m V_t \cos(\phi) + 2(V_m + 2V_t \cos(\phi))u - 2(V_t \sin(\phi))v)$$

Le calcul de la moyenne et de la densité spectrale est alors simple :

$$\begin{aligned} m_f &= \sigma_{uu}^2 + \sigma_{vv}^2 + V_m^2 + V_t^2 + 2V_m V_t \cos(\phi) \\ S_{FF} &= 4(V_m + 2V_t \cos(\phi))^2 S_{uu} + 4(V_t \sin(\phi))^2 S_{vv} \end{aligned}$$

Compte tenu du modèle linéaire effort-déchargement, établis par Bernay, la densité spectrale du déchargement se déduit de celle de  $F$  :

$$S_{\delta Q \delta Q} = |H|^2 S_{FF}$$

En choisissant une incidence de  $90^\circ$ , une vitesse moyenne de vent de  $25m/s$  nous pouvons alors constater l'influence de l'effet « Cooper » de la turbulence sur le déchargement. Si on ne prend en compte que la turbulence normale à l'écoulement, la réponse dynamique du système n'est pas dominante pour toutes les vitesses de trains (figure 5.18, page 244), si on prend en compte les deux composantes (figure 5.19, page 244), il apparaît alors que le système peut devenir plus critique du fait d'une éventuelle réponse dynamique.

Au vu de ces résultats, on s'attend à ce que les abaques soit très modifiées par rapport à ce que nous avons l'habitude d'obtenir avec des calculs déterministes. Mais pour pouvoir calculer ces abaques, il est nécessaire de générer un grand nombre de champ de vent et donc de proposer une méthode de génération de tir compatible avec les corrélations de la turbulence vu par le train.

---

<sup>6</sup>Modèle linéarisé du véhicule liant les efforts de vent aux déchargements des bogies, établi à partir du modèle VAMPIRE de motrice TGV Duplex.

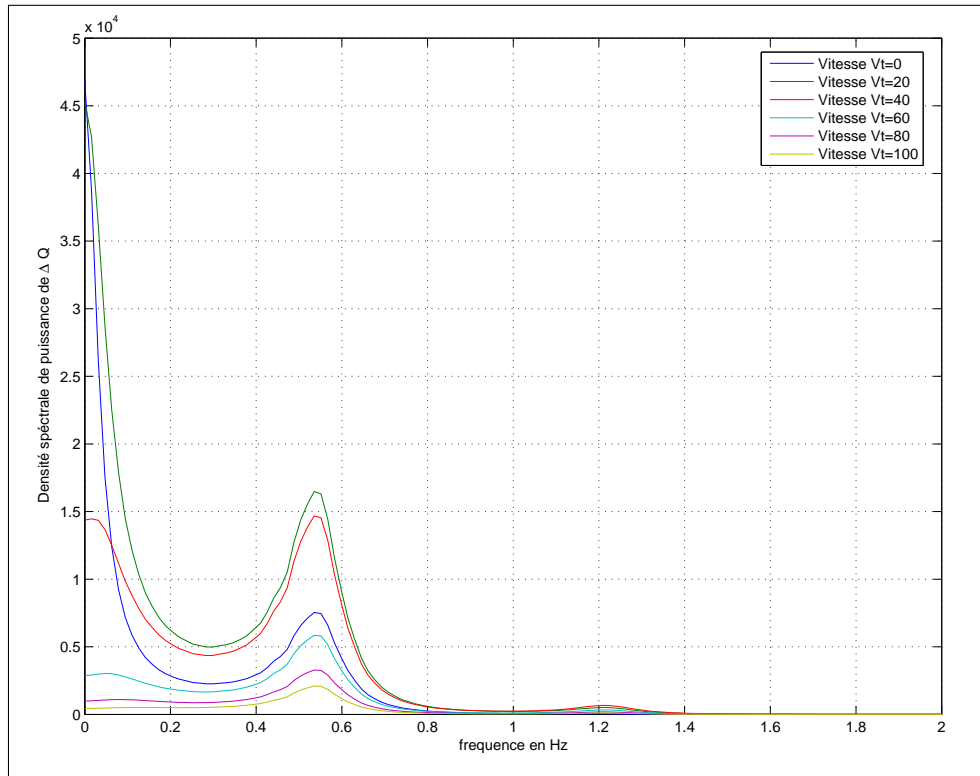


FIG. 5.18 – Densité spectrale du déchargement du bogie 1 en considérant  $S_{vv} = 0$

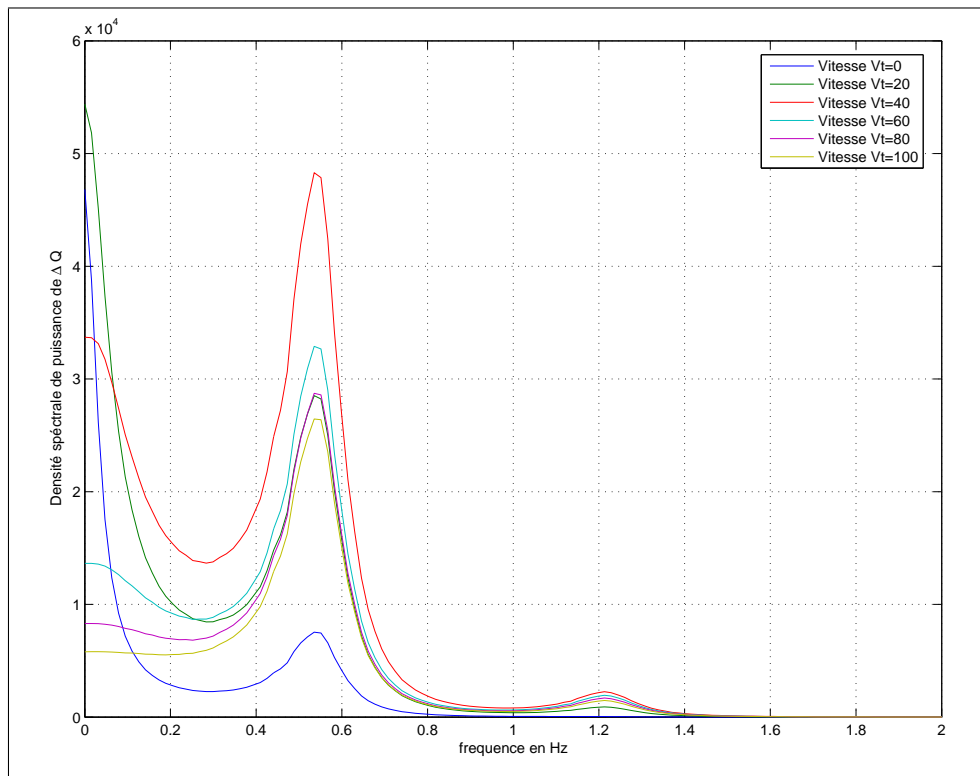


FIG. 5.19 – Densité spectrale du déchargement du bogie 1



## 5.3 Génération de champ de vent

Les travaux de Cooper résumés dans la section précédente nous permettent d'avoir la loi de probabilité du processus vu par le train. L'intérêt de ceci est qu'au lieu d'indexer le processus sur trois variables continue et de grande dimension ( $80s, 7000m, 7000m$ ), nous indexons le processus sur deux variables de dimensions plus raisonnable ( $80s, 500m$ )<sup>7</sup>. Nous proposons par ce biais une solution aux problèmes de tailles des champs de vents rencontrés par Bodere lors de son étude stochastique (?).

La difficulté n'est quand même pas négligeable, en effet nous pourrions générer un champ Gaussien non corrélé, et de le multiplier par la racine d'une matrice de corrélation afin d'obtenir le champ corrélé voulu.

$$\begin{cases} X &= C^{\frac{1}{2}} Z \\ p_Z &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}^n} \exp\left(-\frac{1}{2} Z Z^T\right) \\ p_X &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}^n \sqrt{\det(C)}} \exp\left(-\frac{1}{2} (X^T C^{-1} X)\right) \end{cases} \quad (5.32)$$

Où  $Z$  est un processus Gaussien non corrélé (de dimension  $n$ ), et  $C$  une matrice de corrélation (hermitienne positive de dimension  $n \times n$ ). Le champ  $X$  est alors un champ Gaussien dont la matrice de corrélation est  $C$ .

Toutefois si nous voulons un point tous les mètres et un échantillonnage temporel allant jusqu'à  $20Hz$  cela fait un champ de  $500 * 80 * 20 = 8 \cdot 10^5$  variables aléatoires soit donc une matrice de corrélation de  $8 \cdot 10^5 \times 8 \cdot 10^5$ . Il n'est pas envisageable de manipuler une telle matrice, même si celle ci est assez creuse.

Les méthodes pour générer de tels champs sont peu nombreuses, le lecteur pourra se référer à l'ouvrage de A. Guillin et C. Cremona (?) ou aux travaux de Grigoriu (?). Ne connaissant pas l'expression analytique de la densité spectrale de puissance de la turbulence vue par le train ( $\widetilde{S_{uu}}$  et  $\widetilde{S_{vv}}$ ) et le calcul numérique de celle ci nécessitant un calcul de la corrélation très étendu en temps et en espace les méthodes spectrales ne nous ont pas semblées appropriées. Quant aux méthodes ARMA, elles restent difficiles à mettre oeuvre pour des champs stochastiques de grande taille. C'est en faisant ce constat que nous avons cherché d'autres méthodes.

---

<sup>7</sup>500m est la longueur maximale d'une rame TGV en UM

### 5.3.1 Méthodes par matrice circulante

La méthode qui nous a semblé la plus prometteuse est une méthode développée par Chan et Wood (?) (?) et Dietrich et Newman (?) (?) qui se basent sur la structure répétitive des matrices de corrélations (?). Une introduction claire à cette méthode peut être trouvée dans la thèse de Kisintsev (?). Dans cette partie nous expliquerons son fonctionnement pour un champs à une seule dimension.

L'idée est assez simple, remarquons que les matrices de corrélation ont une structure répétitive :

$$C = \begin{bmatrix} a & b & c \\ b & a & b \\ c & b & a \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

Cette structure répétitive, permet en complétant la matrice de corrélation (en lui rajoutant des lignes et des colonnes, c'est à dire en agrandissant le champ que l'on souhaite générer), d'obtenir une matrice circulante :

$$C_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{b} & \mathbf{c} & c & b \\ \mathbf{b} & \mathbf{a} & \mathbf{b} & c & c \\ \mathbf{c} & \mathbf{b} & \mathbf{a} & b & c \\ c & c & b & a & b \\ b & c & c & b & a \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

### 5.3.2 Propriétés des matrices circulantes

Une matrice circulante a une structure très particulière : sa première colonne génère toute les autres, simplement en décalant d'une place tous les termes. L'ensemble des matrices circulante de dimension  $n$  est générée par la matrice  $M$  :

$$M = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{1}_{n-1 \times n-1} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

Dans notre cas  $C_2$  s'écrit sous la forme :

$$C_2 = a \times M^0 + b \times M^1 + c \times M^2 + c \times M^3 + b \times M^4$$

La structure de  $M$  fait que  $M^n = \mathbf{1}_{n \times n}$  donc que ses valeurs propres et ses vecteurs propres sont les racines de  $1^n$ . Notons  $\tilde{\lambda}_k$  les valeurs propres de  $M$ , alors  $\tilde{\lambda}_{k=0 \dots n-1} = \exp\left(-\frac{2ik}{n}\right)$ , la matrice des vecteurs propre  $\tilde{Q}$  est donnée par :

$$\tilde{q}_{r,s} = \frac{1}{\sqrt{n}} \exp\left(\frac{-2\pi i(r-1)(s-1)}{n}\right)$$

La relation entre  $C_2$  et  $M$  permet de déduire que  $C_2$  a les mêmes vecteurs propres que  $M$  ( $Q = \tilde{Q}$ ). Par conséquent ses valeurs propres,  $\lambda_k$ , se calculent simplement :

$$\lambda_k = a + b \times \tilde{\lambda}_k^1 + c \times \tilde{\lambda}_k^2 + c \times \tilde{\lambda}_k^3 + b \times \tilde{\lambda}_k^4.$$

Notons que pour calculer  $\lambda_{0\dots n-1}$  il suffit de prendre les  $n$  premiers termes de la transformée de Fourier rapide de la première colonne de  $C_2$  (a,b,c,d).

La matrice  $C_2$  peut s'écrire sous la forme  $C_2 = Q\Lambda Q^*$  ou  $Q^*$  est la transposée conjuguée de  $Q$  et par ailleurs son inverse. La racine et l'inverse de  $C_2$  s'en déduisent aisément. De plus, la multiplication par  $Q$  de  $Z$  (le bruit blanc non corrélé) revient à faire une transformée de Fourier rapide de  $Z$ .

Nous avons donc résolu le problème que pose la taille de la matrice de corrélation quant au calcul de sa racine  $C^{\frac{1}{2}}$ . Après avoir agrandi  $C$  pour la rendre circulante, nous pouvons calculer la racine de  $C_2$  parce que nous connaissons ses valeurs propres ( $\lambda_k$ ) et ses vecteurs propres  $Q : C_2^{\frac{1}{2}} = Q\Lambda^{\frac{1}{2}}Q^*$ . Ce calcul est peu onéreux car la multiplication par  $Q$  correspond à une fft et par  $Q^*$  à une fft inverse.

### 5.3.3 Corrélation d'un bruit blanc

Ainsi l'opération que nous jugions coûteuse précédemment :  $X = C^{\frac{1}{2}}Z$ , peut être remplacée par une série d'opérations plus simples :

- D'abord agrandir  $C$  (de dimension  $m$ ) en la rendant circulante ( $C_2$ ) (de dimension  $n$ ),
- puis calculer les valeurs propres de  $C_2$  en prenant la fft de sa première colonne.
- Nous générons ensuite un vecteur Gaussien non corrélé de dimension  $n$  ( $\tilde{Z}$ , généré sous matlab par `randn`),
- nous en déduisons  $\tilde{X} = \text{fft}(\lambda_k \tilde{Z}_k)$ ,
- enfin nous extrayons de  $\tilde{X}$  la partie réelle des  $n$  premiers termes, ce qui forme le vecteur  $X$  de corrélation  $C$ .

En une dimension cette méthode est exacte, en deux dimensions, cette méthode est un peu plus complexe. En effet, pour les dimensions supérieures à un, la matrice de corrélation n'est pas ramenée à une matrice circulante mais à une matrice circulante de matrice circulante (dite Toeplitz Block) (?). En conséquence certaines difficultés comme la présence de valeurs propres négatives compliquent un peu la méthode, mais ces cas sont traités dans les travaux de Chan (?), en proposant une approximation permettant de supprimer au mieux les valeurs proposes négatives.

## Conclusion

Dans ce chapitre, après une présentation d'un modèle de turbulence atmosphérique et une justification des modèles déterministes de rafale, nous avons établi, grâce aux travaux de Cooper, les expressions de la turbulence vue par un corps en mouvement. Nous avons montré, à partir d'un modèle linéaire de véhicule que l'influence de l'effet « Cooper » est suffisamment important pour être pris en compte dans les calculs de renversement.

Pour pouvoir mener une étude stochastique par la méthode de Monté Carlo, il nous faut pouvoir générer des champs de vent suffisamment longs pour que le véhicule puisse réagir. Grâce aux expressions de Cooper nous avons pu diminuer la taille des champs de vent à générer (en passant de trois dimensions à deux dimensions). Toutefois les expressions de corrélations vu du train et la dimension des champs à générer imposaient d'utiliser une méthode de génération de champ de vent originale, et nous avons proposé la méthode des matrices circulantes.

Nous sommes donc capables, grâce à cette méthode de générer des champs de turbulence vus par le train de grande dimension avec des coûts numériques faibles. A partir de ces champs de turbulence, nous savons calculer les efforts via les coefficients aérodynamiques et donc fournir à notre modèle dynamique de véhicule un chargement représentatif de ce qu'il verrait en traversant un champ de vent.

Par ce biais, nous avons donc résolu les problèmes qui se posaient à Bodere (?) pour l'étude du comportement du véhicule dans un champs de vent en étant capable de générer autant de champ de vent que nécessaire, tout en nous passant de l'hypothèse de turbulence gelée dans le temps pour le train ce qui est nouveau dans le projet Vents Traversiers.

A l'issu de ce chapitre, nous pouvons aborder le deuxième problème à l'origine de cette thèse (après la marge vis à vis du renversement) : l'étude stochastique du renversement du véhicule.

# Chapitre 6

## Calcul des abaques de sensibilité du matériel : approche probabiliste

### Sommaire

---

<b>Introduction . . . . .</b>	<b>250</b>
<b>6.1 Abaques déterministes . . . . .</b>	<b>250</b>
<b>6.2 Abaques aléatoires . . . . .</b>	<b>254</b>
6.2.1 Méthodologie . . . . .	254
6.2.2 Résultats . . . . .	258
<b>6.3 Convergence de la méthode . . . . .</b>	<b>260</b>
6.3.1 Convergence des champs de vent . . . . .	260
6.3.2 Convergence du déchargement . . . . .	268
<b>6.4 Analyse des résultats . . . . .</b>	<b>270</b>
6.4.1 Énergie du torseur d'effort vu du train . . . . .	270
6.4.2 Réponse non linéaire du système . . . . .	273
6.4.3 Approximation Gaussienne . . . . .	275
<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>278</b>
<b>Conclusion de la deuxième partie . . . . .</b>	<b>278</b>
<b>Références . . . . .</b>	<b>249</b>

---

## Introduction

Ce chapitre a pour but de rattacher les travaux réalisés durant cette thèse à la méthode développée dans le cadre des projets Vents Traversiers et DEUFRAKO. Nous proposons une méthode de calcul des abaques par le biais de simulations de Monte-Carlo. Ces abaques sont des courbes qui en fonction de l'incidence du vent et du critère de sécurité choisi, permettent de donner la vitesse du vent en deçà de laquelle le risque de renversement est négligeable.

Par rapport aux approches , l'apport de cette thèse est double, tout d'abord parce que nous sommes capables de donner une marge entre un délestage à 90% et le renversement et ensuite, parce que nous proposons une généralisation des approches stochastiques présenté précédemment ((?) (?) (?) (?) (?)).

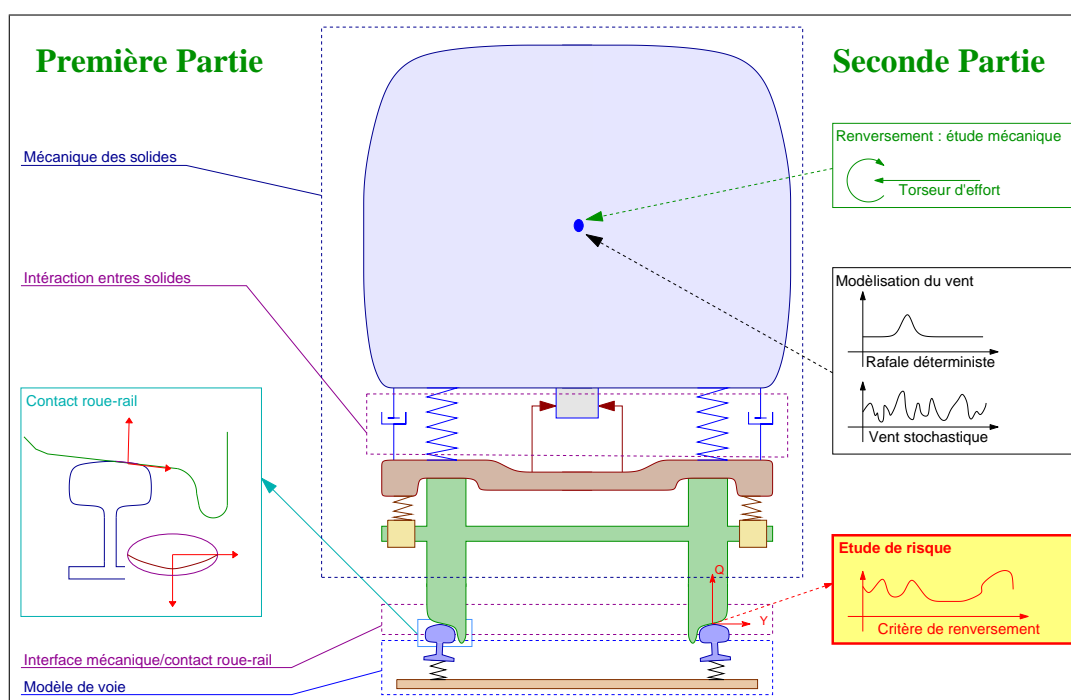


FIG. 6.1 – Fil conducteur de la thèse : Renversement mécanique

Les objectifs de ce chapitre seront donc d'analyser les courbes de protection que l'on obtient par la méthode stochastique.

## 6.1 Abaques déterministes

Dans le cadre de l'étude de sécurité des lignes à grande vitesse et pour garantir la sûreté des passagers en cas de forts vents, la S.N.C.F. a mis au point un système de protection dont le principe est de ralentir ou d'arrêter les trains en cas de vent fort. Des anémomètres sont

répartis le long de la ligne et déclenchent une alerte lorsque la combinaison de l'incidence et de la vitesse du vent peuvent faire courir un danger au véhicule. Le critère de risque retenu est que l'un des cotés des bogies moteurs se décharge de plus de 90%.

Pour estimer à partir de quelle vitesse de vent il faut modifier les règles de circulation des véhicules (les ralentir, les arrêter voire les détourner), la stratégie de protection consiste à considérer un modèle de rafale (déterministe) Ballon de Rugby <sup>1</sup> ou Chapeau Chinois. La valeur du déchargement du bogie atteint pour une vitesse moyenne de vent donnée est alors calculée, la vitesse du vent est incrémentée jusqu'à obtenir un délestage de 90% (figure 6.2, page 251).

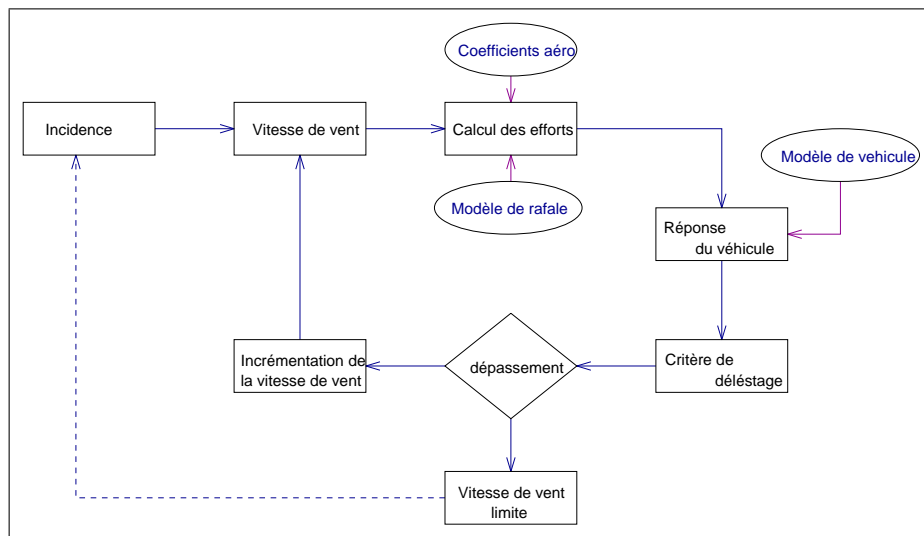


FIG. 6.2 – Calcul des abaques déterministes dans le cadre du projet Vents Traversiers

Les résultats de cette méthode dépendent des coefficients aérodynamiques et du modèle de rafale choisi. Dans notre cas nous avons choisi de calculer ces abaques avec le modèle de rafale Ballon de Rugby (sans bruit) avec une longueur de rafale de 100m et le modèle de Chapeau Chinois modifié pour avoir une longueur de rafale de 50m avec un coefficient de rafale de 1.8. Les abaques obtenues avec les deux modèles de rafales sont comparables à la différence que la rafale Ballon de Rugby donne des résultats plus critiques (de l'ordre de 0.8m/s figure 6.3, page 252). La marge entre délestage à 90% et renversement est comprise entre 4m/s et 6.5m/s.

Comparé aux Abaques calculées par la méthode DEUFRAKO<sup>2</sup> la méthode utilisée donne des résultats comparables pour les incidences fortes (90° – 70°) mais différents pour les incidences faibles (figure 6.4, page 253). Cette différence peut s'expliquer par des coefficients

<sup>1</sup>Ballon de Rugby bruité.

<sup>2</sup>La méthode DEUFRAKO est similaire à celle que nous utilisons, à l'exception de la définition de la rafale Chapeau Chinois dont la longueur et le coefficient de rafale sont liés (section 5.1.4, page 228) et des coefficients aérodynamiques qui ont été établis sur une maquette différente puis lissés.

aérodynamiques par tranche qui diffèrent de manière importante avec les coefficient aérodynamiques retenus pour la méthode DEUFRAKO (figure 6.5, page 253, les  $C_{mx}$  sont très différents et les  $C_{fy}$  divergent légèrement) mais aussi par des différences entre le modèle de rafale Chapeau Chinois utilisé dans la méthode DEUFRAKO et celui utilisé ici bien que nous ayons choisis notre coefficient de rafale (1.8) et la longueur de rafale 50m de sorte que nous soyons plus critiques.

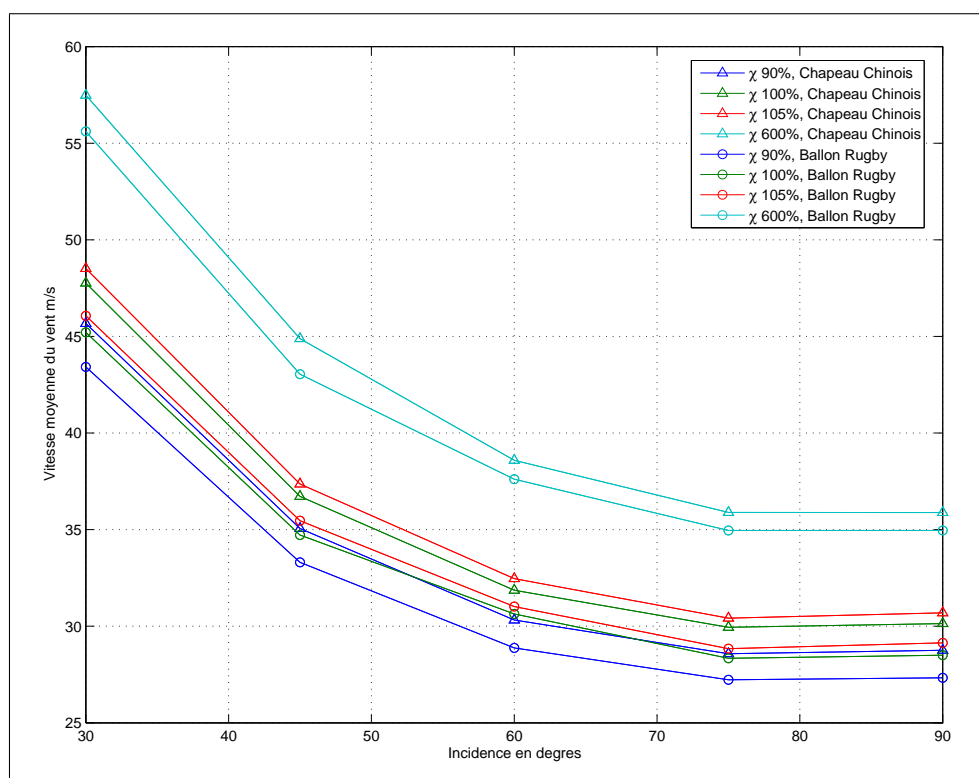


FIG. 6.3 – Abaque déterministe pour les deux modèles de rafale (Vitesse Maximale du Vent)

Toutefois comme nous l'avons signalé précédemment, il est difficile de se fier aux modèles de rafales déterministes car ils sont très différents de ce qui se passe en réalité. C'est pour cela que nous proposons une méthode basée sur des réalisations des champs de vent comme expliqué dans le chapitre précédent.



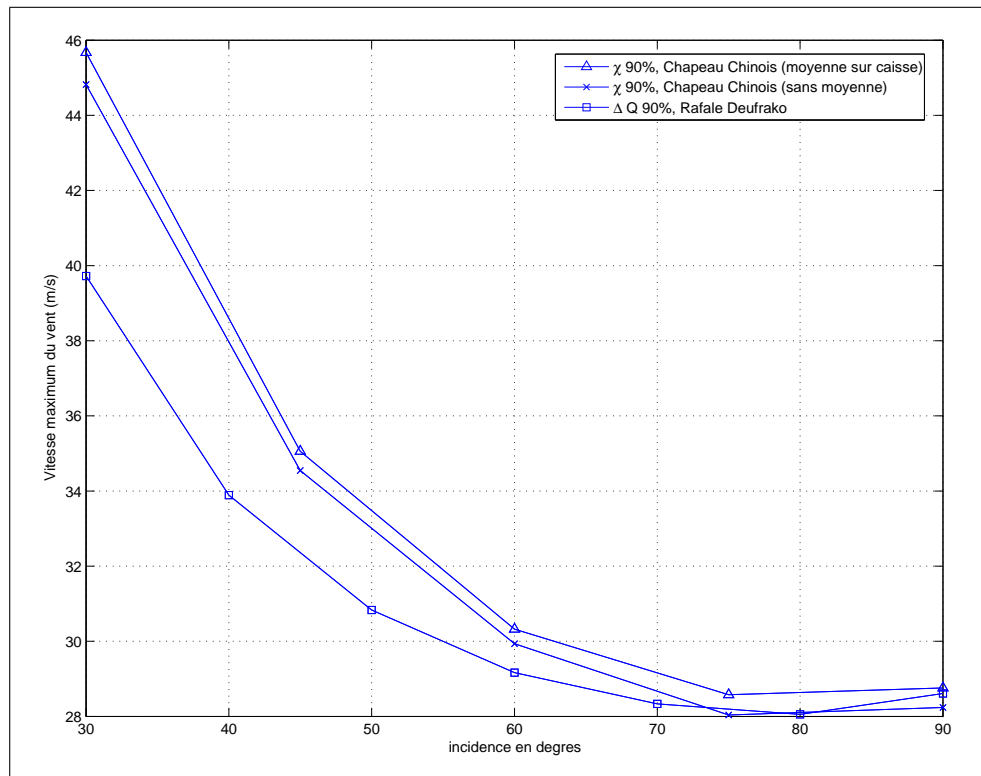


FIG. 6.4 – Comparaison avec les Abaques DEUFRAKO

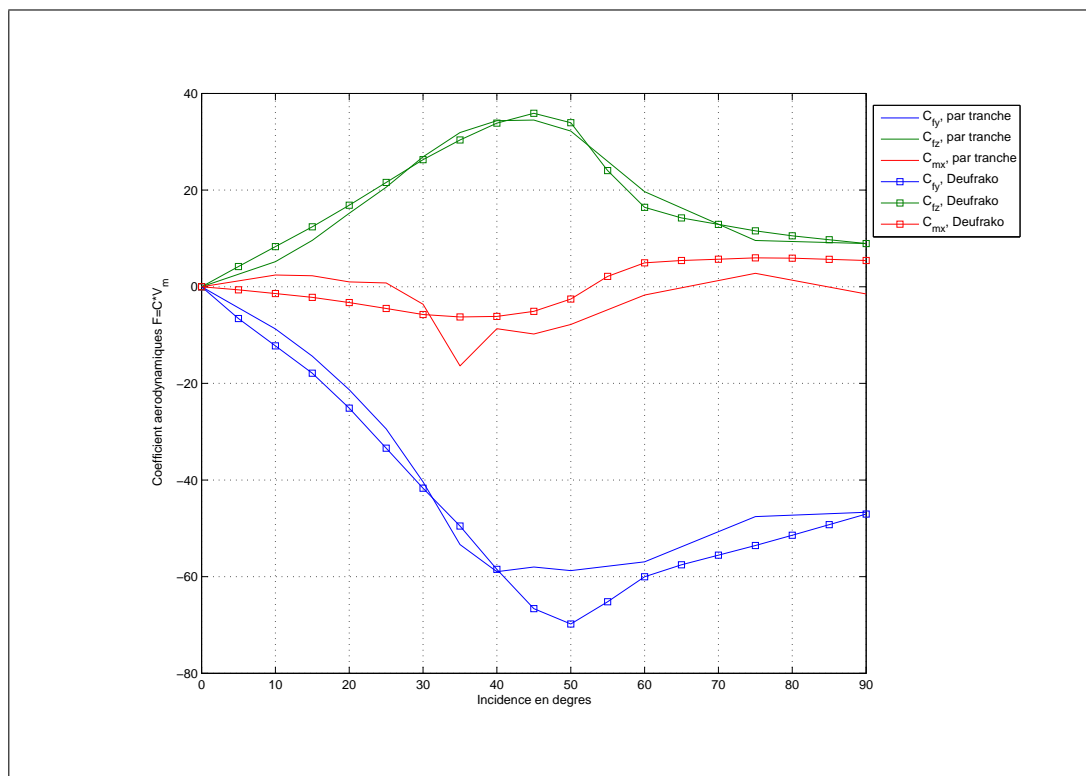


FIG. 6.5 – Comparaison entre les coefficients aérodynamiques par tranche et DEUFRAKO

## 6.2 Abaques aléatoires

Les abaques « aléatoires » sont issues d’une approche stochastique de la problématique Vent Traversier. Des réalisations de vent sont générées (chapitre 5, page 219) et la réponse du véhicule est calculée pour chacun de ces champs de vent. Les efforts vus par le véhicule n’ont plus rien à voir avec ceux que l’on peut voir dans le cas de rafales déterministes, il est alors difficile de parler de coefficient de rafale ou de déchargement maximum atteint (figure 6.6, page 254). Il nous faut donc établir une méthodologie d’interprétation des résultats.

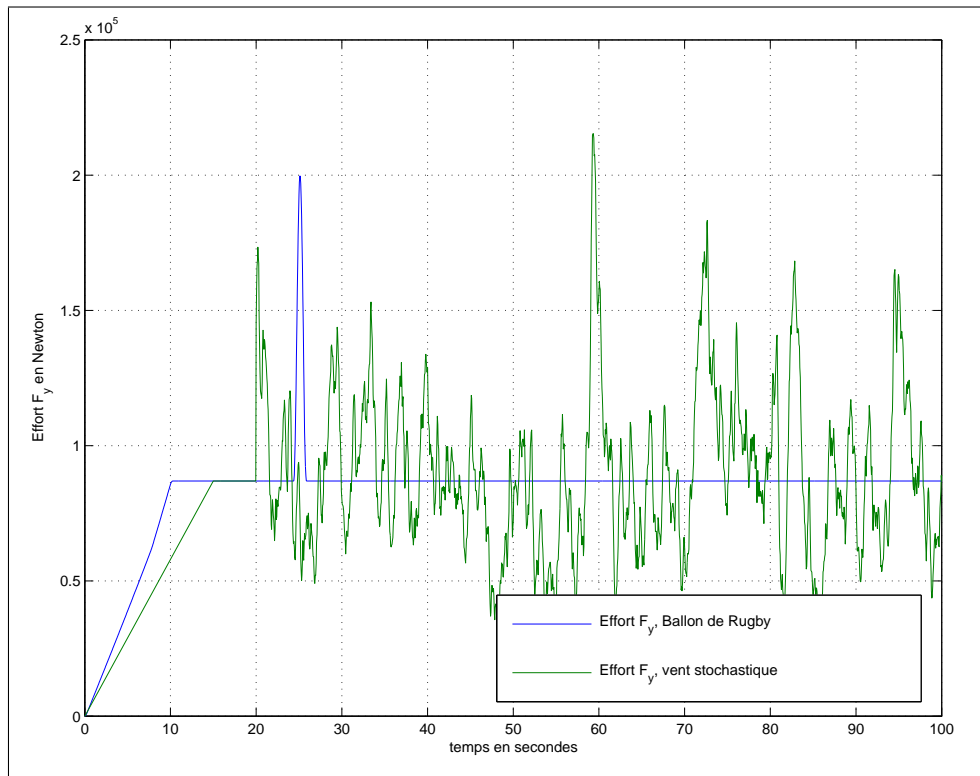


FIG. 6.6 – Effort déterministes et stochastiques

### 6.2.1 Méthodologie

Le calcul des abaques aléatoires se fait en trois phases. Dans la première phase, les champs de vent sont générés et les efforts que voient le véhicule sont calculés (chapitre 5, page 219). Dans la deuxième phase, le véhicule est soumis aux champs de vent et son comportement dynamique est calculé. Enfin, dans la troisième phase, les résultats sont exploités. C’est cette troisième phase qui fait l’objet de cette section.

Pour une configuration donnée (incidence et vitesse moyenne du vent), 100 réalisations de champs de vent sont générées et la réponse du véhicule est calculée pour chacune de ces réalisations. Le critère du  $\chi$  est ensuite calculé pour chacun des résultats obtenus.

A partir des 100 courbes de  $\chi$  obtenus (de 80 secondes chacune figure 6.7, page 255), une loi de probabilité de ce critère est estimée. Il faut extraire de cette loi de probabilité une quantification du risque (figure 6.8, page 256), c'est-à-dire associer à la vitesse moyenne et l'incidence du vent un déchargement atteint. Prendre la valeur maximale atteinte sur les 100 échantillons n'est pas représentatif de la méthode DEUFRAKO.

En effet les méthodes utilisées actuellement font l'hypothèse que la rafale a un coefficient de 1.8, donc il nous faut prendre un critère comparable. La probabilité pour que la composante longitudinale du vent dépasse 0.8 fois le vent moyen est approximativement de 0.1%. Par conséquent la valeur de  $\chi$  que nous associons à une vitesse moyenne et une incidence de vent donnée correspond, sur la loi de probabilité du  $\chi$ , à un taux de rejet de 0.1%.

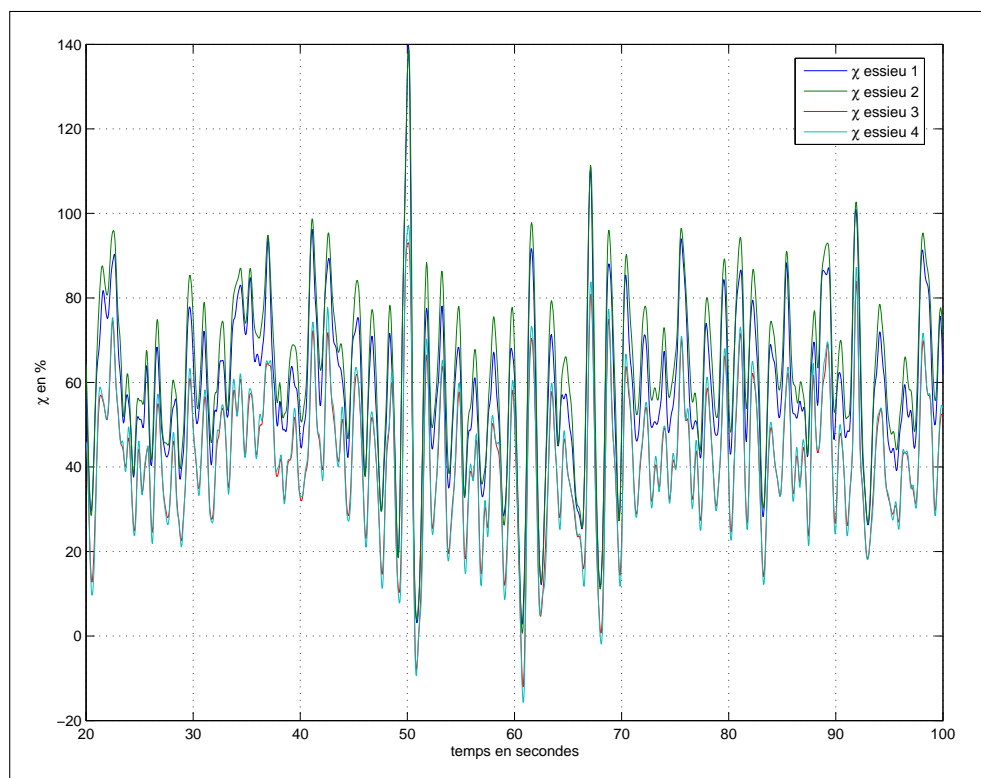


FIG. 6.7 – Critère du  $\chi$  pour un tir

Au terme de ce post traitement, nous obtenons pour un couple incidence et vitesse de vent une valeur de  $\chi$  notée  $\chi_{1000}$ , correspondant à un taux de rejet de 0.1% (figure 6.9, page 257). Pour chaque incidence, la courbe  $\chi_{1000}$  en fonction de la vitesse moyenne de vent est tracée et par interpolation en sont déduites les valeurs de vitesse de vent pour lesquelles  $\chi = 90, 100, 105, 600\%$ . Le déroulement des calculs peut se résumer simplement à l'aide du graphe 6.10 (page 257).

C'est ainsi que nous pouvons construire une abaque stochastique que nous allons main-

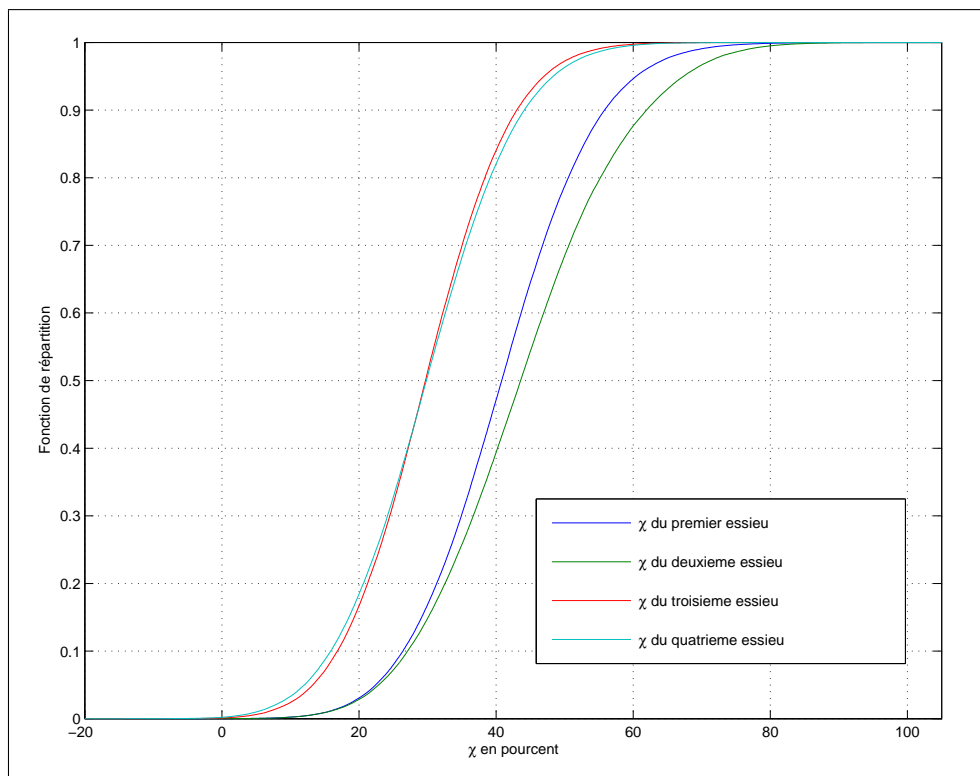


FIG. 6.8 – Fonction de probabilité du déchargement des quatre essieux

tenant comparer avec les abaques déterministes précédemment calculées.

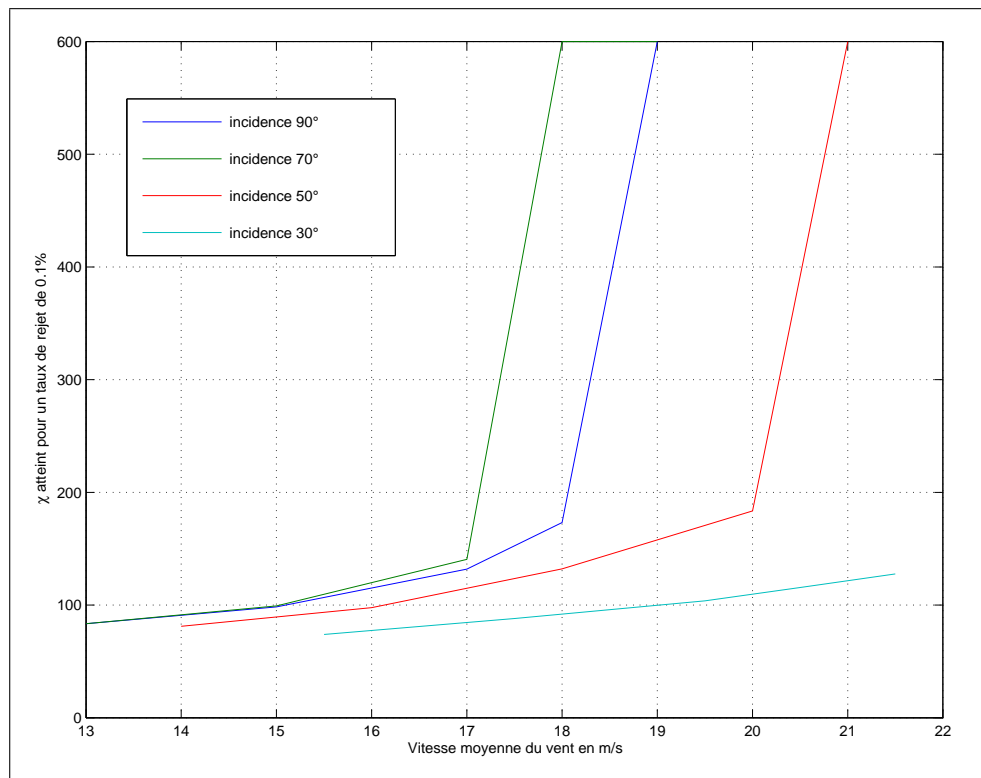
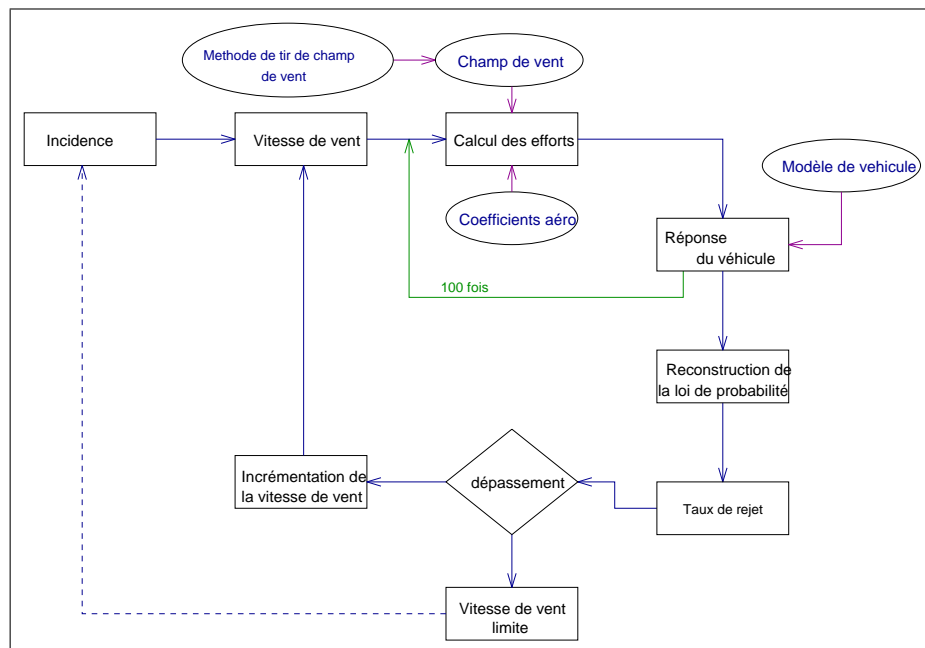
FIG. 6.9 –  $\chi$  atteint pour un taux de rejet de 0.1%

FIG. 6.10 – Calcul des Abaques Stochastiques proposé dans cette thèse

### 6.2.2 Résultats

En superposant les résultats d'abaques déterministes et d'abaques stochastiques, on constate que les abaques stochastiques sont inférieures aux abaques déterministes (figure 6.11, page 258). Les écarts sont de l'ordre de  $9\text{ m/s}$  de vent pour une incidence de  $30^\circ$  et de l'ordre de  $2\text{ m/s}$  pour une incidence de  $90^\circ$  (figure 6.12, page 259). La marge entre le délestage à 90% et le renversement est supérieure à  $4\text{ m/s}$ .

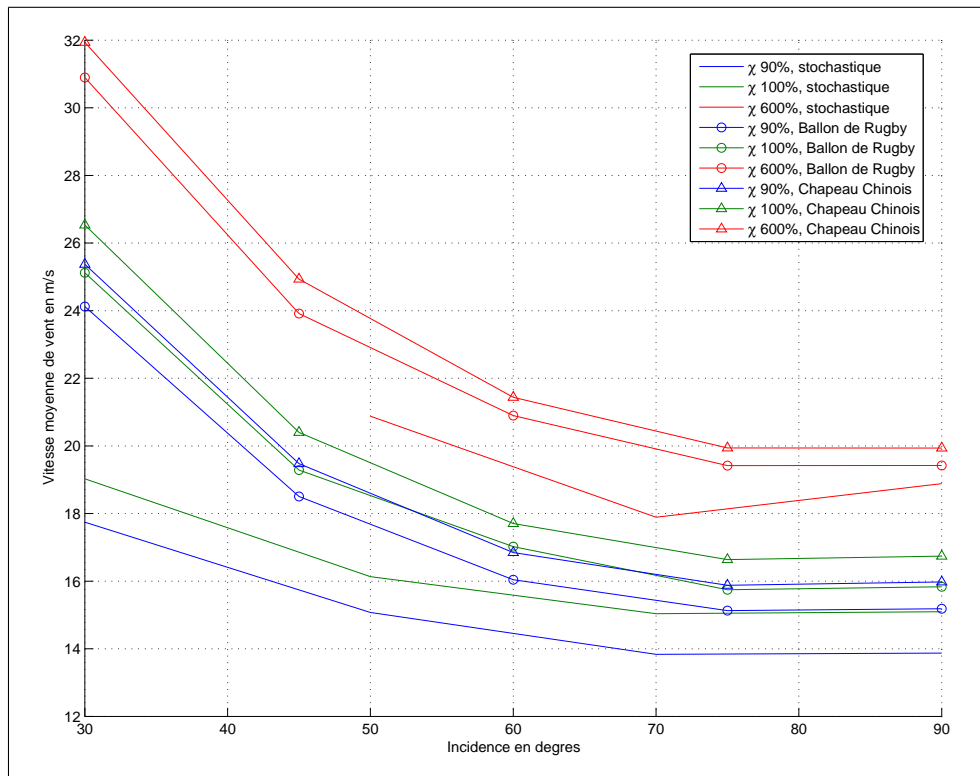


FIG. 6.11 – Comparaison avec les abaques déterministes

Lors des premières tentatives de constructions d'abaques aléatoires faite par Bernay, nous ne constatons pas d'écart aussi importants entre les calculs stochastiques et les calculs déterministe. Les différence entre la méthode présentée dans cette thèse et celle que proposait Bernay (?) (?) (?) nous permettent de tracer trois axes d'analyse.

Le premier concerne le calcul du spectre des efforts, que nous avons initié dans la section 5.2.4 (page 243). Nous pouvons maintenant, à partir des réalisations de champ de vent, estimer sans approximation ce spectre.

Dans la même section nous avons estimé la densité spectrale du déchargement à partir d'un modèle linéaire du véhicule (section 5.2.4, page 243). Le second axe de réflexion consiste en une estimation de cette densité spectrale à partir de nos simulations de véhicule. Nous pourrions alors conclure sur la validité d'un modèle linéaire de véhicule.

Enfin, le troisième porte sur l'approximation de la loi de probabilité du délestage par une loi Gaussienne. Avant de développer ces trois axes, nous allons nous intéresser à la

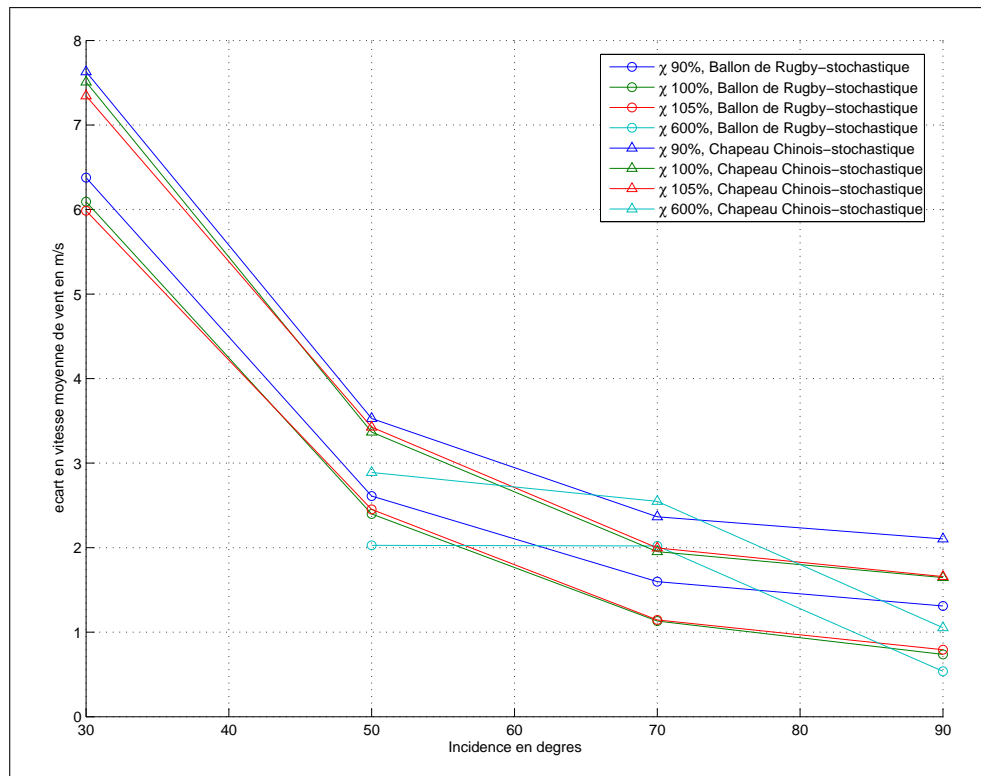


FIG. 6.12 – Comparaison avec les abaques déterministes (écart)

convergence de la méthode.

## 6.3 Convergence de la méthode

La méthode de Monte-Carlo part du principe qu'avec un nombre suffisant de réalisations du processus d'entrée il est possible de calculer la loi de probabilité du processus de sortie. La difficulté consiste alors à savoir à partir de quel nombre de réalisations du processus d'entrée le processus de sortie converge.

La convergence de la méthode doit être étudiée en trois étapes, d'abord la convergence des champs de vent, ensuite la convergence des torseurs d'efforts ensuite la convergence du déchargement.

### 6.3.1 Convergence des champs de vent

Dans cette partie nous allons étudier la convergence de la méthode de tir des champs de vent. Nous observerons trois critères : la loi de probabilité (qui doit être Gaussienne au travers de la moyenne et de l'écart type), la corrélation obtenue par rapport à celle désirée et enfin le nombre de dépassement de  $3\sigma_u$  pour  $u$  et  $3\sigma_v$  pour  $v$ . L'étude menée dans cette section est faite pour une incidence de  $90^\circ$  et une vitesse de vent de  $13m/s$ .

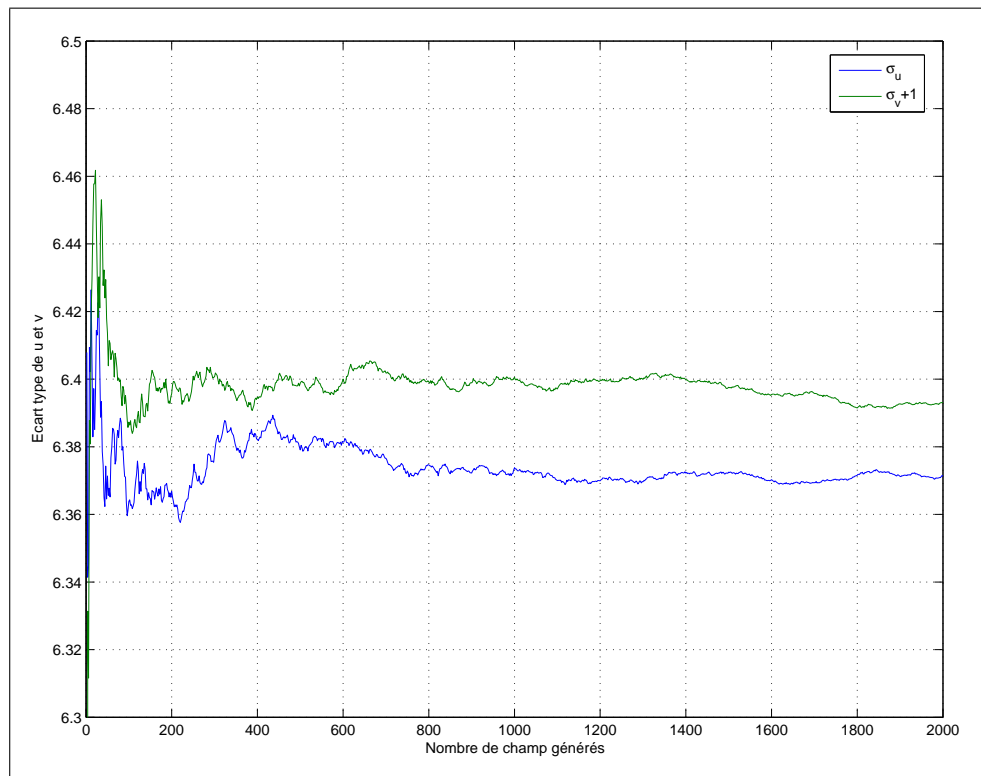
#### Loi de probabilité

La loi de probabilité de  $u$  et  $v$  que l'on cherche à obtenir est une loi Gaussienne de moyenne nulle et d'écart type fixé. Après la génération de 100 tirs nous avons pu constater que la moyenne oscille entre  $\pm 0.1m/s$  ce qui est le centième de la vitesse du vent (donc négligeable).

Notons que la méthode de tirs génère des champs de vent dont l'écart type est (au bout de 2000 tirs) de l'ordre de 7% supérieurs à celui désiré. Toutefois dès le centième tir, l'écart type a convergé à 1% près (figure 6.13, page 261, à partir du centième tir  $\sigma_u$  reste dans une bande de largeur 0.4% et  $\sigma_v$  dans une bande de largeur 0.8%).

La méthode de tir que nous avons choisi a donc tendance à générer des champs avec une corrélation légèrement plus élevée que celle désirée. En fait les approximations que nous avons du faire en appliquant la méthode de tir de Chan sont probablement la source de cet écart (section 5.3.3, page 247). Nous allons maintenant expliquer la nécessité de ces approximations.



FIG. 6.13 – Convergence de  $\sigma_u$  et  $\sigma_v$

## Loi de corrélation

La loi de corrélation a été calculée pour 100 tirs en ne prenant que le quart de l'échantillonnage temporel (sinon le calcul de la corrélation pour 1 tir atteint 2 heures.). Les fonctions de corrélations correspondent à celles désirées. On peut noter deux différences (figure 6.14, page 262 figure 6.15, page 263).

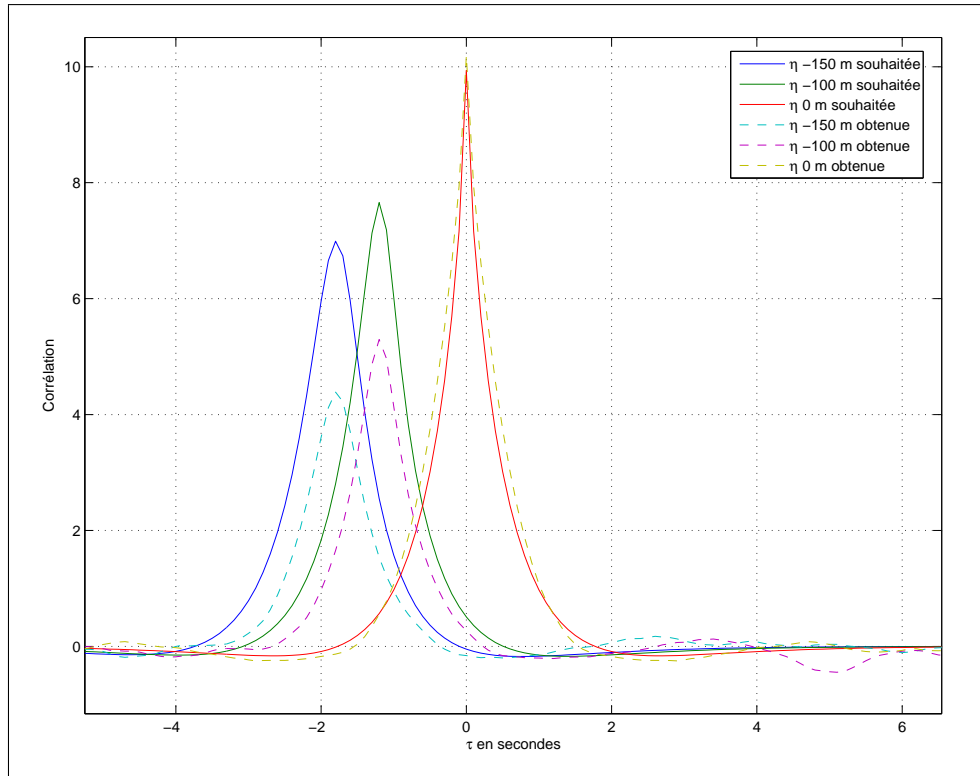


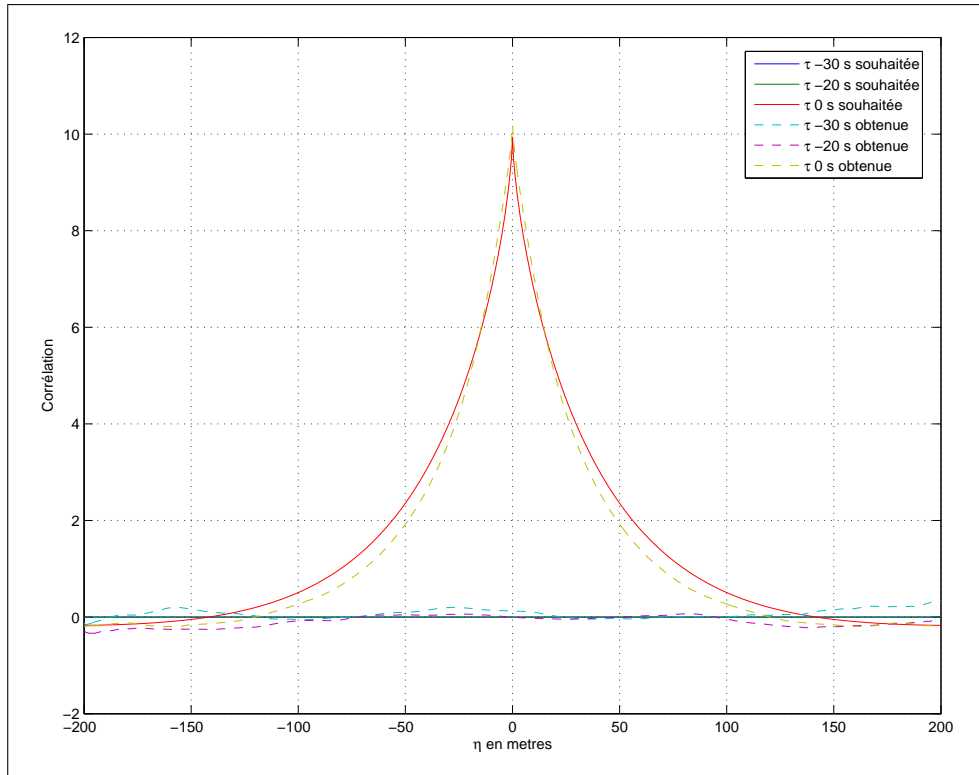
FIG. 6.14 – Corrélation de  $u$  à  $\eta$  donné

D'abord comme nous l'avons signalé précédemment l'écart type est un peu plus élevé que celui désiré.

Ensuite les maximums de corrélation non centrés (ne correspondant pas à  $\eta = 0$  et  $\tau = 0$ ) sont plus faibles que ceux désirés (figure 6.14, page 262). Plus précisément, si nous observons la corrélation de la turbulence vue du train (figure 6.16, page 264), nous pouvons constater qu'il y a un axe tel que  $\eta = \frac{\tau}{V_R}$  (ou  $V_R$  est la vitesse relative de la turbulence vis-à-vis du train) tel que la corrélation soit maximale (figure 6.17, page 264). C'est donc la décroissance de la corrélation de long de cet axe qui est un peu trop forte, dans le cas d'un seul véhicule (sur 20m) cet écart est très faible et ne remet pas en cause la méthode.

Les différences que nous obtenons sur les fonctions de corrélation peuvent être attribuées à deux phénomènes.

*D'abord* notons que le pas temporel et le pas spatial choisis ne sont pas cohérents. En effet le pas spatial est de 1 mètre, et le pas temporel de 0.05 secondes. Compte tenu de la vitesse relative de la turbulence, il aurait fallu choisir un échantillonnage temporel de l'ordre de 0.01

FIG. 6.15 – Corrélation de  $u$  à  $\tau$  donné

secondes, donc réduire la durée des échantillons de 80 secondes à 16 secondes. Nous n'avons pas souhaité faire ce choix pour deux raisons, d'abord les modes de caisses sont inférieurs à  $2Hz$ , il est donc inutile de stimuler celle ci avec des fréquences de  $100Hz$ . Ensuite parce que diminuer la durée des échantillons aurait un effet négatif sur la convergence de la méthode.

Ensuite, la méthode de Chan en deux dimensions suppose que nous pouvons construire, à partir de la matrice de corrélation, une matrice circulante. Or pour ce faire il est préférable que celle ci soit nulle sur les bords, ce qui n'est pas vrai dans notre cas. Nous avons donc élargi le signal à générer en l'affaiblissant sur les bords (figure 6.18, page 265) et appliqué la méthode de Chan. Toutefois la matrice circulante avait encore des valeurs propres négative (signe d'une construction approximative de cette matrice). Dans ce cas Chan propose de supprimer les valeurs propres négatives, ce qui équivaut à faire une approximation sur la matrice de corrélation.

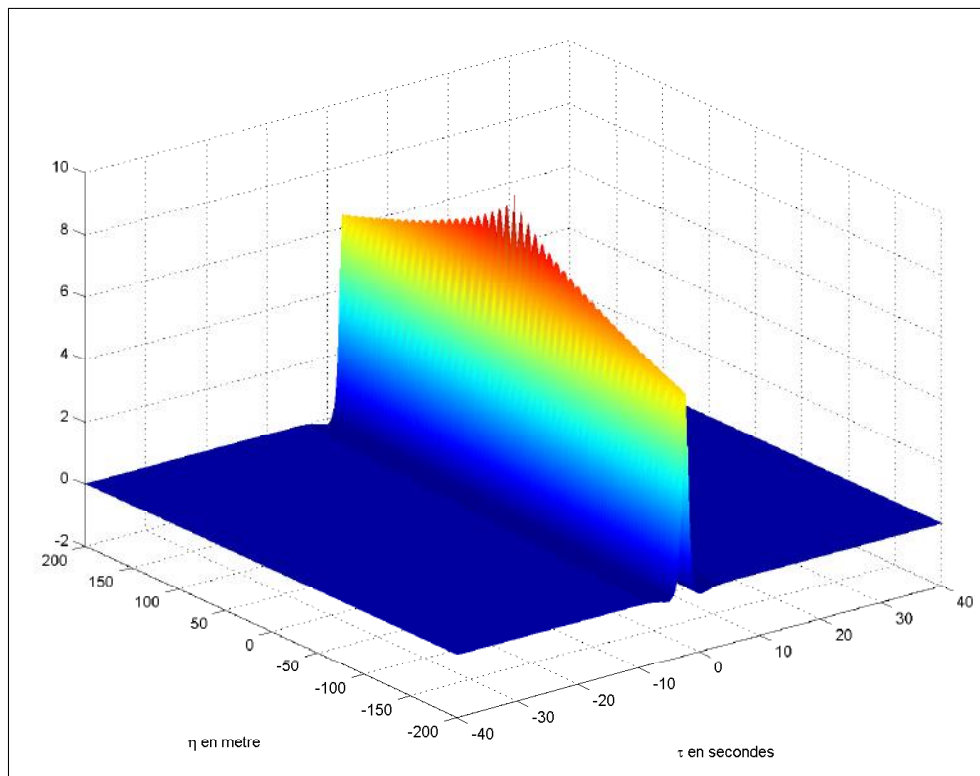


FIG. 6.16 – Corrélation de  $u$

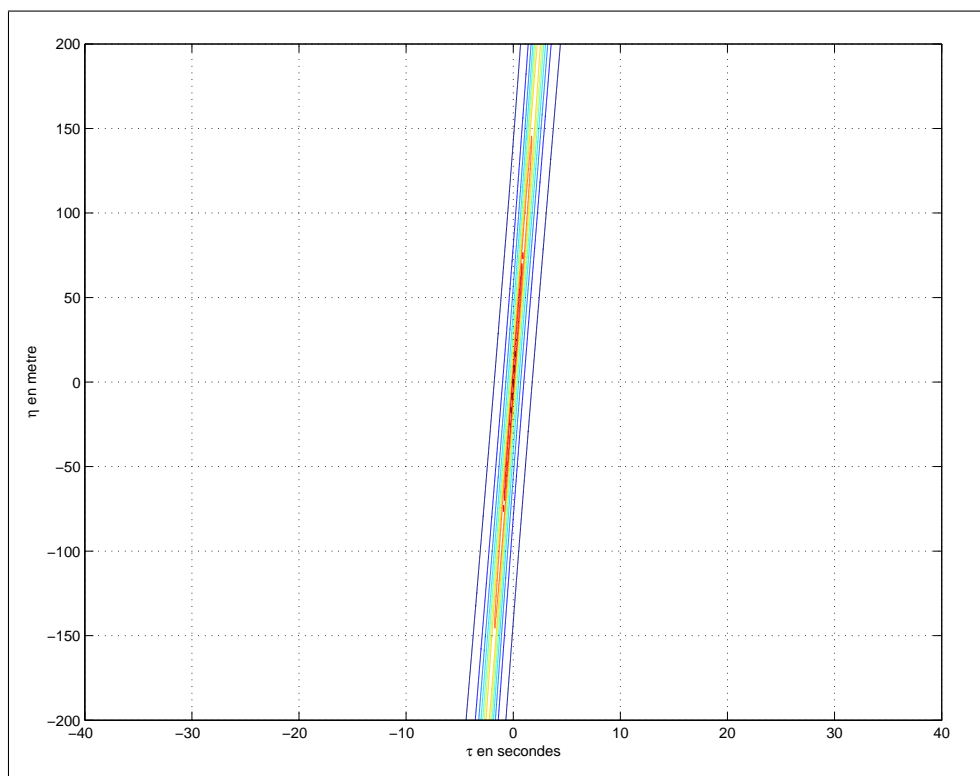
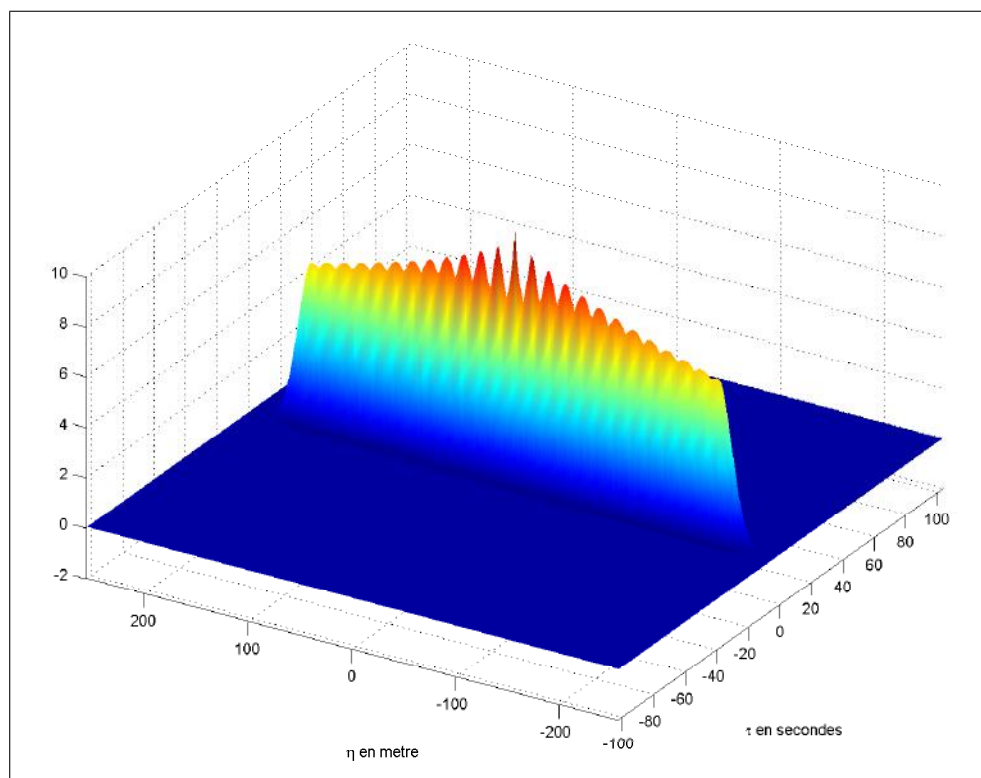


FIG. 6.17 – Axe maximum de la corrélation

FIG. 6.18 – Corrélation de  $u$  étendue

### Nombre de dépassements

Le nombre de dépassements sur  $u$  est  $v$  ne converge pas (à 1% de la valeur finale) avant 600 tirs, ce qui laisse supposer que les taux de rejet sur le déchargement ne convergeront pas avant cette limite. (figure 6.19, page 266). Après cent tirs, le nombre de dépassements de  $u$  a convergé à 2%, et celui de  $v$  à 1% ce qui reste assez raisonnable.

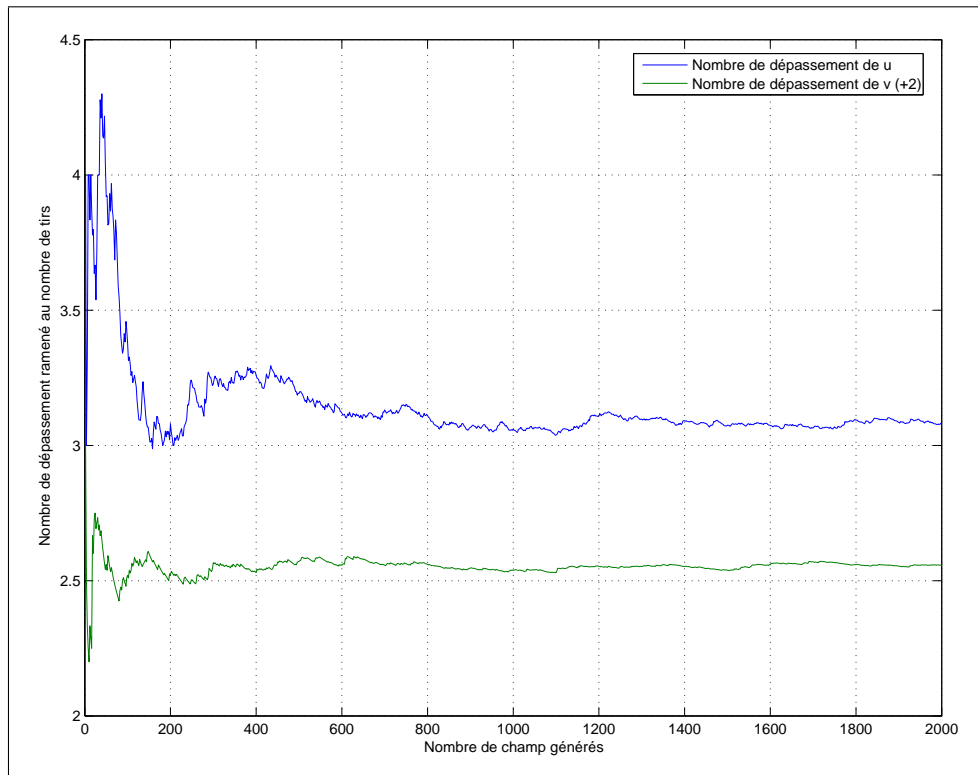


FIG. 6.19 – Nombre de dépassements des champs de vent à trois fois l'écart-type

### Convergence du torseur d'effort

La convergence du torseur d'effort est similaire à celle des champs de vent. La moyenne est variable entre  $\pm 0.5\%$  et l'écart type oscille entre  $\pm 1\%$  dès le centième tir (figure 6.20, page 267). La méthode de tirs apparaît donc convergente au vu des torseurs d'efforts générés.

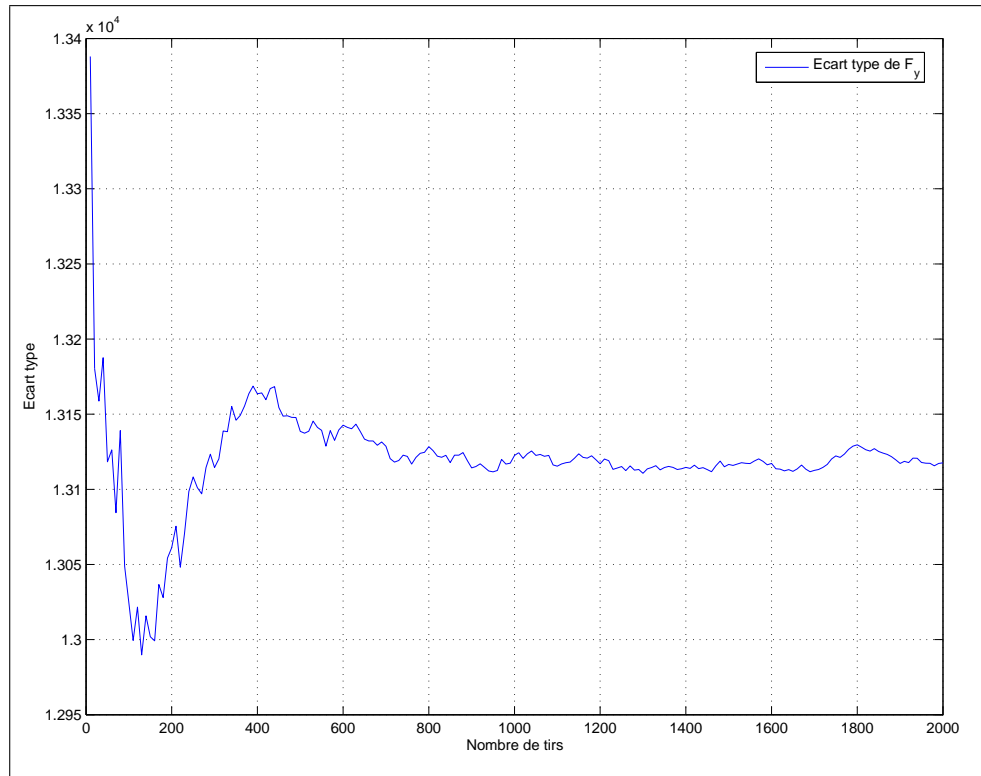


FIG. 6.20 – Convergence de l'écart type de  $F_y$

Ces résultats montrent que si le critère de délestage à 0.1% peut ne pas converger avant six cent tirs, il reste néanmoins envisageable d'appliquer la méthode avec une centaine de tirs car tous les autres critères ont convergé à 1%. Toutefois pour conclure, étudions maintenant la convergence du critère de délestage.

### 6.3.2 Convergence du déchargement

La moyenne et l'écart type du déchargement convergent très vite (à 2% au delà du centième tir) comme le taux de rejet à 0.1% (contrairement à ce que nous pouvions prévoir). En effet au bout de 100 tirs nous ne faisons qu'une erreur de 1% sur l'estimation<sup>3</sup> de  $\chi_{1000}$ . En se basant sur les valeurs de nombre de dépassements de  $u$ , nous nous attendions à devoir faire 800 ou 1000 tirs.

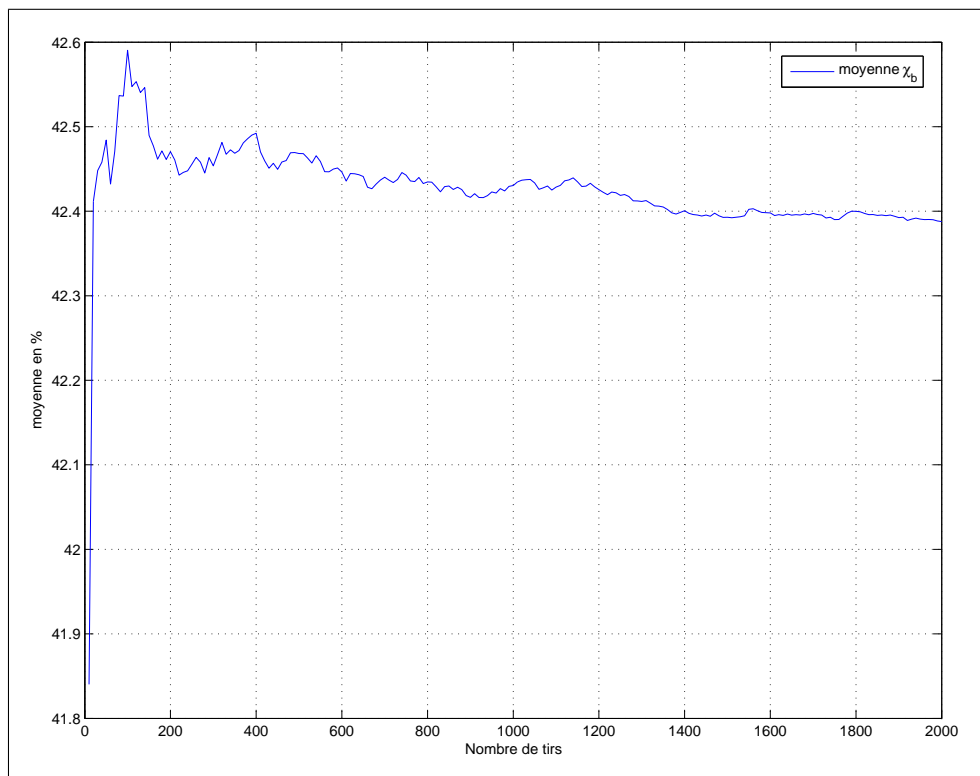


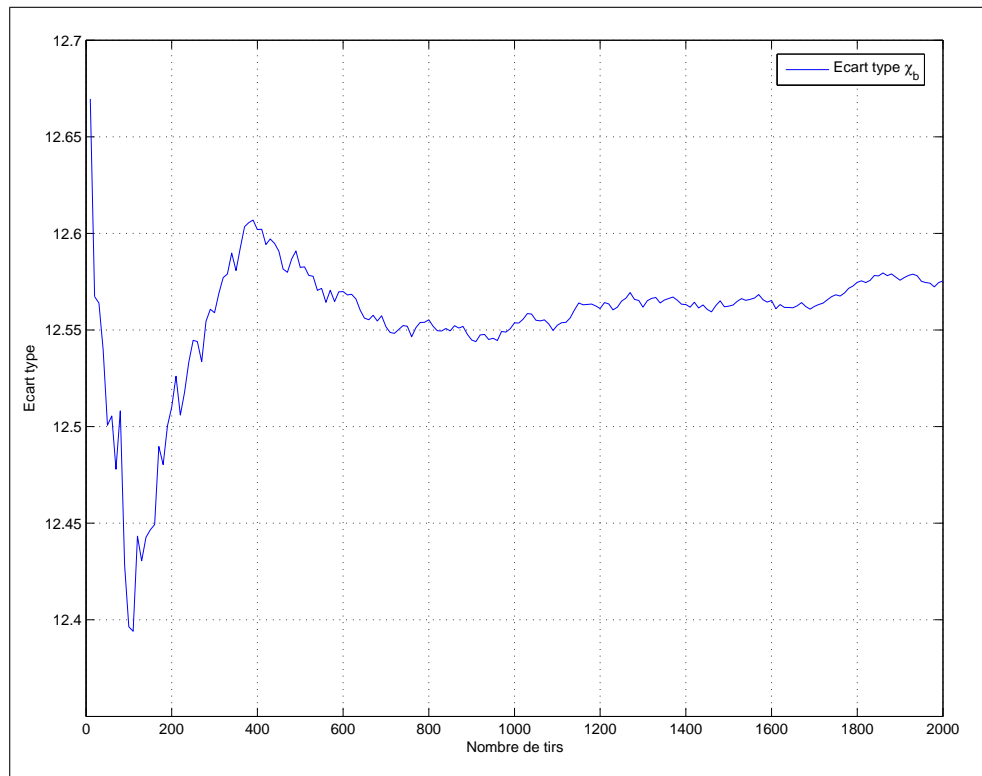
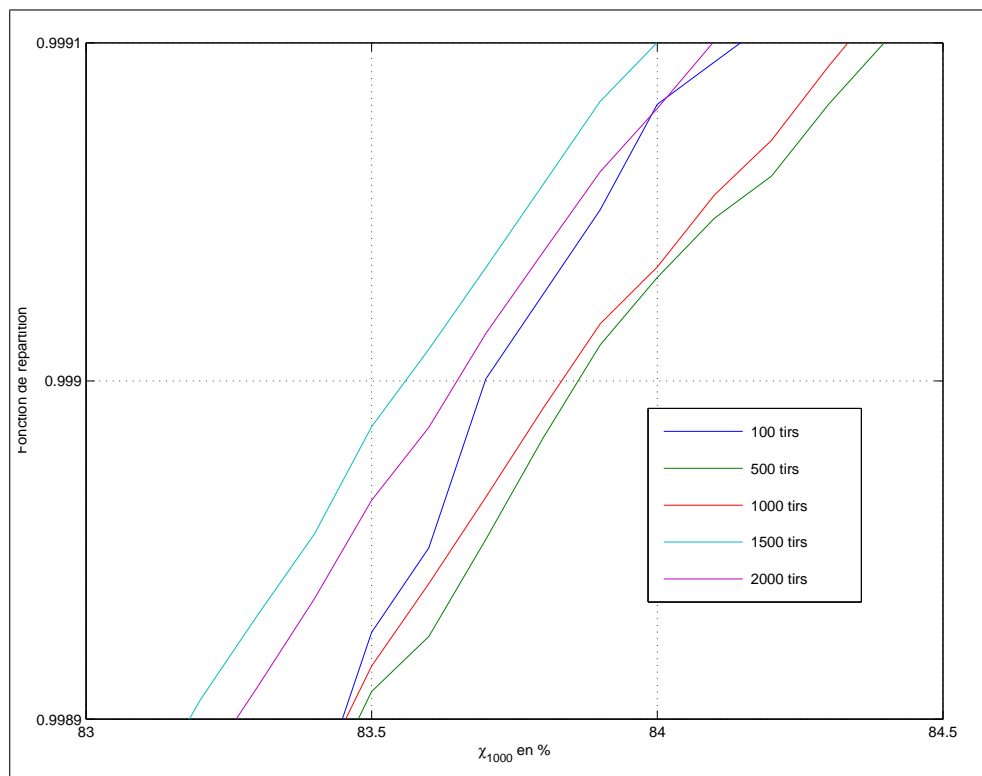
FIG. 6.21 – Convergence de la moyenne de  $\chi_b$

Cela signifie que pour avoir une valeur précise des abaques avec une méthode de Monte-Carlo, nous pouvons nous contenter de quelques centaines de tirs ce qui reste numériquement très coûteux (c'est pour cette raison que nous avons établi nos abaques avec 100 tirs seulement).

Notons enfin que la méthode de génération des champs de vent est très efficace car elle permet de générer 200 champs de vent en une heure et 2000 champs de vent en sept heures soit donc quasiment la vitesse atteinte par VAMPIRE pour effectuer les calculs correspondants. Pour rendre cette méthode de tir vraiment optimale, il faudrait travailler sur la méthode de construction de la matrice circulante tel que le suggère Chan dans (?) (?) (?).

<sup>3</sup>Estimation faite avec 2000 tirs.



FIG. 6.22 – Convergence de l'écart type de  $\chi_b$ FIG. 6.23 – Estimation de  $\chi_{1000}$  en fonction du nombre de tirs

## 6.4 Analyse des résultats

Dans cette analyse, nous nous attacherons à comprendre pourquoi les résultats de l'analyse stochastique sont différents de ceux de l'analyse déterministe et plus particulièrement à faible incidence. Nous émettons comme hypothèse que la turbulence vue du train est plus énergétique que l'on peut le prévoir par un calcul approché (section 5.2.4, page 243) et que le système ne se comporte pas de manière linéaire. En dernier point nous envisagerons une approximation Gaussienne de la loi du déchargement.

### 6.4.1 Énergie du torseur d'effort vu du train

Dans le chapitre précédent nous avons montré qu'à l'aide d'un développement limité des efforts, il était possible d'extraire une expression analytique de la densité spectrale de la turbulence (section 5.2.4, page 243). L'approche stochastique, en générant des réalisations de champ de vent puis en calculant les efforts vus par le véhicule, nous permet de d'estimer la densité spectrale de puissance vue par le train pour différentes incidences. La comparaison entre les deux méthodes montrera donc l'influence des termes négligés par l'approximation des efforts et l'influence des coefficients aérodynamique par tranche<sup>4</sup>.

L'énergie (l'écart type) de la force  $F_y$  est sous estimée lorsque l'on fait l'approximation linéaire. En effet en comparant l'écart type des efforts calculés par la méthode approchée et sur les réalisations des champs de vent, nous constatons que pour les incidences faibles, l'erreur sur l'énergie est très importante (table 6.1, page 270, figure 6.24, page 271 et figure 6.25, page 271).

Vitesse du vent (m/s)	13	13	14	15.5
Incidence (degres)	90	70	50	30
$\sigma_{f_y}$ approché	4.1846e7	3.9752e7	3.4329e7	1.9839e7
$\sigma_{f_y}$ calculé	4.2254e7	4.3877e7	4.9311e7	5.2385e7
ratio	1.0098	1.1038	1.4364	2.6405

TAB. 6.1 – Écart entre l'écart type estimé par la méthode approchée et estimé à partir de réalisation des champs de vent

Cet écart s'explique par l'approximation faite lors du développement limité des efforts : les écart types de  $u$  et de  $v$  ne sont pas négligeables devant  $V_m$  donc  $u$  et  $v$  ne sont pas si petit qu'ils devraient l'être<sup>5</sup>.

Par ailleurs, et comme nous l'expliquions dans l'étude de convergence des champs de vent, la méthode de tir introduit un biais de 7%.

Toutefois ces deux raisons ne suffisent pas à expliquer un tel écart. La méthode de calcul des efforts utilisant les coefficients aérodynamiques par tranche doit participer ce phénomène.

<sup>4</sup>Ce que l'on appelle dans le cadre du projet Vents Traversiers le moyennage sur la caisse.

<sup>5</sup>L'écart type  $\sigma_u$  est de l'ordre de  $0.24 * V_m$  et  $\sigma_v$  est de l'ordre de  $0.20 * V_m$ .

Par exemple en ne moyennant pas les effets dynamiques sur toute la caisse mais en faisant participer de manière importantes certaines tranches voisines.

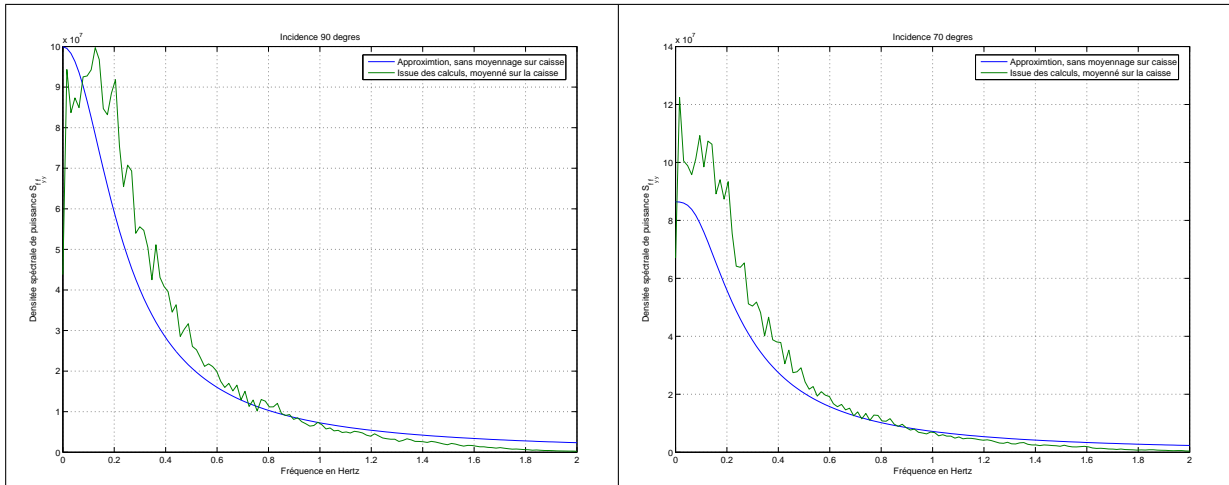


FIG. 6.24 – Comparaison entre les DSP de l'effort  $F_y$  estimé par un développement limité et calculé à partir des tirs (incidence de  $90^\circ$  et  $70^\circ$ )

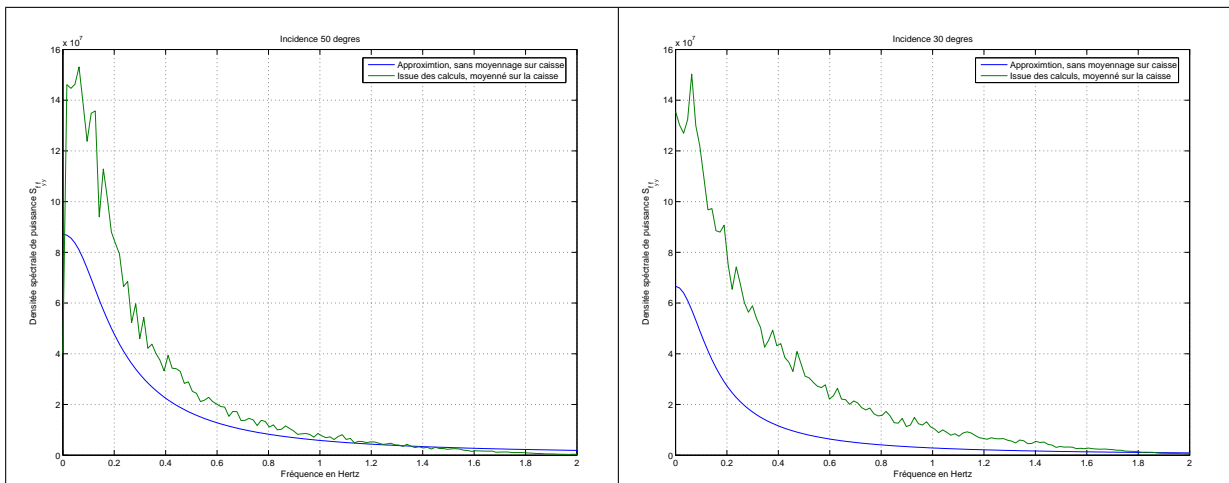


FIG. 6.25 – Comparaison entre les DSP de l'effort  $F_y$  estimé par un développement limité et calculé à partir des tirs (incidence de  $50^\circ$  et  $30^\circ$ )

Le supplément d'énergie se concentre dans les basses et moyennes fréquences ( $< 0.8Hz$ ), donc à proximité du mode de ballant-roulis (figure 6.24, page 271 et figure 6.25, page 271). Par conséquent la réponse du modèle linéaire du véhicule est fortement impactée (figure 6.26, page 272 et figure 6.27, page 272). Nous constatons que plus l'influence est faible, plus le système réagit dynamiquement. Par conséquent il est compréhensible que les courbes d'abaques s'aplatissent dans les basses fréquences. Cette réponse linéaire ne présume pas de la réponse du système complet.

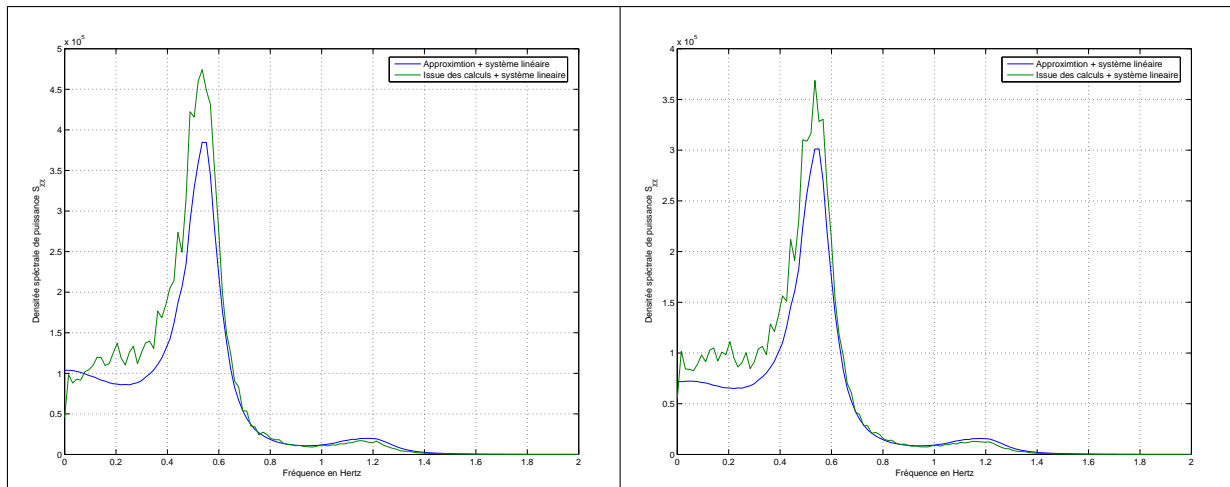


FIG. 6.26 – Comparaison entre les DSP de  $\chi$  calculé via un système linéaire pour les deux méthodes de calcul de  $S_{F_y F_y}$  (incidence de  $90^\circ$  et  $70^\circ$ )

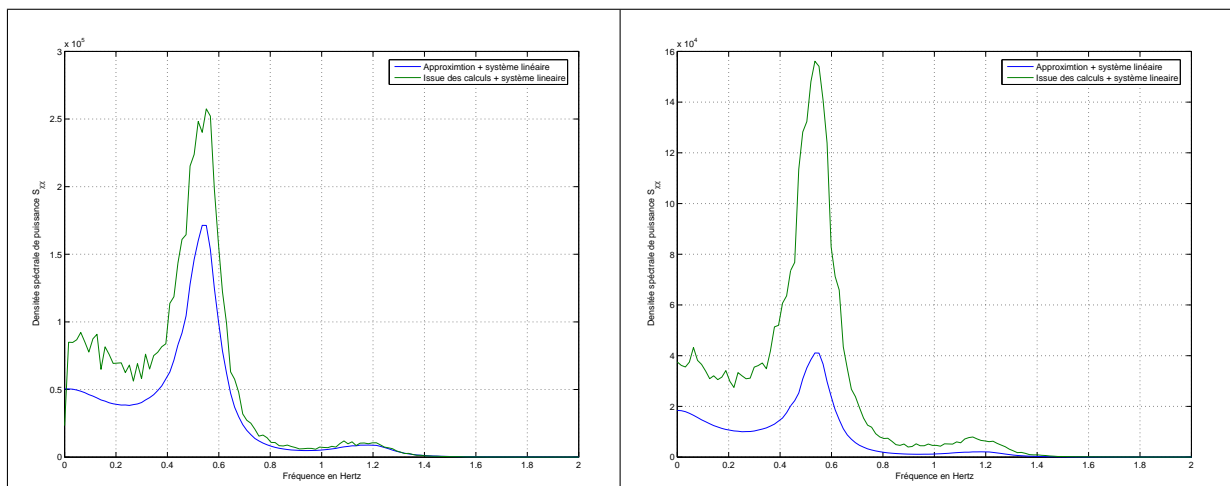


FIG. 6.27 – Comparaison entre les DSP de  $\chi$  calculé via un système linéaire pour les deux méthodes de calcul de  $S_{F_y F_y}$  (incidence de  $50^\circ$  et  $30^\circ$ )

### 6.4.2 Réponse non linéaire du système

L'interprétation des résultats donnée dans le chapitre précédent (section 5.2.4, page 243) s'appuie sur une réponse linéaire du véhicule au chargement du vent, ce qui n'est pas le cas dans la réalité. En effet si on considère les densités spectrales de  $\chi$  (normalisées cette fois) estimées comme dans la section précédente et celles réellement obtenues, on constate une différence quant au contenu fréquentiel de la DSP<sup>6</sup>. Plus l'incidence devient grande, plus le pic de réponse est à proximité de  $0.6Hz$ , et plus le contenu basse fréquence est important (figure 6.28, page 273 et figure 6.29, page 273), le système n'apparaît donc pas comme pouvant être modélisé de manière linéaire.

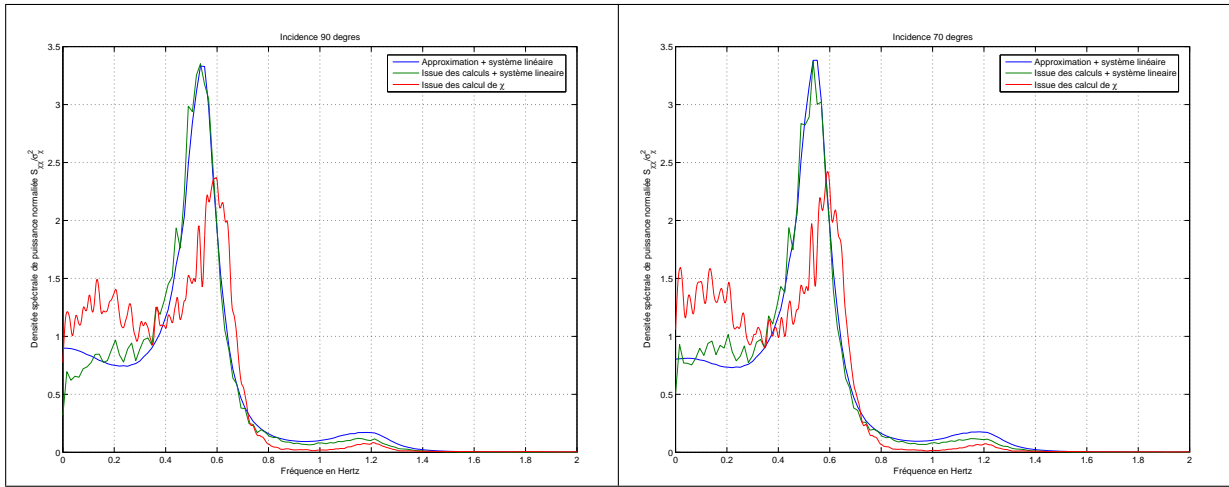


FIG. 6.28 – Comparaison entre les DSP de  $\chi$  estimé via une approximation linéaire du modèle et calculé à partir des tirs (incidence de  $90^\circ$  et  $70^\circ$ )

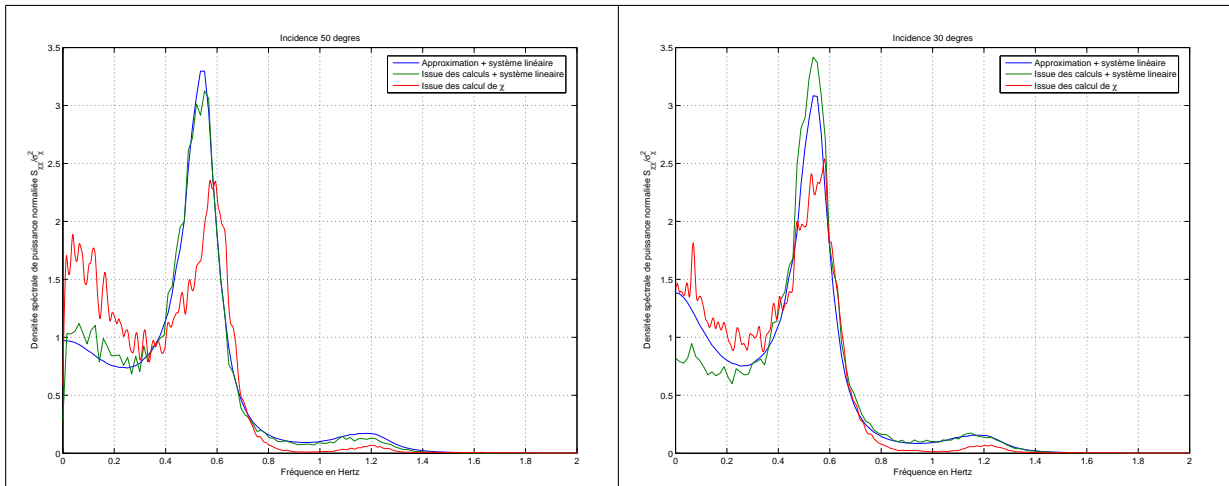


FIG. 6.29 – Comparaison entre les DSP de  $\chi$  estimé via une approximation linéaire du modèle et calculé à partir des tirs (incidence de  $50^\circ$  et  $30^\circ$ )

Si les DSP de  $\chi$  calculées pour différentes incidences de vent<sup>7</sup> sont superposées sur la

<sup>6</sup>La DSP est calculée sur 100 échantillons de 80 secondes échantillonnées à 0.05s

<sup>7</sup>Vitesse du train pour les quatre incidences :  $90^\circ$ , 13m/s ;  $70^\circ$ , 13m/s ;  $50^\circ$ , 14m/s ;  $30^\circ$ , 15.5m/s.

même courbe (figure 6.30, page 274), il apparaît que le système se comportera effectivement de manière plus critique pour  $30^\circ$  que pour  $90^\circ$  (si la force est constante). Il apparaît donc que l'aplatissement des abaques peut se justifier par une plus grande sollicitation du modèle par la turbulence dans un domaine de fréquence où celui-ci est sensible (autour de  $0.6Hz$ ).

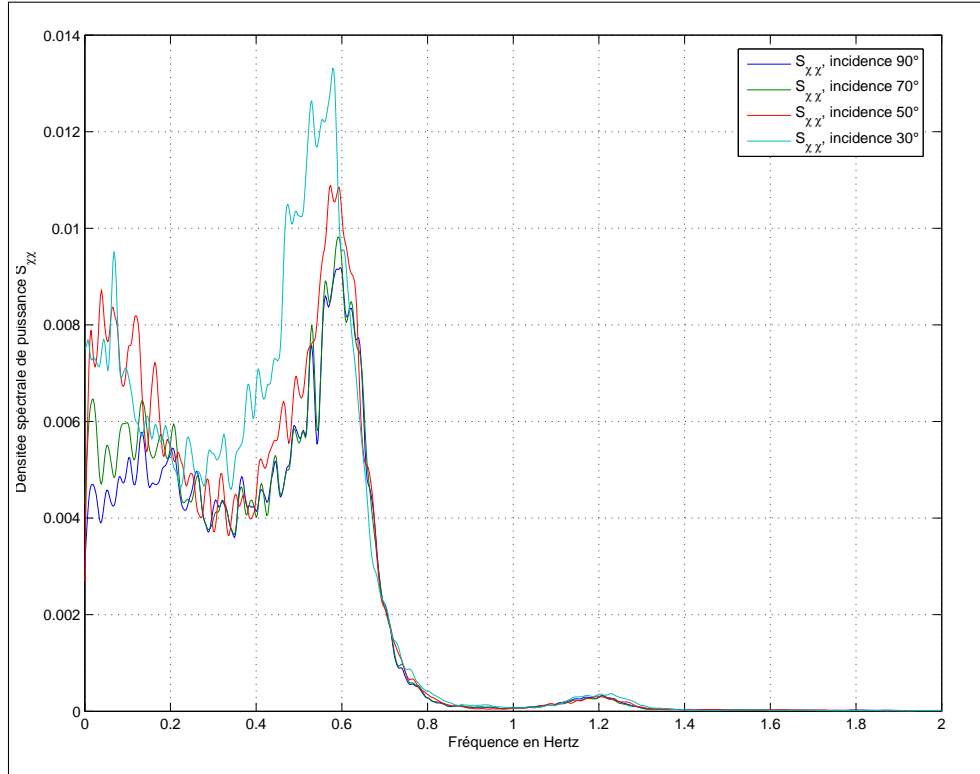


FIG. 6.30 – Densité spectrale de  $\chi$

En conclusion de cette analyse, notons que le calcul des efforts via les coefficients aérodynamiques par tranche comme le calcul des corrélations dans le repère du train via la méthode de Cooper sont très importants et que les effets non linéaires de la dynamique du véhicule ne sont pas négligeables. Le dernier point que nous souhaitons étudier est la possibilité d'approcher la loi de probabilité du délestage par une Gaussienne.

### 6.4.3 Approximation Gaussienne

L'idée développée par Bernay (?) dans les premier travaux stochastiques fut de se baser sur une approximation des lois de probabilité Gaussienne et une modélisation des systèmes par des filtres linéaires, ainsi la résolution stochastique du problème est quasi analytique.

Au regard de nos résultats, il apparaît que cette approche est peut fiable parce que les efforts ne peuvent se déduire de manière linéaire de la turbulence (section 6.4.1, page 270) et que le comportement du système n'est pas linéaire (section 6.4.2, page 273). Toutefois il reste possible que la loi de probabilité du déchargement soit proche d'une Gaussienne.

Il apparaît que la forme de la loi de probabilité du  $\chi$  est proche de celle d'une Gaussienne pour les probabilités moyennes (figure 6.31, page 275). Regardons les probabilités plus faible telle que 0.1%. L'écart entre l'estimation de la loi de probabilité est la loi Gaussienne est petit sans être vraiment négligeable (figure 6.32, page 276). Cet écart est de l'ordre de 4% sur la valeur de  $\chi_{1000}$  mais n'entraîne qu'une erreur de 0.6m/s sur la vitesse limite de vent figure 6.33, page 277).

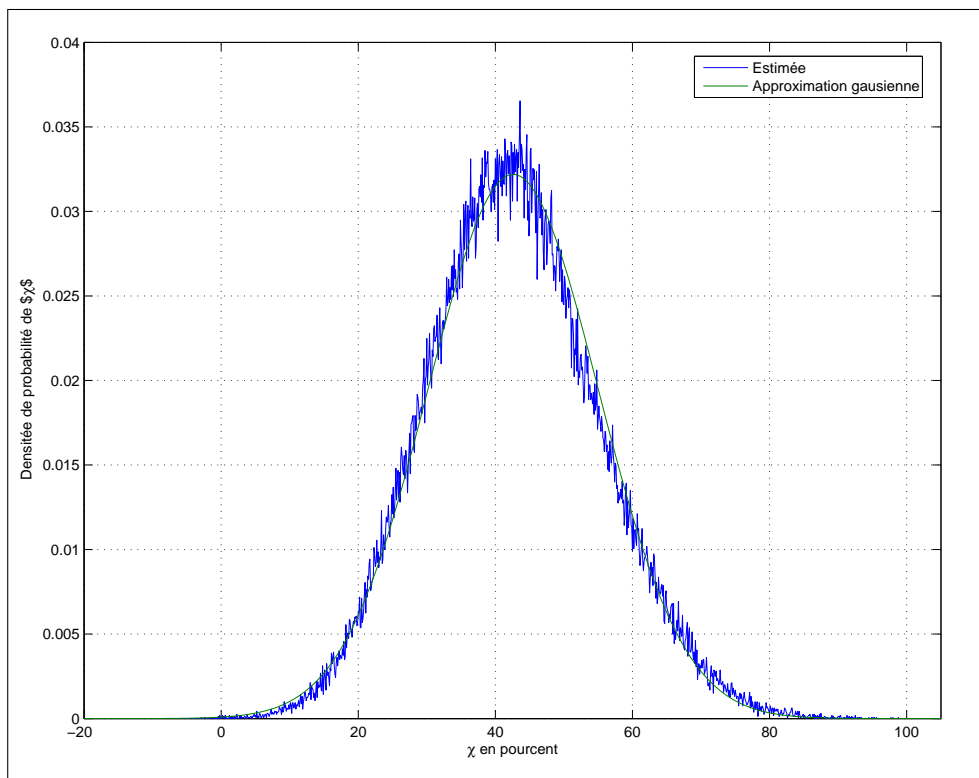


FIG. 6.31 – Approximation Gaussienne de la loi de probabilité

Par contre lorsque le véhicule se renverse, c'est à dire que  $\chi$  atteint 600% cette approximation n'est plus valable car la loi de probabilité admet en 600% un maximum (figure 6.34, page 277).

Il semble donc possible pour estimer le déchargement à 90% d'utiliser une approximation

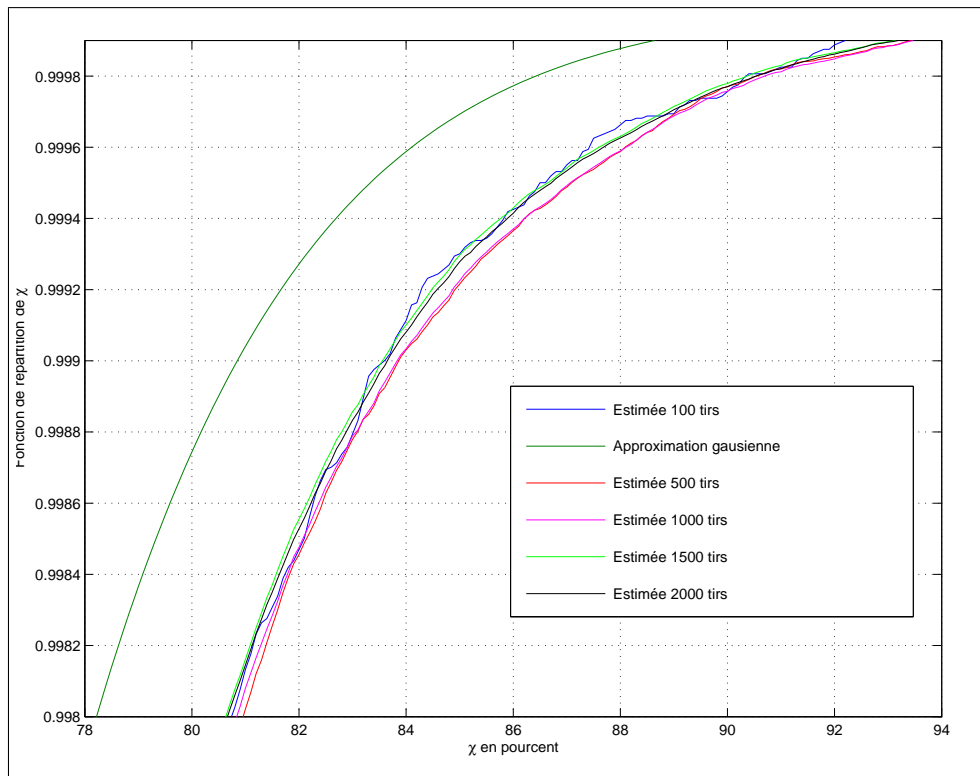
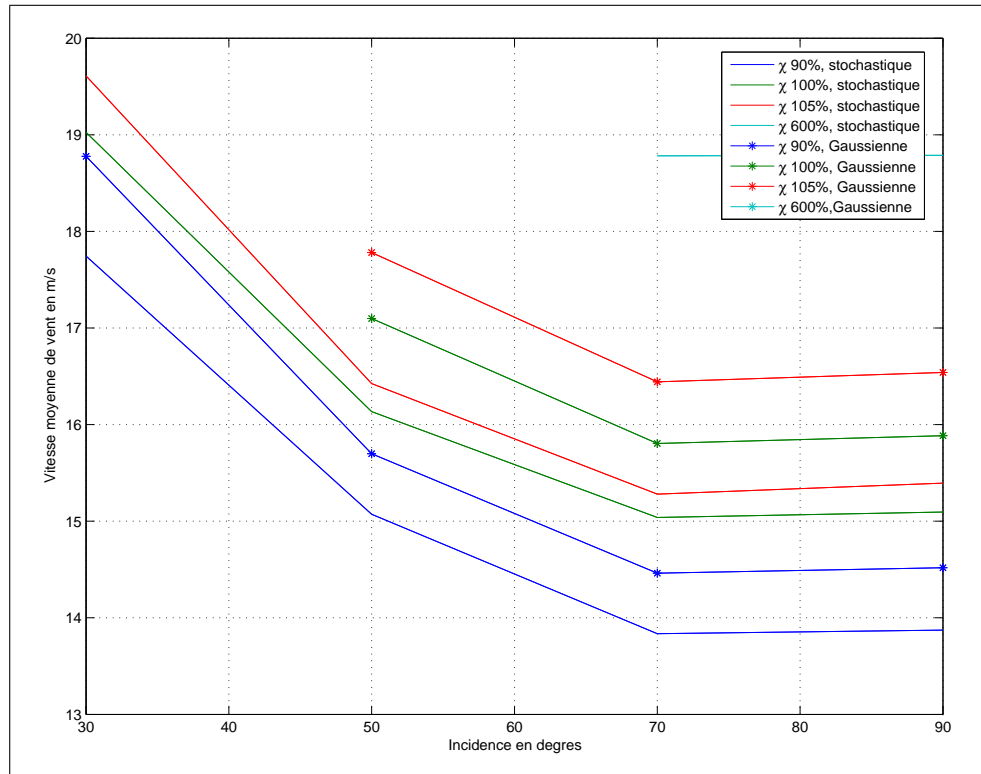
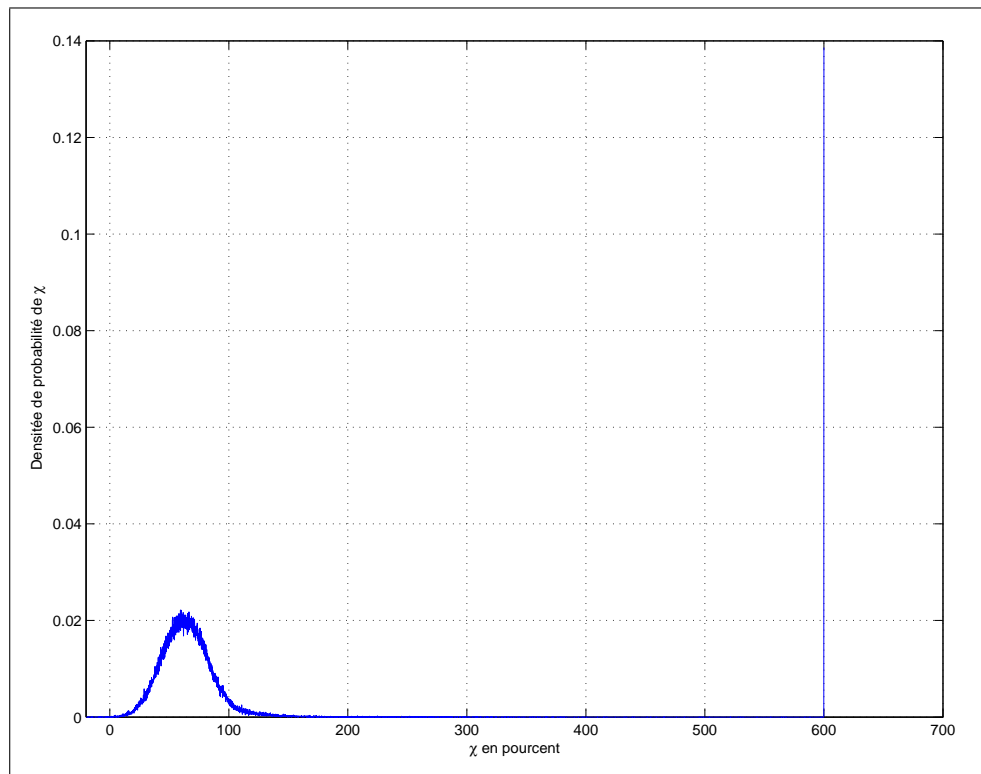


FIG. 6.32 – Approximation Gaussienne de la loi de probabilité, taux de rejet a 0.1%

Gaussienne de la loi de probabilité du  $\chi$ . Néanmoins les paramètres de cette loi doivent être estimés par une méthode prenant en compte les caractères non linéaires du calcul des efforts du vent et de la réponse du véhicule (par exemple, dans le cadre de cette étude, une méthode de Monte-Carlo).



FIG. 6.33 – Densité spectrale de  $\chi$ FIG. 6.34 – Densité spectrale de  $\chi$  pour une situation de renversement

## Conclusion

La méthode stochastique développée dans ces travaux met en évidence un aplatissement des abaques lié aux calculs non linéaires du torseur des efforts, aux coefficients aérodynamiques par tranche et à la réponse non linéaire du véhicule.

Les travaux menés dans la première et dans la seconde partie, introduisant un modèle de véhicule précis, un modèle de turbulence vue du train et une méthode de tir originale nous ont permis de proposer une méthode stochastique basée sur des simulations de Monte-Carlo. Cette méthode de Monte-Carlo converge des 100 tirs avec suffisaient de précisions pour que nous puissions calculer des abaques.

## Conclusion de la deuxième partie

Au terme de cette seconde partie nous avons montré la capacité du code **CRRv8** à calculer le renversement des véhicules. Nous avons proposé des modèles de rafales déterministes à partir de ceux établis dans la méthodes DEUFRAKO et étudié la réaction du véhicule à ceux-ci. Puis en proposant une méthode de caractérisation de la turbulence vue du train et une méthode de génération des champ de vent, nous avons calculé la sensibilité du véhicule à des champs de vent aléatoires. En regroupant ces résultats sous la forme d'abaques nous avons montré qu'une méthode stochastique mettait en évidence un comportement plus critique du véhicule que prévu par les méthodes déterministes ou les approches aléatoire précédemment effectuées à la SNCF.

Par rapport aux méthodes déterministes, la méthode stochastique permet une meilleur approximation de la sensibilité des véhicules car elle ne se limite pas à une rafale extrême de forme donnée sans répétition. Par ailleurs cette méthode, en levant les hypothèses de turbulence gelée pour le train permet de mettre en évidence des effets dynamiques importants, comme par exemple l'excitation des modes de résonance du véhicule. Nous avons par ailleurs montré que l'approche stochastique devait se faire en respectant les caractères non linéaires du calcul des efforts et de la réponse du véhicule ce qui revient à imposer une méthode de Monte-Carlo. Enfin nous avons établi que la méthode de Monte-Carlo donnait des résultats suffisamment précis pour pouvoir construire des abaques à partir de 100 tirs.

Enfin nous avons pu, tout au long de cette partie donner une estimation de la marge entre le délestage et le renversement proprement dit et ceci grâce aux travaux effectués sur le modèle de véhicule.

Après une partie consacrée à la modélisation des véhicules, cette seconde partie dédiée à l'exploitation des modèles nous a permis de répondre aux questions que nous nous posions sur les méthodologies établies dans le cadre des projets Vents Traversiers et DEUFRAKO.

# Conclusion

Ce travail de thèse vient compléter les réflexions menées dans le cadre des projets Vent Traversiers initiés par la SNCF pour la ligne TGV-Méditerranée poursuivis dans le cadre du projet « DEUFRAKO Vents-Traversiers ». Ces travaux dont l'objet et la protection des véhicules à grande vitesse soumis à de forts vents sont intégrés dans les spécifications techniques d'interopérabilité des matériels roulant à grande vitesse. Ce travail de doctorat avait pour objet d'approfondir deux points jusqu'à nouvel ordre imparfaitement traités.

*D'abord* nous avons souhaité traiter la problématique de la marge entre le délestage à 90% et le renversement. Pour pouvoir répondre à cette question il nous a fallu réfléchir à la modélisation du contact roue-rail. En effet, il nous fallait pouvoir calculer les efforts de contact dans des situations contraignantes tels que les contacts multiples et les zones de contact conforme. Mais aussi, prendre en compte l'influence du roulis d'essieu dans la localisation des zones de contact. Ces deux avancées permettent de simuler la cinématique du renversement de la roue porteuse. Les calculs à proximité des points de renversement ont été rendus possibles, non seulement par cet effort de modélisation du contact roue-rail mais également en re-écrivant les équations d'équilibres des solides en grandes rotations et en approfondissant la modélisation des suspensions.

Ces travaux sur la modélisation en dynamique ferroviaire se sont conclus par des réflexions sur l'interfaçage entre la mécanique des solides et le contact roue-rail, donnant naissance à un nouveau code de dynamique ferroviaire capable de simuler la levée d'une file de roue de plus de 50cm. Par conséquent, le modèle est capable d'amener le modèle de véhicule en dehors de son polygone de sustentation, donc dans une situation où le renversement est irréversible. Grâce à cet outil, nous avons pu estimer la marge de sécurité entre le délestage et le renversement. Afin de généraliser cette étude, nous avons proposé un critère synthétique du délestage et du renversement (le  $\chi$ ).

*Ensuite*, pour progresser dans la modélisation du phénomène par rapport aux méthodes actuelles (DEUFRAKO), nous avons testé une approche stochastique par la méthode de Monte-Carlo. Pour ce faire nous avons écrit les lois de corrélations de la turbulence vue par le véhicule lorsqu'il roule. Nous avons montré que prendre en compte le comportement temporel de la turbulence du vent mettait en évidence un comportement du système plus

critique que celui observé dans les approches précédentes.

Cette étape nous a aussi permis de réduire un champ de turbulence indexé sur deux variables d'espace et une variable de temps à un champ de turbulence indexé sur une variable d'espace (la position de long du véhicule) et une variable de temps. Cette réduction de taille nous a permis, grâce à une méthode de tir originale de générer un grand nombre d'échantillons de vent et par conséquent de construire la probabilité de déchargement, de soulèvement et de renversement du véhicule.

De cette loi de probabilité, nous avons été capables d'extraire des informations nous permettant de construire des abaques de sensibilité des véhicules aux vents. Ces abaques servent à déterminer par le calcul les limites de vents au-delà des quelles des mesures de protection des lignes et des circulations doivent être prises.

Au terme de cette étude, nous avons donc tracé une méthodologie originale de sensibilité aux vents traversiers. Les perspectives pour fiabiliser et généraliser cette méthodologie sont de quatre ordres. *D'abord* il est nécessaire de reconstruire un outil de simulation de dynamique ferroviaire incluant les développements que nous avons faits sur la modélisation du contact roue-rail et sur la mécanique des solides et des liaisons en simplifiant ceux ci. Ainsi nous disposerions d'un outil fiable pour calculer le renversement d'un véhicule mais surtout beaucoup plus rapide. En effet les simulations de Monte-Carlo sont très onéreuses en temps de calcul.

*Ensuite* compte tenu des travaux réalisés ces dernières années sur les coefficients aérodynamiques globaux des véhicules. Il faudrait disposer de coefficients aérodynamiques par tranche (mesurés ou calculés) aussi fiables et unanimement reconnus. En effet les coefficients aérodynamiques jouent le rôle d'interface entre la modélisation de la turbulence et les efforts vus par le véhicule.

*En troisième* lieu, il faudrait tester d'autres méthodes de tir ou mieux maîtriser celle que nous proposons dans cette thèse afin que les champs stochastiques générés correspondent très exactement à ceux que nous souhaitons obtenir. De ce travail dépendra notre capacité à montrer la fiabilité des méthodes de Monte-Carlo.

*Enfin* et comme conclusion des trois axes précédents, il serait alors possible de pousser la méthode de Monte-Carlo jusqu'au point de convergence qui nous intéresse pour la création d'Abaques (aux alentours de mille tirs). En effet pour la protection des circulations, nous cherchons à calculer des taux de rejet importants, (c'est-à-dire de l'ordre de 0.1%) donc des informations difficiles à obtenir par les méthodes de Monte Carlo.

Dans l'avenir il pourrait être envisagé de remplacer les simulations de Monte-Carlo par

une méthode de Focker-Planck numérique qui pourrait donner de meilleurs résultats sur les taux de rejet a des coûts de calculs moindres. C'est en ce sens qu'il serait utile de surveiller le développement de ces méthodes numériques se basant sur les équations de Focker-Planck.

C'est sur ces bases que devrait se développer à l'avenir la protection des circulations vis-à-vis des vents forts. La méthode, une fois définitivement établie pour les vents traversiers, pourrait être étendue à d'autres problématiques du transport ferroviaire : le traitement stochastique des défauts de voies sous l'angle du confort et de la sécurité ou encore à la problématique du déraillement de bogie en courbe avec comme inconnue les efforts de suspensions secondaires.



# Troisième partie

## Compléments et Annexes


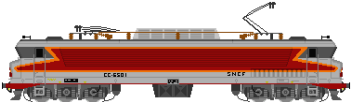
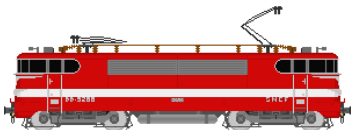
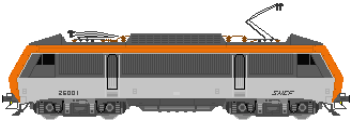




# Annexe A

## Le CORAIL

Dans les années 80, le service commerciale à 200km/h était assuré par des voitures CORAIL tractées par des motrices BB9200 et CC6500, maintenant remplacées par des BB26000 (table A.1, page 285)<sup>1</sup>.

Nom	Courant	Puissance	Schéma
Voiture corail			
Motrice CC6500	1,5 kV CC	5900 kW	
Motrice BB9200	1,5 kV CC	3850 kW	
Motrice BB26000	1,5 kV CC & 25 kV AC	5600 kW	

TAB. A.1 – Quelques véhicules des années 80 homologués pour des vitesses de 200 km/h

La voiture CORAIL est un excellent exemple de la qualité des véhicules ferroviaires. Sa conception date de 1976, et la robustesse des solutions retenues en font un véhicule encore viable (par exemple ces voitures sont rénovées pour assurer le service CORAIL-TEOZ). Techniquement la voiture CORAIL repose sur deux bogies de type Y32a (?) (49)(figure A.1, page 286). Le bogie est l'un des éléments centraux de la dynamique ferroviaire : cette pièce relie semi-rigidelement deux essieux (suspension primaire) tout en supportant la caisse (suspension secondaire). Ce type de suspension facilite la prise de courbe en permettant aux essieux d'être très mobiles par rapport à la caisse et améliore le confort des passagers (deux étages de suspension).

<sup>1</sup>Images de [www.train-rail.com](http://www.train-rail.com)

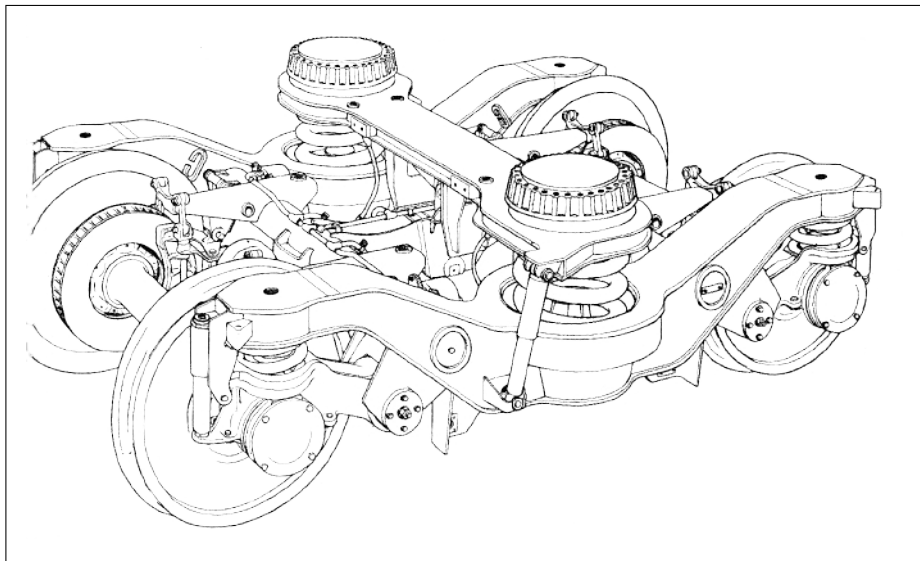


FIG. A.1 – Dessin d'un bogie Y32a

La suspension primaire du bogie Y32a est constituée d'une bielle supportant la boîte d'essieu, reliée au châssis par une articulation élastique, la souplesse de l'ensemble est assurée par deux ressorts hélicoïdaux et un amortisseur (figure A.2, page 287).

La suspension secondaire assure la jonction entre caisse et bogie. Verticalement elle est constituée de deux ressorts hélicoïdaux et de deux amortisseurs (figure A.3, page 288). Des barres anti-roulis rigidifient l'ensemble (figure A.4, page 288). Horizontalement un amortisseur et une butée limitent les débattements transversaux de la caisse évitant ainsi d'empiéter sur l'espace réservé au véhicule croiseur (respect du gabarit).

Le freinage des trains étant répartis sur l'ensemble des véhicules, chaque bogie est équipé d'un système de freinage (figure A.5, page 289). Toutefois les efforts de freinage ne peuvent être repris par la suspension secondaire, mais sont transmis par une liaison d'entraînement constituée de deux élingues reliant bogie et caisse (figure A.6, page 289).

Ce bogie dans sa version apte aux 200km/h est doté d'un amortisseur anti-lacet fonctionnant par un système de bielles (figure A.7, page 289).

Les voitures CORAIL sont reliées entre elles par un système d'attelage qui assure la transmission des efforts de traction et de freinage le long du train par l'intermédiaire de deux tampons et d'une chaîne (figure A.8, page 290). Les circuits de freinage (CP), pneumatiques (CG) et électriques sont reliés entre les voitures de proche en proche jusqu'à la motrice. Le système de freinage est tel qu'une pression inférieure à cinq bars dans la Conduite Principale (CP) entraîne le serrage des freins. Il est donc nécessaire de vérifier l'étanchéité de cette conduite à chaque opération sur les attelages. En effet, si le compresseur de la motrice

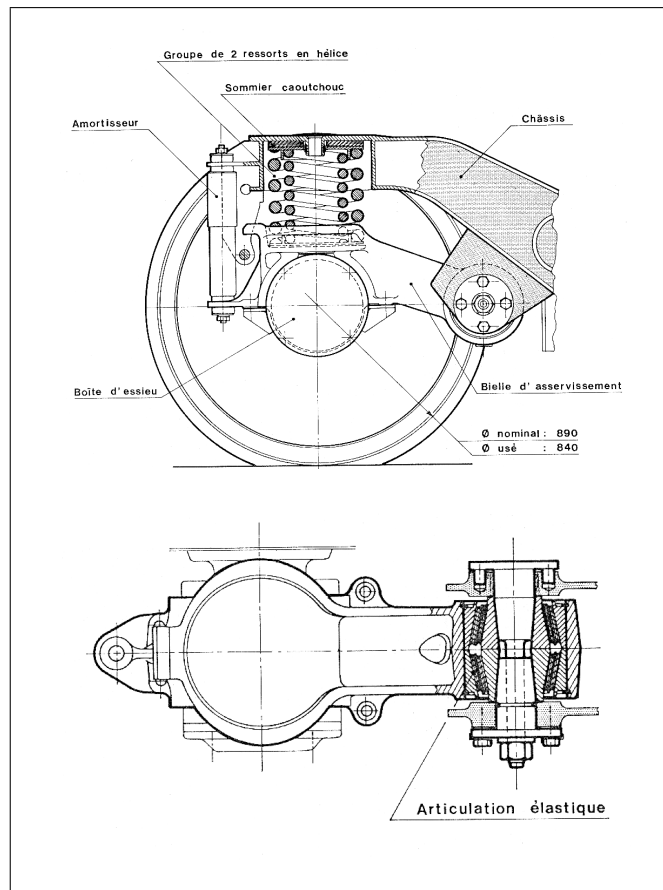


FIG. A.2 – Suspension primaire du bogie Y32a

ne peut pas assurer une pression suffisante dans la conduite principale, le train peut se retrouver bloquer en ligne. Enfin pour permettre les déplacements entre voitures, un système de soufflet et de plate-formes est établi au dessus de l'attelage.

L'établissement d'un attelage est donc une opération coûteuse en temps. Pour les limiter les voitures CORAIL circulent généralement en rame et ne sont dissociées que pour des opérations de maintenance. Seule la motrice est attelée et dételée, par exemple lorsque le train change de sens de circulation ou que l'on change de réseau (trains internationaux).

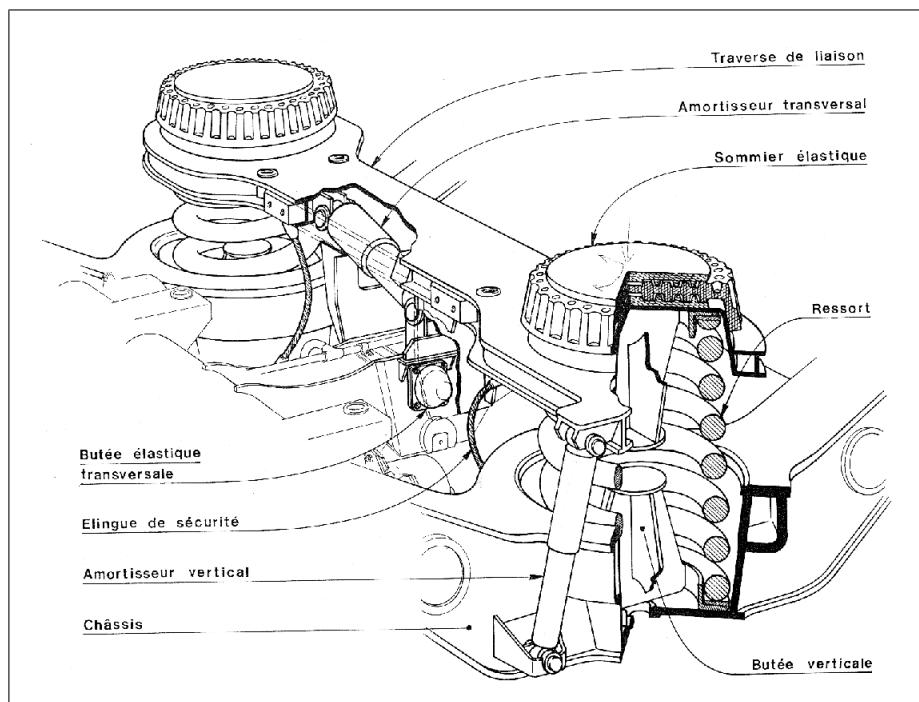


FIG. A.3 – Suspension secondaire du bogie Y32a : vertical et latéral

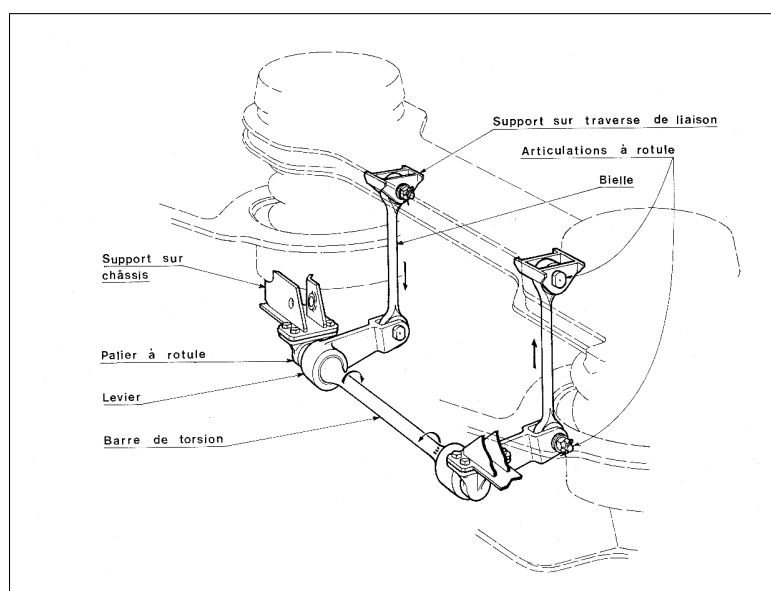


FIG. A.4 – Suspension secondaire du bogie Y32a : Anti-roulis

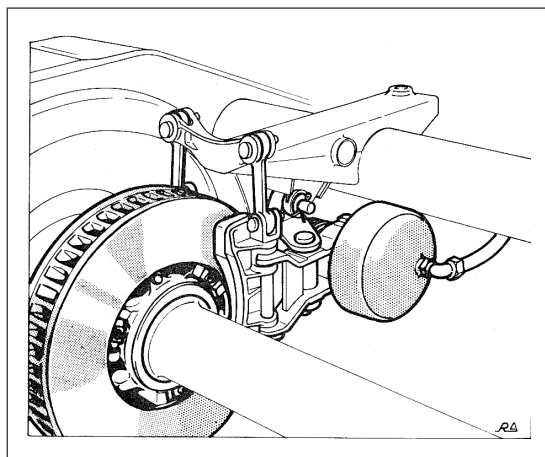


FIG. A.5 – Freinage par disque du bogie Y32a

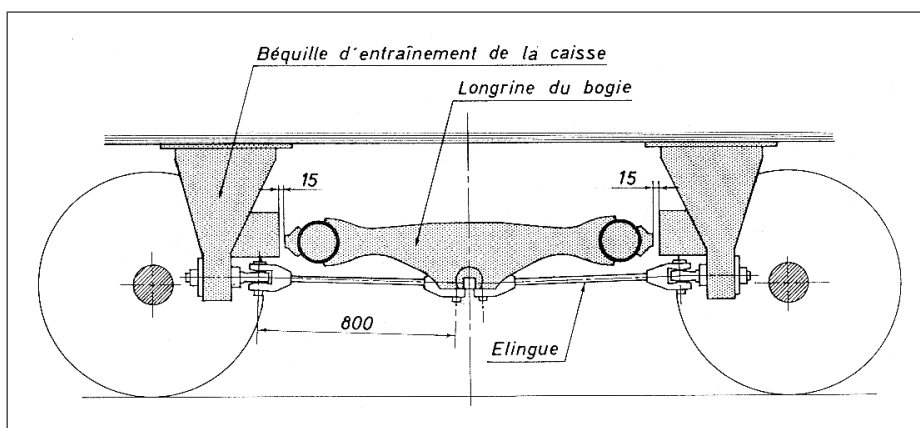


FIG. A.6 – Liaison d'entraînement du bogie Y32a

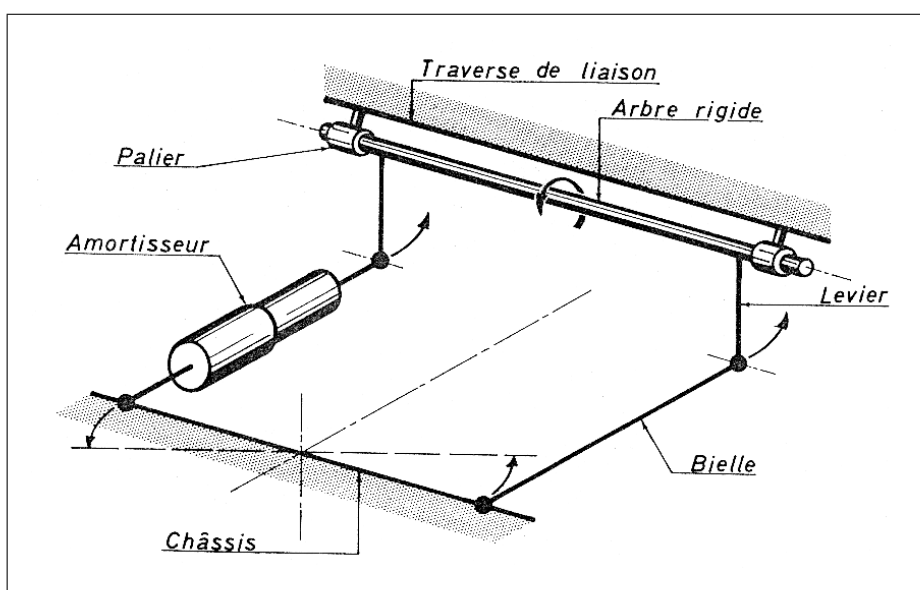


FIG. A.7 – Système anti-lacet du bogie Y32a

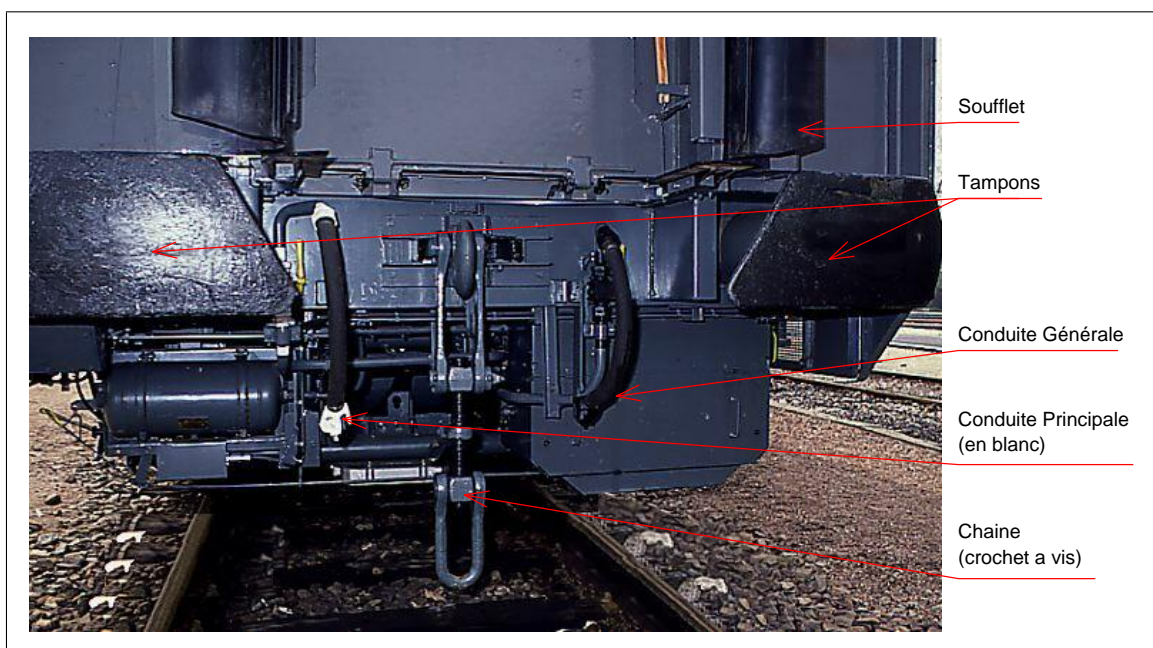


FIG. A.8 – Attelage tampon-chaîne, Conduite Principale (freinage) et Conduite Général (auxiliaires)

# Annexe B

## Aiguillage

Un aiguillage est un appareil de voie permettant de diriger un véhicule d'une voie vers une autre. Pour ce faire une lame vient s'interposer entre le boudin de la roue et le rail obligeant ainsi le véhicule à bifurquer (figure B.2, page 292). Le lieu où les rails se croisent est appelé le coeur. En cet endroit il y a une lacune c'est à dire que la roue n'est plus portée ni guidée, aussi au droit du coeur sont placés des contre-rails ce qui permet à l'autre roue d'assurer seule le guidage du véhicule. Sur les lignes grande vitesse les coeur d'aiguille sont munis d'une aiguille mobile (pointe mobile) qui comble la lacune (figure B.3, page 292 et figure B.1, page 291).



FIG. B.1 – Coeur d'aiguillage : normal et mobile

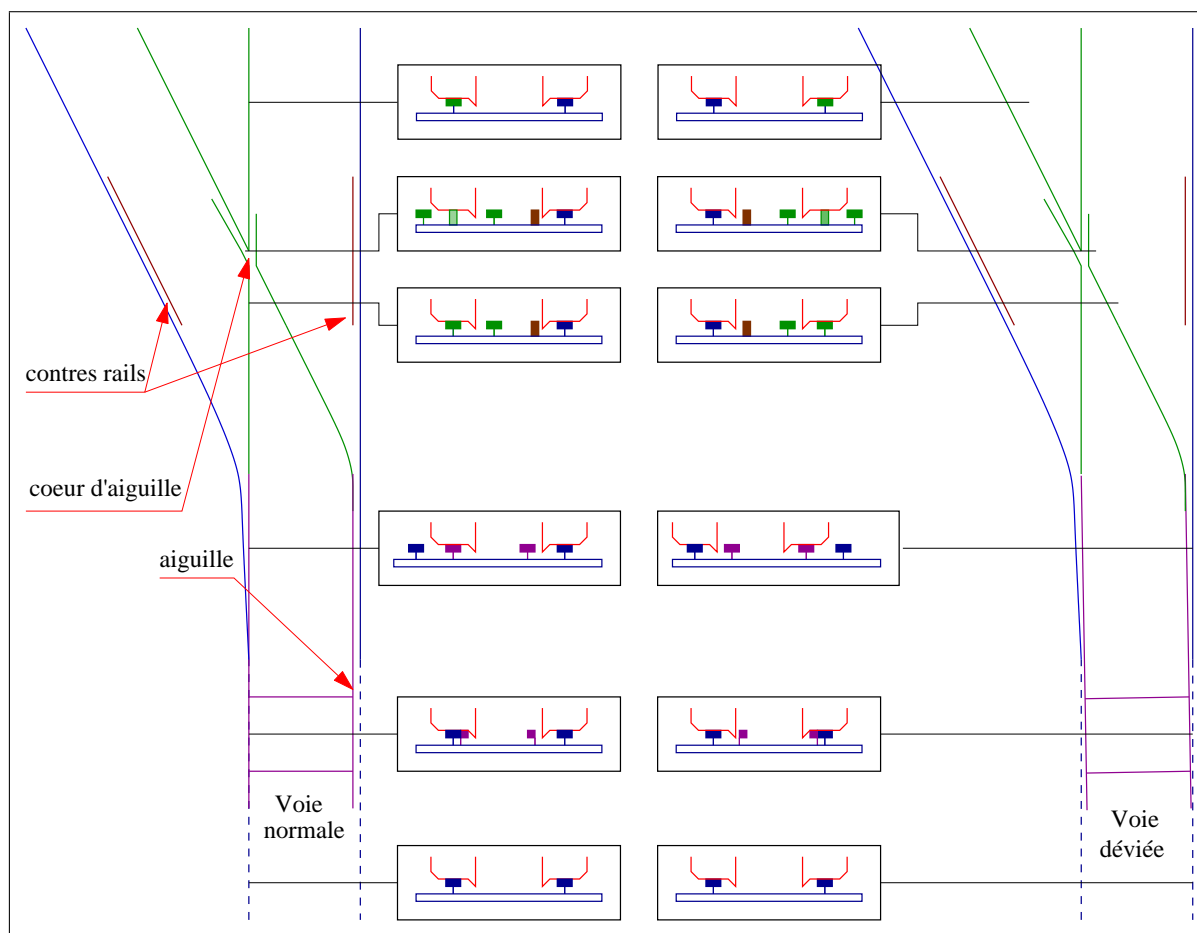


FIG. B.2 – Principe de fonctionnement d'un aiguillage

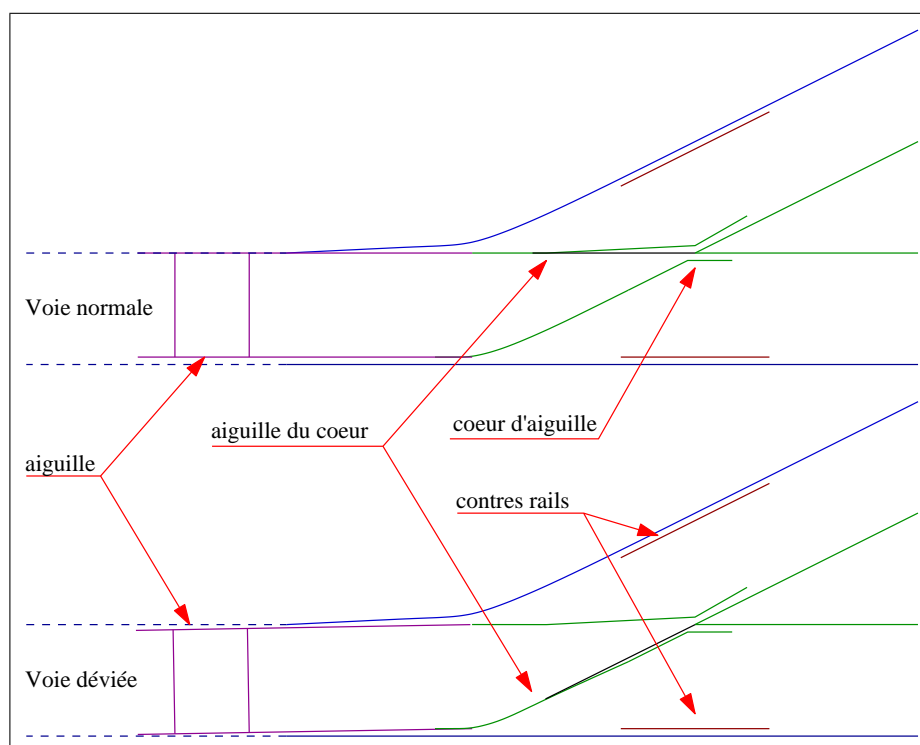


FIG. B.3 – Principe de fonctionnement d'un aiguillage à coeur mobile



# Annexe C

## Outils de probabilité

Dans cette annexe nous définirons les outils dont nous avons besoin pour la modélisation de la turbulence atmosphérique.

### C.1 Variable aléatoire

Soit  $(\Omega, \mathcal{T}, \mathbf{P})$  un espace probabilisé avec :

- $\Omega$  : un ensemble d'événements,
- $\mathcal{T}$  : une tribu,
- $\mathbf{P}$  une mesure de probabilité.

On appelle Variable Aléatoire (v.a.) une application mesurable de  $(\Omega, \mathcal{T})$  vers  $(\mathbb{R}^n, \mathcal{B})$  (ou  $\mathcal{B}$  est la tribu des boréliens de  $\mathbb{R}$ ). Soit  $S$  une v.a., on appelle  $P_S$  mesure de probabilité de  $S$ , la distribution image par  $S$  de  $\mathbf{P}$ . Les propriétés de  $P_S$  sont similaires à celle de  $\mathbf{P}$  :

$$P_S(B) = \int_B P_S(ds) \quad (\text{C.1})$$

$$P_S(\mathbb{R}^n) = \int_{\mathbb{R}^n} P_S(ds) = 1 \quad (\text{C.2})$$

La fonction de répartition se définit alors :

$$\mathbf{F}_S(B) = \int_B P_S(ds) \quad (\text{C.3})$$

Si  $P_S$  admet une densité par rapport à  $ds$  :

$$P_S(ds) = p_s(s) ds \quad (\text{C.4})$$

Si  $p_s(s)$  existe alors  $\mathbf{F}_S$  est différentiable et :

$$p_S(s) = \frac{\partial^n \mathbf{F}_S(s)}{\partial s_1 \cdots \partial s_n} \quad (\text{C.5})$$

La moyenne se définit comme l'intégrale de  $s$  pondérée par la mesure de probabilité :

$$m_S = E\{S\} = \int_{\mathbb{R}^n} s P_S(ds) \quad (\text{C.6})$$

La matrice de corrélation est l'intégrale du produit scalaire de  $s$  pondérée par mesure de probabilité, elle est symétrique positive :

$$R_S = E\{SS^T\} = \int_{\mathbb{R}^n} ss^T P_S(ds) \quad (\text{C.7})$$

La matrice de covariance est la matrice de corrélation de la v.a. centrée associée à  $S$  :  $C_S = E\{(S - m_S)(S - m_S)^T\}$ , soit :

$$C_S = R_S - m_S m_S^T \quad (\text{C.8})$$

L'écart type et la variance sont les valeurs des fonctions de corrélation et de covariance en 0 :  $\sigma_S^2 = C_S(0)$  et  $\text{var}(S) = R(0)$ .

Une variable aléatoire n'est fonction d'aucun paramètre, aussi lorsque l'on étudie un problème physique dans le quel le temps ou l'espace peuvent intervenir, on parle de processus stochastique.

## C.2 Processus stochastique

Un processus stochastique dans  $(\mathcal{A}, \mathcal{T}, P)$ , indexé sur  $T$  est la famille de variable aléatoires  $\{W(t), t \in T\}$ , si  $T$  n'est pas dénombrable, la famille n'est pas dénombrable. Quelque soit  $a \in \mathcal{A}$ ,  $t \mapsto w_a(t)$  est appelé trajectoire du processus. Au contraire pour tout  $t_i \in T$ ,  $W(t_i)$  est une variable aléatoire.

Supposons  $t_o$  fixé dans  $T$  alors  $W(t_o)$  est une v.a. à valeur dans  $\mathbb{R}^n$ , elle est décrite par la loi de probabilité  $P_{W(t_o)}(dw, t_o)$  sur  $\mathbb{R}^n$  c'est la loi marginale d'ordre 1 du singleton  $t_o$ . Soit maintenant  $t_o$  et  $t_1$  fixés dans  $T$ , alors  $W(t_o)$  et  $W(t_1)$  sont des v.a. et  $P_{W(t_o), W(t_1)}(dw_o, dw_1, t_o, t_1)$  est appelé loi conjointe de  $W(t_1)$  et  $W(t_2)$ .

Le « système de lois marginales » est la famille  $P_{W(t_o) \dots W(t_p)}$ , qui décrit toutes les parties finies et non ordonnées de  $T$ , c'est la loi de probabilité du processus. Si  $W$  est à valeur dans  $\mathbb{R}^n$  et que  $n > 1$  on peut appeler alors  $W$  champ stochastique.

## C.3 Stationnarité et Ergodicité

Deux propriétés des processus sont très utilisées : la stationnarité qui rend le processus indépendant du temps et l'ergodicité qui remplace le tirage par une étude temporelle.

### C.3.1 Stationnarité

Le processus  $W(t)$  est dit stationnaire (stationnarité forte) si sa mesure est invariante par translation dans le temps. Soit  $\forall \tau \in T$  et  $\forall (t_1 \dots t_p) \in T$  alors :

$$P_{W(t_1+\tau)\dots W(t_p+\tau)} = P_{W(t_1)\dots W(t_p)}$$

La stationarité forte est difficilement vérifiable, aussi on se limite généralement à la stationarité en moment d'ordre deux (m.o.d.) c'est à dire que :

$$\begin{cases} m_W(t) &= m_W \\ R_W(t_1, t_2) &= E\{W(t_1)W(t_2)^T\} = R_W(t_1 - t_2) \end{cases} \quad (\text{C.9})$$

Dans le cas d'un processus stationnaire (en m.o.d.) la densité spectrale de puissance se définit comme la transformé de Fourier de la fonction de covariance (sous réserve d'existence) :

$$\mathbf{S}_S = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} C_S(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau$$

Naturellement (et toujours sous réserve d'existence) :

$$\sigma_S^2 = C_S(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{S}(\omega) d\omega$$

### C.3.2 Ergodicité

L'ergodicité est l'équivalence entre la probabilité sur les v.a. et la probabilité sur les trajectoires. Soit  $(w_1(t), w_2(t), \dots, w_n(t))$   $n$  tirages de  $W(t)$ ,  $W(t)$  est ergodique si :

$$\begin{cases} \forall t_j \in T \quad \forall i \in [1 \dots n] \quad \forall \lambda \in \mathbb{R} \\ P_W(W(t_j) < \lambda) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \text{mes}\{t \in [-T; T] / w_i(t) < \lambda\} \end{cases} \quad (\text{C.10})$$

Comme pour la stationarité, on se contente de l'ergodicité en m.o.d. :

$$\begin{cases} m_W &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T w_i(t) dt \\ R_W(t_1, t_2) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T w_i(t_1) w_i(t_2) dt \end{cases} \quad (\text{C.11})$$

La plupart des processus stationnaires indexés sur le temps que l'on rencontre en physique sont considérés comme ergodiques. Les propriétés de stationarité et d'ergodicité faible (en moment d'ordre deux) sont utiles sur les processus Gaussien en effet ceux ci sont totalement définis par leur moment d'ordre un et deux.

## C.4 Processus Gaussien

La loi de probabilité Gaussienne est une loi qui est déterminée par ses deux premiers moments, ce qui explique l'intérêt que l'on porte aux moments d'ordre deux. En effet un processus Gaussien stationnaire en m.o.d. est stationnaire et un processus Gaussien ergodique en m.o.d. est ergodique.

Dire qu'un processus stochastique suit une loi Gaussienne, c'est dire que quelle que soit la partition  $(t_1 \cdots t_p)$  de  $T$  que l'on considère, alors  $P_{W(t_1) \dots W(t_p)}$  est une loi Gaussienne. Soit  $\mathbb{W} = (W(t_1), \dots, W(t_p))$ , de moyenne :

$$m_{\mathbb{W}} = E \begin{Bmatrix} w(t_1) \\ \vdots \\ w(t_p) \end{Bmatrix} \quad (\text{C.12})$$

et de covariance :

$$C_{\mathbb{W}} = \begin{bmatrix} C_w(t_1, t_1) & \cdots & C_w(t_1, t_p) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w(t_p, t_1) & \cdots & C_w(t_p, t_p) \end{bmatrix} \quad (\text{C.13})$$

Alors la loi de probabilité de  $P_{\mathbb{W}}$  s'écrit :

$$p_{\mathbb{W}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}^n \sqrt{\det(C)}} \exp \left( -\frac{1}{2} ((W - m_w)^T C^{-1} (W - m_w)) \right) \quad (\text{C.14})$$

Dans la suite nous ne considérerons plus que des processus Gaussiens ergodiques, stationnaires et centrés. Nous pouvons alors définir le processus dérivé et donc de la probabilité de dépassement de seuil.

## C.5 Processus dérivé et dépassement de seuil

Pour la modélisation du renversement de véhicule, nous nous intéressons aux dépassements de valeurs limites, c'est à dire aux cas où la vitesse du vent dépasse un certain seuil. Pour cette étude, il est nécessaire de connaître les caractéristiques du champ  $\dot{S}$  dérivé du champ  $S$ . Un champ est dérivable (au sens du carré moyen), si et seulement si sa fonction d'auto-corrélation admet une dérivée seconde continue. Soit  $S$  un processus Gaussien centré, dérivable (dont la fonction de corrélation est continue en 0), alors le processus dérivé (au sens du carré moyen) se définit par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{S}(t) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[ \frac{S(t+\epsilon) - S(t)}{\epsilon} \right] \\ \text{si} \quad \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{S(t+\epsilon) - S(t)}{\epsilon} - \dot{S}(t) \right]^2 P(S) = 0 \end{array} \right. \quad (\text{C.15})$$

Le processus dérivé d'un processus stationnaire est naturellement centré (la moyenne ne varie pas avec le temps), ses caractéristiques du deuxième ordre découlent de la définition :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{\dot{S}\dot{S}}(\tau) = E \left\{ \dot{S}\dot{S}^T \right\} = -\frac{\partial^2 R_{SS}(\tau)}{\partial \tau^2} \\ R_{\dot{S}S}(\tau) = E \left\{ \dot{S}S^T \right\} = -\frac{\partial R_{SS}(\tau)}{\partial \tau} \\ R_{S\dot{S}}(\tau) = E \left\{ S\dot{S}^T \right\} = \frac{\partial R_{SS}(\tau)}{\partial \tau} \\ \mathbf{S}_{\dot{S}}(\omega) = \omega^2 \mathbf{S}_S(\omega) \end{array} \right. \quad (\text{C.16})$$

Notons que la corrélation ( $R_{S\dot{S}}(0)$ ) des processus  $S$  et  $\dot{S}$  est nulle car, la fonction de corrélation de  $S$  étant paire, sa dérivée s'annule en 0. Le deux processus  $S$  et  $\dot{S}$  sont donc indépendants. La dérivée étant une opération linéaire, la dérivée d'un processus Gaussien est lui même Gaussien, compte tenu des caractéristiques précédentes la densité de probabilité de  $\dot{S}$  s'écrit :

$$\begin{aligned} p_{\dot{S}}(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\dot{S}}} \exp \left( -\frac{x^2}{2\sigma_{\dot{S}}^2} \right) \\ \text{avec} \quad \sigma_{\dot{S}} &= -\frac{\partial^2 R_{SS}(\tau=0)}{\partial \tau^2} \end{aligned} \quad (\text{C.17})$$

Compte tenu de l'indépendance des processus la probabilité de dépasser le seuil  $\xi$  (c'est à dire, avoir cette valeur et une dérivée positive conjointement) se calcul :

$$\nu_{\xi}^+ = P_S(S = \xi) P_{\dot{S}}(\dot{S} > 0) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\dot{S}}}{\sigma_S} \exp \left( -\frac{x^2}{2\sigma_S^2} \right)$$

Pour des raisons que nous éclaircirons plus loin, nous parlerons désormais, pour l'étude des dépassements, en terme de densité spectrale de puissance, notons simplement que :

$$\begin{aligned} m_0 &= \sigma_S^2 = \int \mathbf{S}_S(\omega) d\omega \\ m_2 &= \sigma_{\dot{S}}^2 = \int \omega^2 \mathbf{S}_S(\omega) d\omega \end{aligned} \quad (\text{C.18})$$

par conséquent :

$$\nu_{\xi}^+ = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \exp \left( -\frac{x^2}{2m_0^2} \right)$$



## AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 25 avril 2002,

Vu la demande du Directeur de Thèse

Monsieur F. THOUVEREZ

et les rapports de

Monsieur J. PIRANDA  
Professeur - LMARC - Université de Franche Comté - 25, chemin de l'Epitaphe - 25030 BESANCON  
cedex

et de

Monsieur Ch. CREMONA  
Professeur - LCPC/FDOA - 58, bd Lefèbvre - 75732 PARIS cedex 15

**Monsieur QUOST Xavier**

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

**Ecole doctorale MECANIQUE, ENERGÉTIQUE, GENIE CIVIL ET ACOUSTIQUE (MEGA)**

Fait à Ecully, le 4 octobre 2005



P/Le Directeur de l'E.C.L.  
Le Directeur des Etudes



J. JOSEPH

