

FIABILITÉ DES POUTRES ISOSTATIQUES EN BÉTON ARMÉ

SENSIBILITÉ AUX PARAMÈTRES GÉOMÉTRIQUES, MÉCANIQUES ET DE CHARGEMENT

par Ahmed MEBARKI, Michel PINGLOT et Michel LORRAIN

NOTATIONS

Dimensions géométriques (voir fig. 1)

L	portée de la poutre,
b	largeur de la section droite,
h	hauteur totale de la section droite,
d	hauteur utile,
Y_a	position du centre de gravité de l'armature tendue par rapport au centre géométrique de la section de béton seul,
A	section droite de l'armature tendue,

Grandeurs mécaniques

f_c	résistance du béton en compression,
E_{ij0}	module de déformation longitudinale, tangent à l'origine, du béton,
f_e	limite d'élasticité conventionnelle de l'armature,

Chargement

G	charge permanente, appliquée au plancher supporté par la poutre,
Q	charge d'exploitation, appliquée au plancher supporté par la poutre,
G_k, Q_k	valeurs caractéristiques de G et Q respectivement,

Déformations

ε	déformation linéique d'une fibre quelconque,
ε_G	déformation linéique sous l'effet de la charge G ,

ε_2	déformation linéique de la fibre de béton la plus comprimée,
ε_1	déformation linéique de la fibre de béton la plus tendue,
ε_a	déformation linéique de l'armature tendue,
ε_0	déformation du béton correspondant à une contrainte égale à f_c ,

Contraintes

σ	contrainte correspondant à la déformation ε ,
σ_G	contrainte correspondant à ε_G ,

Efforts

M_G	moment dû à la charge G ,
M_{\max}	sollicitation résistante de la poutre,
R_r	résistance résiduelle ou capacité portante disponible vis-à-vis des charges de courte durée après application préalable des charges de longue durée,
M_Q	sollicitation agissante due à la charge Q ,
M_R	moment résistant résiduel,

Autres

α_c	coefficient de chargement avec
$\alpha_c = \frac{1,35 G_k}{1,35 G_k + 1,5 Q_k}$	
φ	coefficient de fluage,
$\tilde{\omega} = \frac{A}{bh} \cdot 100$	pourcentage géométrique d'armatures tendues.

1. INTRODUCTION

L'analyse de sécurité d'une structure consiste à estimer les probabilités pour que cette structure atteigne ou dépasse des états limites donnés. A condition de pouvoir chiffrer les conséquences économiques de l'occurrence des divers états limites (états limites de service et états limites ultimes), il serait alors théoriquement possible d'optimiser les coûts de la construction. Mais au delà même de ce problème d'optimisation, la connaissance de ces probabilités constitue un excellent paramètre de décision en matière d'analyse de la qualité de la construction.

Dans de précédents travaux, l'incidence des défauts d'exécution et d'exploitation vis-à-vis de la résistance de

poteaux de bâtiments a été étudiée de façon déterministe d'abord [1], puis probabiliste [2]. Nous examinons, à présent, le cas de poutres en béton armé soumises à des charges uniformément réparties. Nous nous limitons, ici, à l'étude de la fiabilité vis-à-vis de l'état limite ultime de résistance en flexion (*).

Pour que les valeurs calculées des probabilités de crise soient représentatives, il est nécessaire, à défaut d'études

(*) Dans le reste de cet article, la « crise » désignera l'atteinte ou le dépassement de cet état limite.

comparatives probantes, d'utiliser des modèles mécaniques décrivant le plus fidèlement possible le comportement réel de la structure [3]. Nous avons ainsi adopté le modèle mécanique que nous appellerons modèle de la « résistance résiduelle » : ayant défini dans une première étape l'état d'équilibre de la structure sous l'action des charges permanentes, on évalue ensuite la réserve de résistance disponible vis-à-vis d'une charge variable de courte durée d'application.

Les probabilités de crise des poutres étudiées ont été estimées au moyen de la technique de simulation de Monte Carlo, méthode qui semble être la plus performante à l'heure actuelle pour ce genre d'application [3]-[4].

Dans cette étude, nous avons surtout cherché à estimer la sensibilité de la fiabilité vis-à-vis des diverses incertitudes, en

faisant abstraction des erreurs grossières éventuelles (leur incidence n'est pas négligeable mais nous pensons que leur prise en compte doit être effectuée de façon séparée). Les incertitudes considérées ici portent sur :

- les dimensions de coffrage (largeur b et hauteur h de la section droite) et la position Y_a de l'armature tendue,
- les caractéristiques mécaniques du béton (résistance f_c en compression) et de l'acier (limite élastique conventionnelle f_e),
- et les caractéristiques du chargement (charge permanente G d'une part et charge variable Q d'autre part).

Il convient de préciser que, bien entendu, les résultats obtenus ne peuvent être interprétés indépendamment des hypothèses retenues, en particulier celles concernant les lois de distribution des différentes incertitudes.

2. CALCUL DE LA CHARGE DE RUINE

2.1 Hypothèses générales

La poutre étudiée, représentée sur la figure 1, est sollicitée en flexion simple sous l'effet des charges permanentes G et des charges variables Q , uniformément réparties (*). Nous nous limitons ici au cas de la ruine par flexion : l'étude de la poutre se ramène alors à celle de sa section centrale.

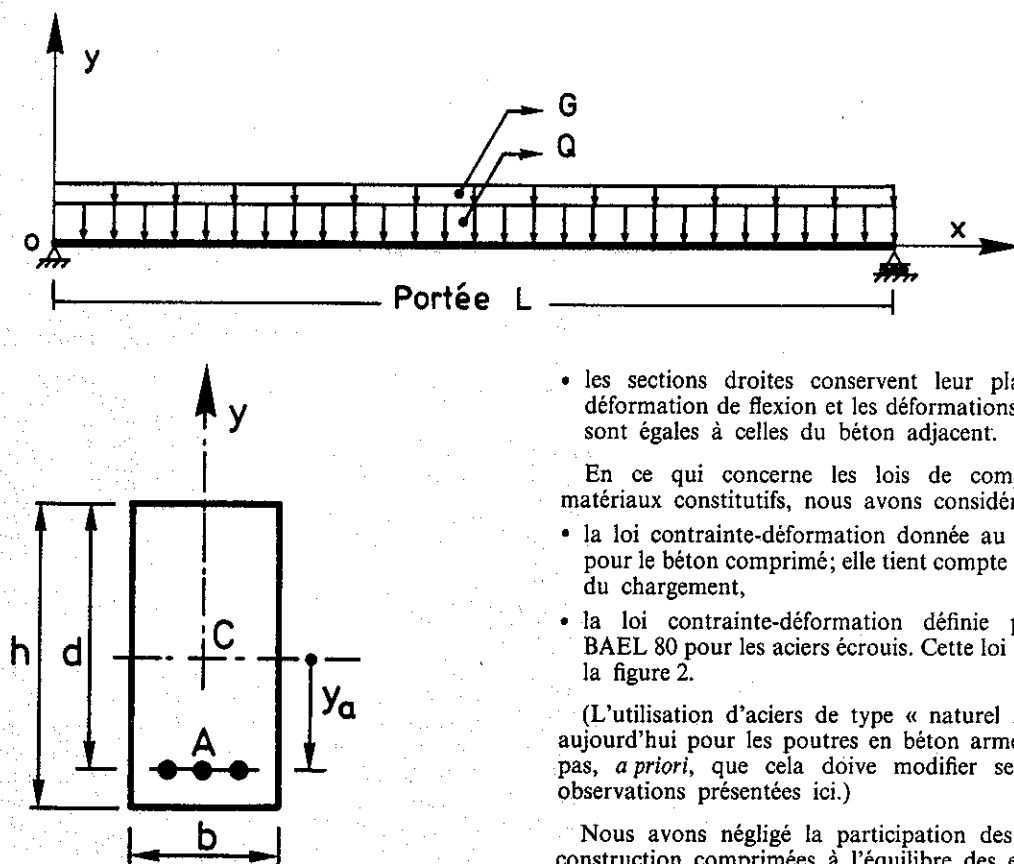


Fig. 1. — Définition de la poutre étudiée.

Les caractéristiques mécaniques des matériaux (f_c, f_e), géométriques (b, h, Y_a) et de chargement (Q, G) sont supposées constantes le long de la fibre moyenne.

Nous avons admis les hypothèses courantes suivantes :

- l'effet du retrait est négligeable,
- la participation du béton tendu à l'équilibre des efforts est négligeable dans l'état limite considéré,

- les sections droites conservent leur planéité dans la déformation de flexion et les déformations des armatures sont égales à celles du béton adjacent.

En ce qui concerne les lois de comportement des matériaux constitutifs, nous avons considéré :

- la loi contrainte-déformation donnée au paragraphe 2.2 pour le béton comprimé ; elle tient compte de « l'histoire » du chargement,
- la loi contrainte-déformation définie par les règles BAEL 80 pour les aciers écrouis. Cette loi est illustrée par la figure 2.

(L'utilisation d'aciers de type « naturel » se généralise aujourd'hui pour les poutres en béton armé. Il ne semble pas, *a priori*, que cela doive modifier sensiblement les observations présentées ici.)

Nous avons négligé la participation des armatures de construction comprimées à l'équilibre des efforts.

(*) Dans cette étude, nous supposons plus précisément que G est une charge de longue durée d'application et Q une charge de courte durée d'application vis-à-vis du fluage du béton.

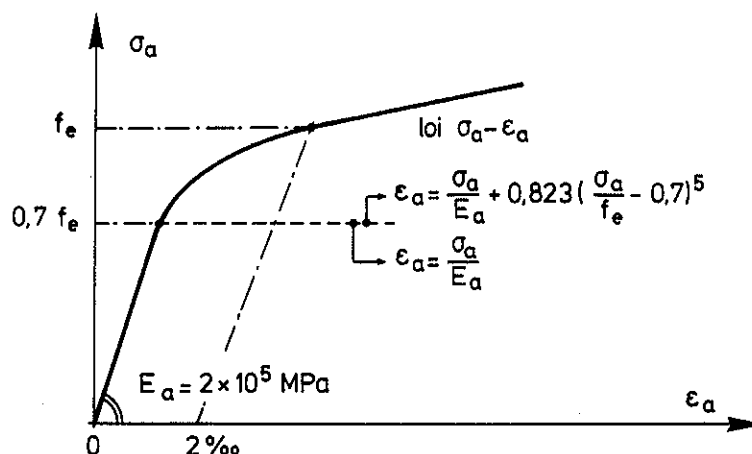


Fig. 2. — Diagramme ($\sigma - \varepsilon$) valable pour les aciers écrouis.

2.2 Loi de comportement du béton

Le diagramme contrainte-déformation du béton comprimé est déduit de celui proposé par les règles CEB-FIP [5], illustré par la courbe ① de la figure 3. Valable pour le cas des charges de courte durée d'application, il est exprimé par la relation suivante :

$$\sigma = f_c \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta} \quad (1)$$

avec :

$$\eta = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \quad (2)$$

$$k = E_{ij0} \frac{\varepsilon_0}{f_c} \quad (3)$$

Nous avons considéré que le chargement est appliqué en deux phases distinctes :

- la première phase où les charges permanentes G sont appliquées seules et maintenues à une valeur constante,
- la deuxième phase où les charges d'exploitation Q viennent se conjuguer aux effets de G .

Selon la phase de chargement considérée, nous adoptons pour la loi contrainte-déformation du béton les relations ci-après ([6] et [7]).

Phase 1 où G est appliquée seule

Les déformations évoluent, en raison du fluage, jusqu'à stabilisation ou ruine éventuelle. Le diagramme contrainte-déformation utilisé est déduit de la courbe ① précédente en opérant successivement :

- une affinité parallèle à l'axe des contraintes σ et de rapport μ égal à 0,85 pour traduire la diminution de résistance du béton sous l'effet des charges maintenues (courbe ②),
- puis une affinité parallèle à l'axe des déformations ε et de rapport $(1 + \varphi)$ pour tenir compte de l'effet de fluage (courbe ③); φ est le coefficient de fluage qui a été ici pris égal à 2 (cela supposerait, en particulier, que les charges G sont appliquées à 28 jours d'âge du béton).

$$\varepsilon_0 = 2 \text{‰} \quad \varepsilon_0(1 + \varphi)$$

Phase 2 où Q vient s'ajouter à G

Considérons une fibre dont la déformation sous charge permanente G est ε_G , la contrainte correspondante étant σ_G . Vis-à-vis du chargement variable Q supplémentaire, son comportement est traduit par la courbe ④ obtenue en translatant la courbe ②, précédemment décrite, comme indiqué sur la figure 4.

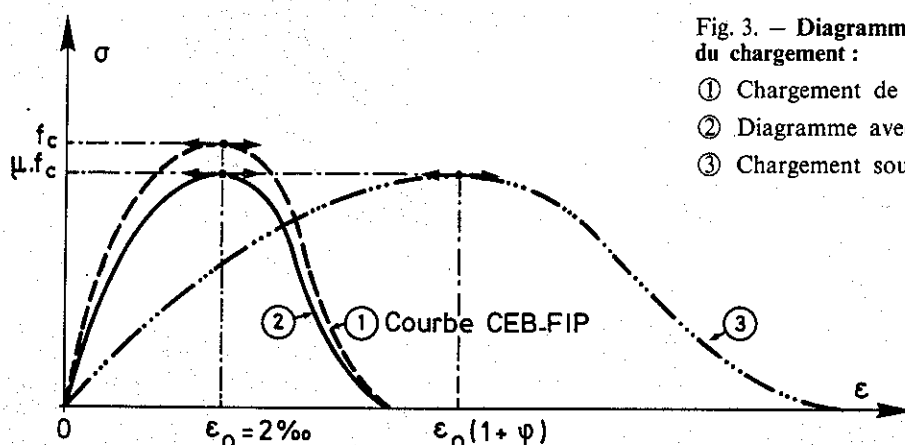
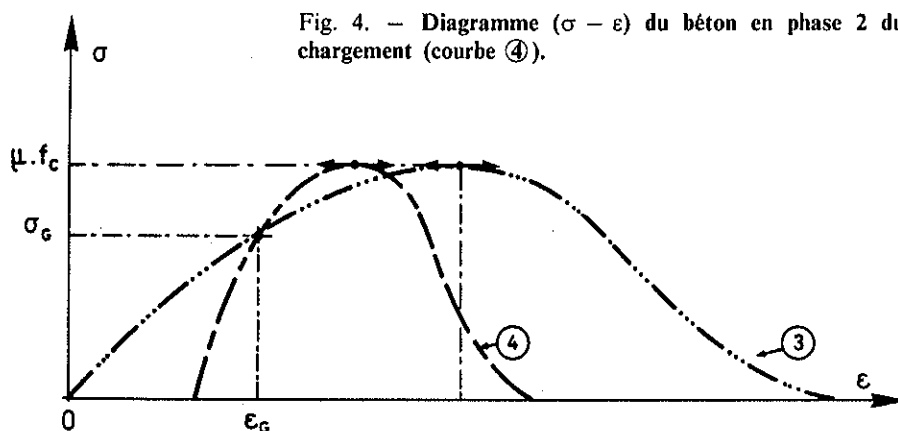


Fig. 3. — Diagramme ($\sigma - \varepsilon$) du béton comprimé en phase 1 du chargement :

- ① Chargement de courte durée, CEB-FIP,
- ② Diagramme avec réduction de résistance,
- ③ Chargement sous G seule, à considérer en phase 1.

Fig. 4. — Diagramme ($\sigma - \epsilon$) du béton en phase 2 du chargement (courbe ④).

2.3 Diagramme moment-courbure

Le diagramme moment-courbure, en section centrale, peut être défini par points : se fixant une valeur ϵ_2 de la déformation de la fibre la plus comprimée, on recherche la déformation ϵ_1 de la fibre la plus tendue de façon que l'équilibre des efforts internes soit réalisé, comme indiqué sur la figure 5.

Remarque : La rupture peut se produire sous la seule action de la charge permanente : alors, la seconde branche (PP_1) n'existe pas. La « résistance résiduelle » définie plus loin est nulle dans ce cas.

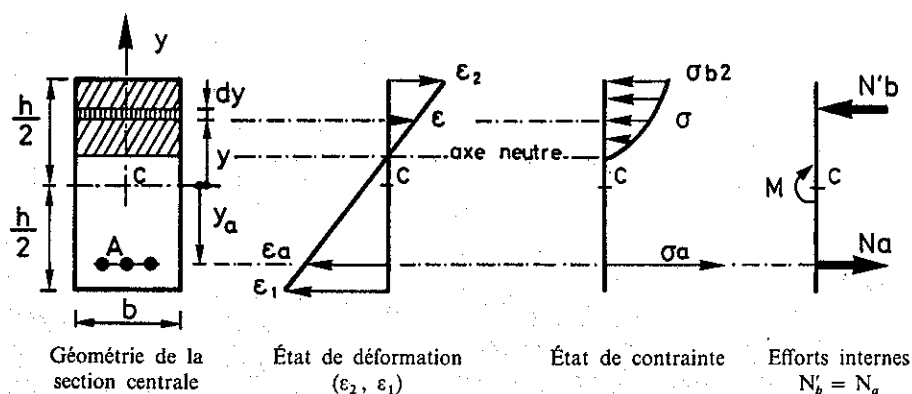


Fig. 5. — Étude de l'équilibre de la section centrale.

Augmentant pas à pas la valeur de ϵ_2 , on obtient l'ensemble du diagramme moment-courbure. Celui-ci, représenté sur la figure 6, est généralement constitué par deux branches :

- la **branche (OP)** : correspondant à la première phase du chargement ; le moment M_G est celui atteint en section centrale sous l'effet de la charge permanente G ;
- la **branche (PP_1)** : correspondant à la seconde phase du chargement. Son sommet a pour ordonnée la sollicitation résistante de la section centrale, M_{max} .

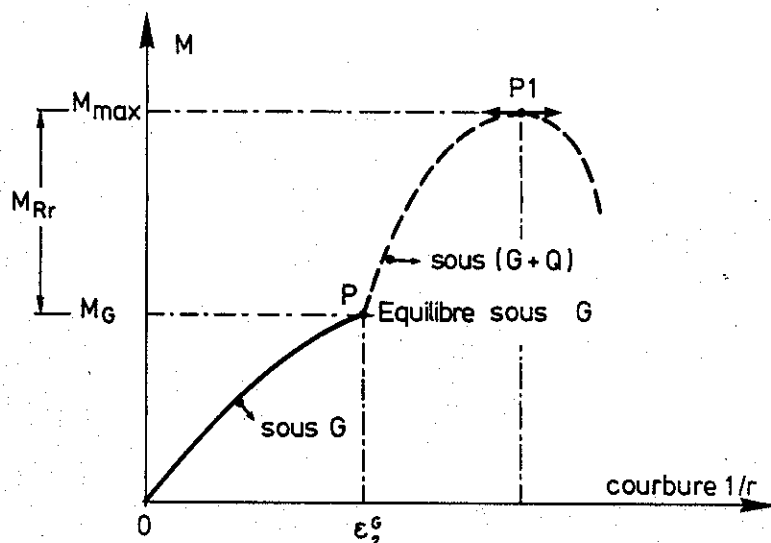


Fig. 6. — Diagramme moment-courbure.

2.4 Définition de la résistance résiduelle. Critère de Ruine

Sur le diagramme moment-courbure de la figure 6, la capacité de résistance M_R , qui subsiste après application de la charge permanente peut être exprimée comme suit :

$$M_{R_r} = M_{\max} - M_G \quad (4)$$

Il y aura ruine si :

$$M_Q > M_{R_r} \quad (5)$$

C'est-à-dire si :

$$Q > R_r \quad (5 \text{ bis})$$

M_Q étant le moment produit en section centrale sous l'effet de Q et R_r , la « résistance résiduelle » (valeur de la charge variable nécessaire pour épuiser la capacité portante de la poutre).

2.5 Évaluation de la probabilité de crise P_f

La probabilité de crise s'exprime par :

$$P_f = P(R_r < Q) \quad (6)$$

Le calcul peut en être effectué à partir de l'expression suivante :

$$P_f = \int_0^{\infty} (1 - F_Q(r)) \cdot f_{R_r}(r) \cdot dr \quad (7)$$

où :

$F_Q(r)$ désigne la fonction de répartition de la charge Q ,
 $f_{R_r}(r)$ désigne la densité de probabilité de la résistance résiduelle R_r ,
 r désigne une valeur quelconque de R_r .

(Les variables aléatoires R_r et Q sont, bien entendu, stochastiquement indépendantes puisque Q n'intervient pas dans le calcul de R_r).

Procédant par simulation, R_r prend des valeurs discrètes. Considérons l'ensemble des résistances résiduelles obtenues par simulation. Pour la $k^{\text{ème}}$ poutre, la probabilité de crise est donnée par :

$$\begin{aligned} P_{f_i}^{(k)} &= P(R_r = r^{(k)}) \cdot P(Q > r^{(k)}) \\ &= \frac{1}{N_{\text{sim}}} \cdot \{1 - F_Q(r^{(k)})\} \end{aligned} \quad (8)$$

où :

N_{sim} désigne le nombre total de simulations réalisées,
 $r^{(k)}$ désigne la valeur de la résistance résiduelle R_r obtenue à la $k^{\text{ème}}$ simulation (la grandeur $1/N_{\text{sim}}$ représente ici la probabilité d'occurrence de $r^{(k)}$ parmi les N_{sim} simulations).

Les poutres étant générées indépendamment les unes des autres la probabilité de crise P_f est définie par :

$$P_f = \sum_{k=1}^{N_{\text{sim}}} P_{f_i}^{(k)} \quad (8 \text{ bis})$$

Par conséquent, P_f peut être approchée numériquement par :

$$P_f = \sum_{k=1}^{N_{\text{sim}}} \frac{1}{N_{\text{sim}}} \cdot \{1 - F_Q(r^{(k)})\} \quad (8 \text{ ter})$$

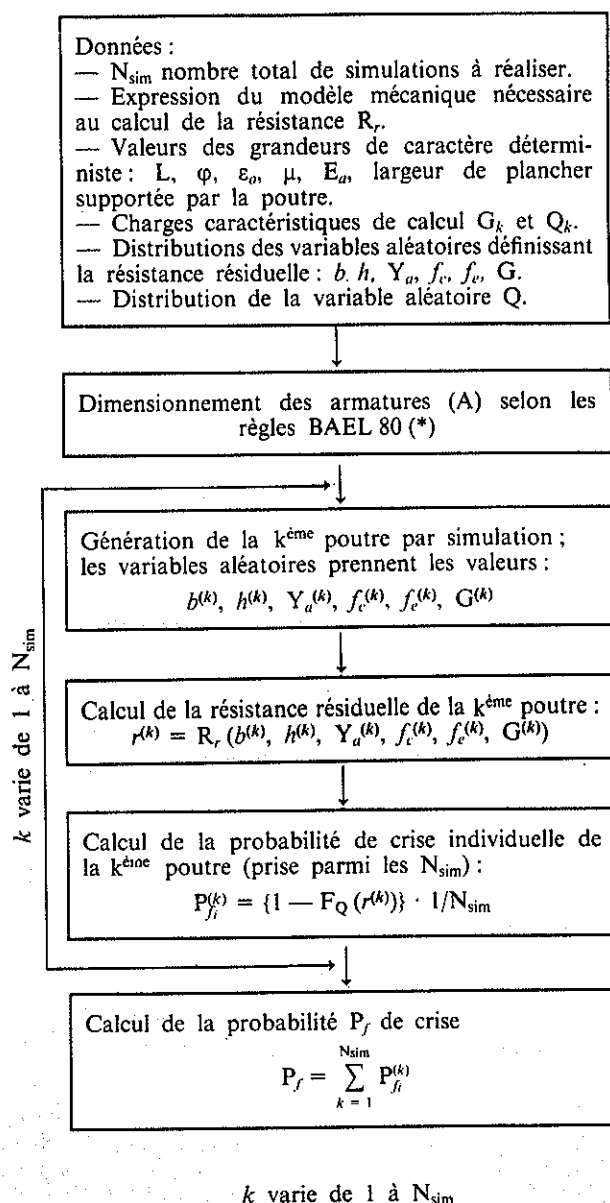
La loi de distribution de la charge Q étant définie de façon analytique comme il est précisé plus loin, les simulations effectuées ne portent que sur les valeurs de R_r . Pour cela, seuls les paramètres dont le caractère aléatoire n'apparaît pas négligeable font l'objet des simulations; il s'agit :

- des caractéristiques géométriques b , h , Y_a ,
- des caractéristiques mécaniques f_c , f_e ,
- et de la charge permanente G .

L'organigramme 1 donne les principales étapes du calcul de la probabilité P_f de crise à partir de la formule (8).

ORGANIGRAMME 1

Organigramme de calcul de P_f



(*) Le calcul est appliqué au cas d'une poutre de portée $L = 5$ m en considérant la charge ultime $S_{\text{ult}} = 1,35 G_k + 1,5 Q_k$.

2.6 Lois de distribution des variables aléatoires de base

Les lois de distribution choisies pour les variables aléatoires de base sont indiquées dans le tableau I où l'on donne aussi les valeurs caractéristiques de calcul prises en compte. Les lois expérimentales sont en fait des courbes cumulatives établies, sans modélisation, à partir de mesures effectuées *in situ* par le CEBTP sur cinq chantiers de la région parisienne [8]. Leur définition exacte a été publiée

dans le document [2]. Les autres lois ont été définies à partir de renseignements fournis par différentes publications [9] et [10].

La charge permanente est supposée constante dans le temps. Pour la charge variable, la définition choisie suppose une probabilité de dépassement de Q_k égale à 0,10 pour la durée de vie prévue de l'ouvrage, soit 50 ans.

Pour rester dans le cas des seules incertitudes nous avons opéré les troncatures indiquées dans le tableau I, ce qui d'ailleurs ne modifie pas sensiblement le résultat final [11].

TABLEAU I
Lois de distributions et caractéristiques statistiques retenues pour les variables aléatoires de base

Paramètre	Notation	Type de loi	Valeur Caractéristique	Moyenne \bar{x}	Coefficient de variation $C_v = \sigma/\bar{x}$	Troncatures	
						Valeur minimale x_{\min}	Valeur maximale x_{\max}
Largeur de la poutre	b	expérimentale	25 cm	25,1 cm	0,02	23 cm	29,5 cm
Hauteur de la poutre	h	expérimentale	50 cm	50,1 cm	0,01	48 cm	54,5
Position des armatures	Y_a	expérimentale	19 cm	17,75 cm	0,06	14,3 cm	20,5 cm
Limite d'élasticité des armatures	f_e	normale (*)	400 MPa	470 MPa	0,11	341 MPa	645 MPa
Résistance en compression du béton	f_c	expérimentale	$f_{c28} = 22$ MPa	27,5 MPa	0,23	12 MPa	50 MPa
Charge permanente	G	normale (*)	$G_k = G$	G	0,10	$G_k/2$	$2 G_k$
Charge variable	Q	extrême de type 1 maximum (**) (loi de Gumbel)	$Q_k = \bar{Q} (1 + 1,30 C_v)$	\bar{Q}	0,35	0	non imposée

(*) La densité de probabilité f est définie, dans le cas de la loi normale par :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \exp\left(-\frac{(x - \bar{x})^2}{2\sigma^2}\right) \quad (9)$$

où σ est l'écart-type.

(**) La fonction de répartition F_Q de la charge Q est ainsi définie par :

$$F_Q(x) = \exp(-\exp(-\alpha(x - \tilde{x}))), \quad (10)$$

où \tilde{x} est le « mode » de la distribution calculé par :

$$\tilde{x} = \bar{x} - 0,57722/\alpha \quad (11)$$

avec :

$$\alpha = 1,2825/\sigma \quad (12)$$

3. ANALYSE DES RÉSULTATS OBTENUS

3.1 Nombre de simulations nécessaire

La validité de la valeur estimée P_f de la probabilité de crise est liée au nombre N_{sim} de simulations réalisées. Pour étudier l'évolution de P_f en fonction de N_{sim} et donner à nos résultats un caractère général, nous avons envisagé un ensemble de cas possibles recouvrant un vaste domaine d'utilisation des poutres en béton armé. Nous avons ainsi fait varier :

- le pourcentage d'armatures $\tilde{\omega}$ en considérant une section sous-armée ($\tilde{\omega} = 0,5\%$), une section normalement armée ($\tilde{\omega} = 1\%$) et une section sur-armée ($\tilde{\omega} = 2\%$),

- le type de chargement défini par le coefficient

$$\alpha_c = \frac{1,35 G_k}{1,35 G_k + 1,5 Q_k}$$

où $(1,35 G_k)$ et $(1,5 Q_k)$ sont les charges de calcul à l'état limite ultime.

Les valeurs prises par ce coefficient sont 0,05 (charges variables prépondérantes), 0,33 (fortes charges variables) et 0,66 (charges variables modérées : cas des bâtiments courants).

Les résultats sont présentés sur les figures 7 à 9.

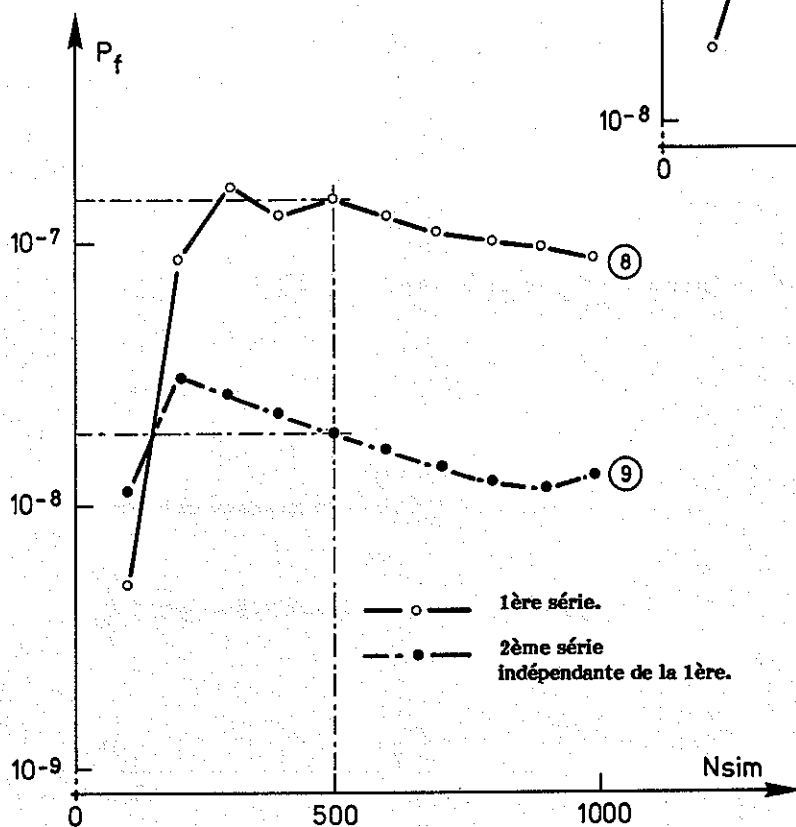
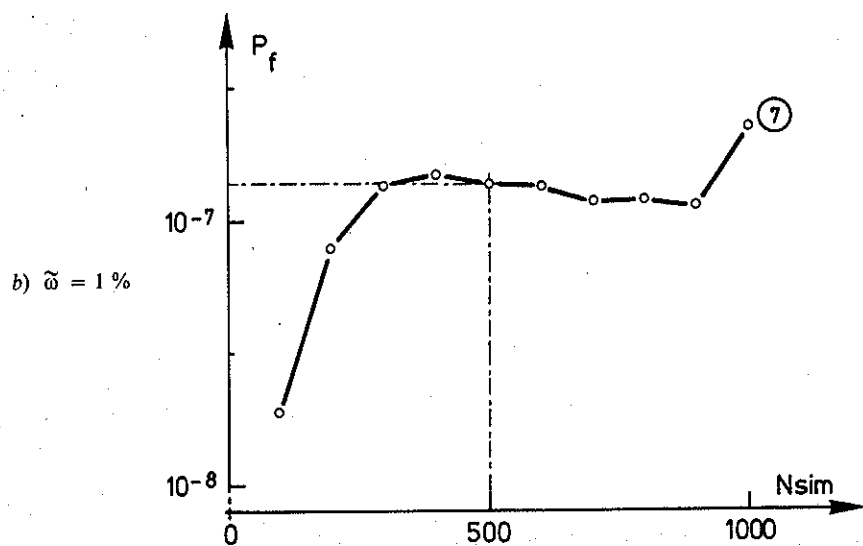
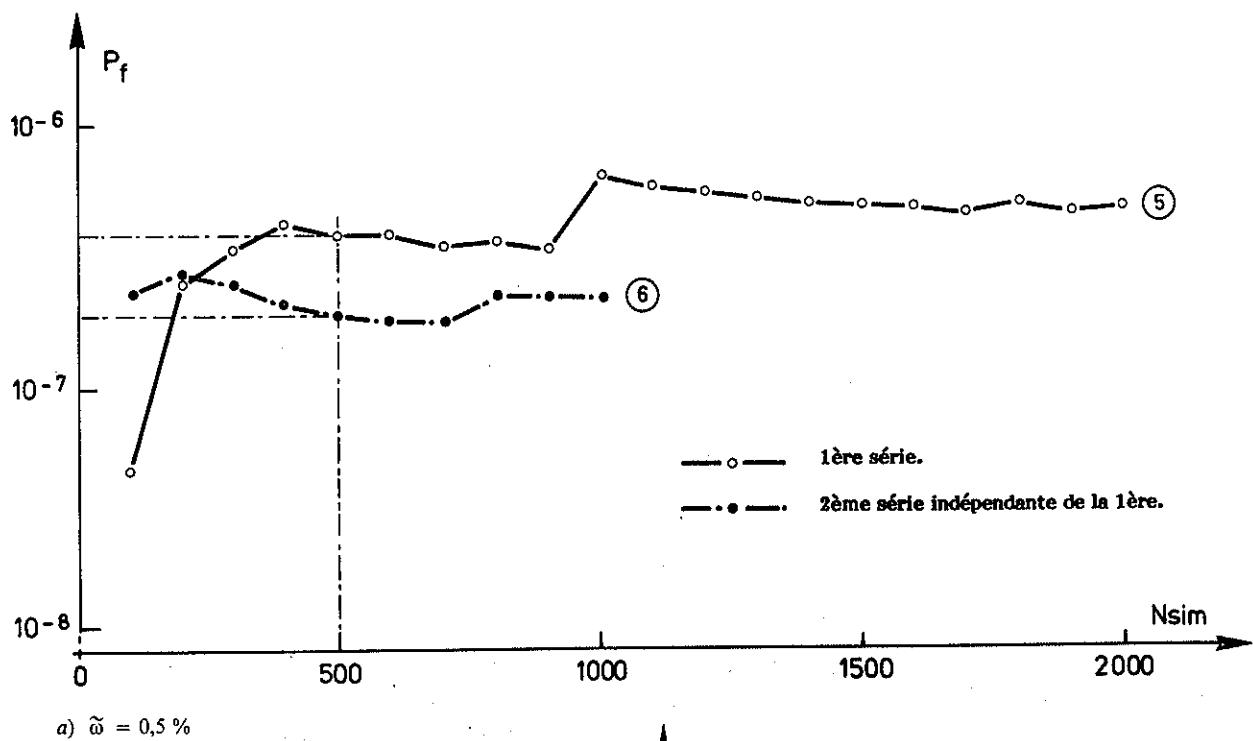


Fig. 7. — Valeurs de P_f en fonction de N_{sim} et de $\tilde{\omega}$ pour $\alpha_c = 0,66$.

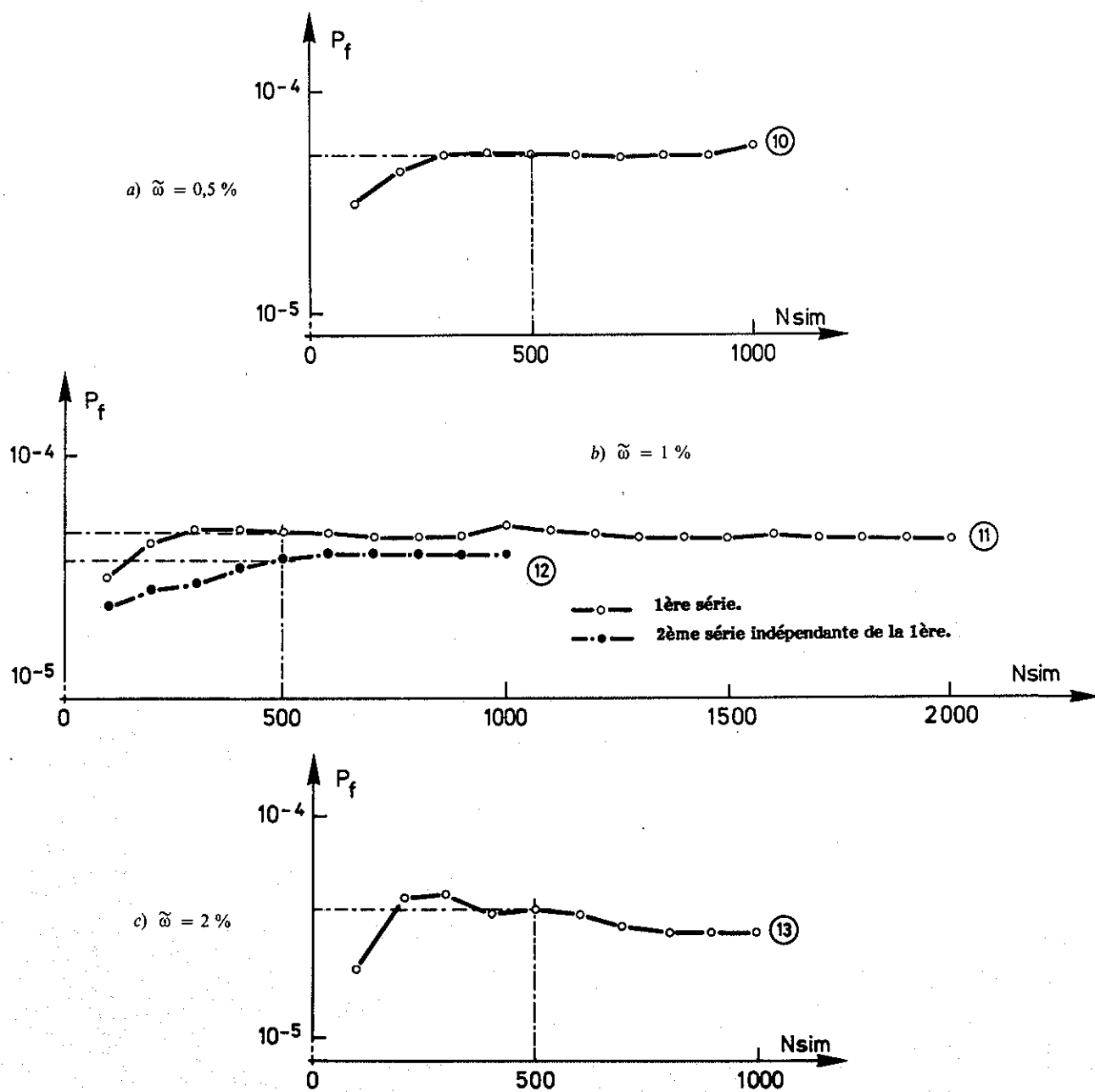


Fig. 8. — Valeurs de P_f en fonction de N_{sim} et de $\tilde{\omega}$ pour $\alpha_c = 0,33$.

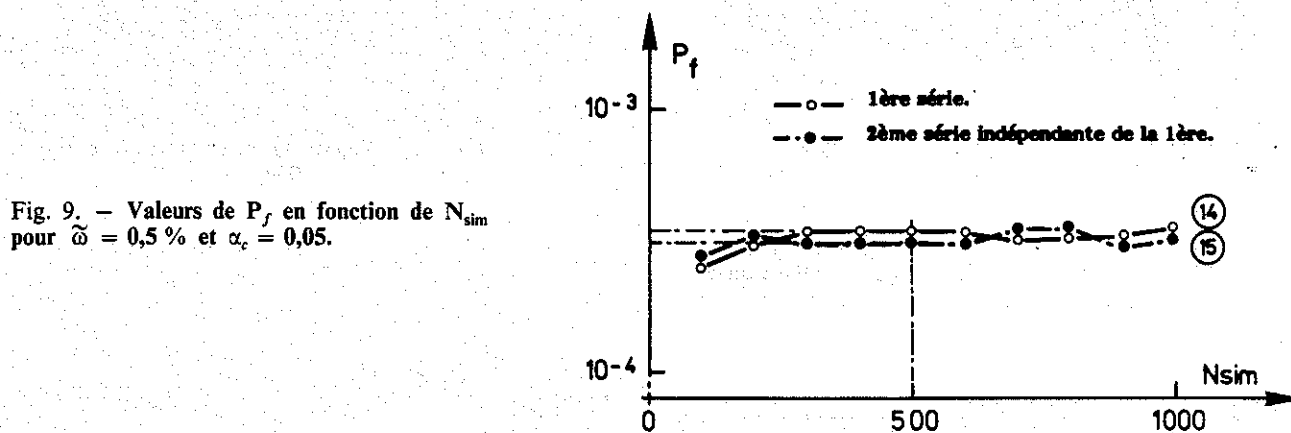


Fig. 9. — Valeurs de P_f en fonction de N_{sim} pour $\tilde{\omega} = 0,5 \%$ et $\alpha_c = 0,05$.

Ces courbes montrent que l'on obtient, avec une seule série de 500 simulations, un ordre de grandeur suffisamment représentatif de la probabilité de crise, tout au moins dans le cas d'une étude comparative telle que celle qui est présentée ici. En effet, pour une série de simulations, on obtient

$$\frac{P_f (\text{à } N_{\text{sim}} = 500) - P_f (\text{à } N_{\text{sim}} > 500)}{P_f (\text{à } N_{\text{sim}} = 500)} \leq 3.$$

Cependant, d'une série de simulations à une autre, l'écart relatif peut être plus important comme on peut le voir sur la figure 7 concernant les faibles probabilités. Cependant l'écart en valeur absolue est alors très faible, de l'ordre de 10^{-7} . C'est pourquoi, dans ce qui suit, chaque valeur de P_f sera estimée à l'aide d'une seule série de 500 simulations (en considérant la même initialisation du processus de génération des nombres aléatoires).

3.2. Influence des variables aléatoires géométriques et mécaniques

Pour étudier l'influence de ces variables (b , h , Y_a , f_c et f_t), nous en avons modifié tour à tour la moyenne et l'écart-type, tout en restant dans un domaine de variation jugé plausible pour des chantiers courants.

3.2.1 Influence des variables aléatoires géométriques (b , h et Y_a)

Les différents cas envisagés sont indiqués dans les tableaux suivants :

- tableau II pour l'influence de la hauteur h ,
- tableau III pour l'influence de la largeur b ,
- tableau IV pour l'influence de la position Y_a de l'armature tendue.

TABLEAU II
Variations de la moyenne et de l'écart-type de h

Caractérisation de la distribution de base				Variations considérées				
Valeur caractéristique	Moyenne de base \bar{x}	Écart type σ	$C_v = \sigma/\bar{x}$	Moyenne de h		Écart-type de h		Coefficient de variation, $C_v = \sigma'/\bar{x}'$
				\bar{x}'	$C_{\bar{x}} = \bar{x}'/\bar{x}$	σ'	$C_\sigma = \sigma'/\sigma$	
$h = 50 \text{ cm}$	(*) 50,1 cm	0,5 cm	0,01	49,5 cm	0,99	0,5 cm	1	0,01
				50,5 cm	1,01	0,5 cm	1	0,01
				50,1 cm	1	0,25 cm	0,5	0,005
				50,1 cm	1	1,00	2	0,02

(*) Ce nombre est une moyenne d'observations *in situ* ; l'écart par rapport à la valeur caractéristique ne paraît pas, bien entendu, très significatif.

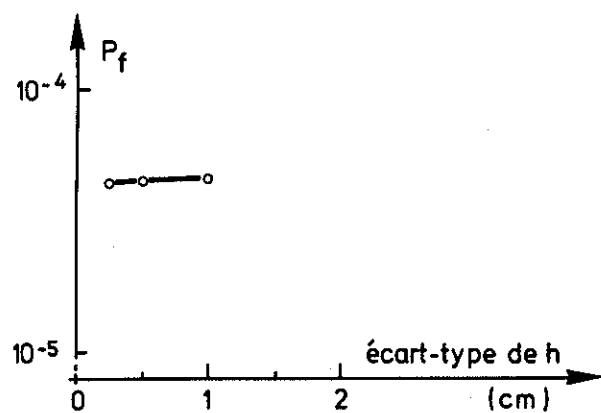
TABLEAU III
Variations de la moyenne de b

Caractéristiques de la distribution de base				Variation de la moyenne		
Valeur caractéristique	Moyenne \bar{x}	σ	$C_v = \sigma/\bar{x}$	\bar{x}'	$C_{\bar{x}} = \bar{x}'/\bar{x}$	$C_v = \sigma'/\bar{x}'$
$b = 25 \text{ cm}$	25,1 cm	0,5 cm	0,02	24,5 cm	0,98	0,02
				25,5 cm	1,02	0,02

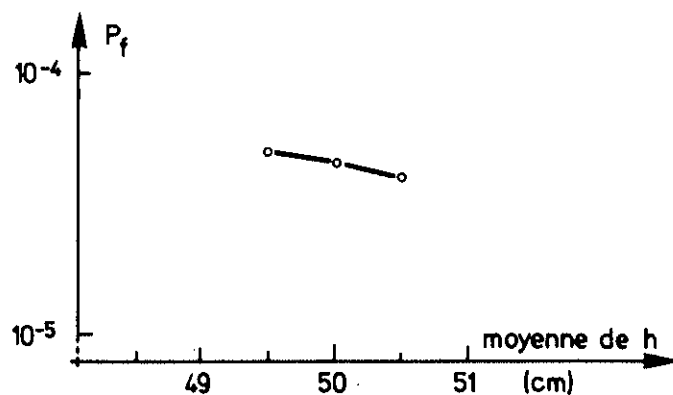
TABLEAU IV
Variations de la moyenne et de l'écart-type de Y_a

Caractéristiques de la distribution de base				Variations considérées				
Valeur caractéristique	Moyenne \bar{x}	σ	C_v	Moyenne de Y_a		Écart-type de Y_a		$C_v = \sigma'/\bar{x}'$
				\bar{x}'	$C_{\bar{x}} = \bar{x}'/\bar{x}$	σ'	$C_\sigma = \sigma'/\sigma$	
$Y_a = 19 \text{ cm}$	17,75 cm	1,02 cm	0,06	19,5 cm	1,10	1,02 cm	1	0,05
				16,5 cm	0,93	1,02 cm	1	0,06
				17,75 cm	1	0,50 cm	0,5	0,03
				17,75 cm	1	2,04 cm	2	0,11

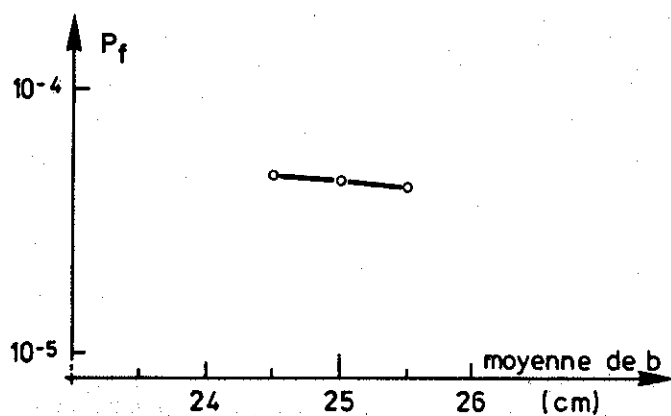
Les résultats obtenus, pour $\tilde{\omega} = 1\%$ et $\alpha_c = 0,33$, sont représentés sur la figure 10.



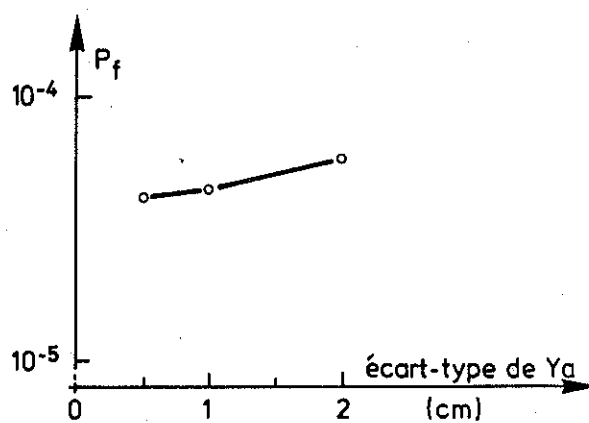
(a) Influence de l'écart-type de h



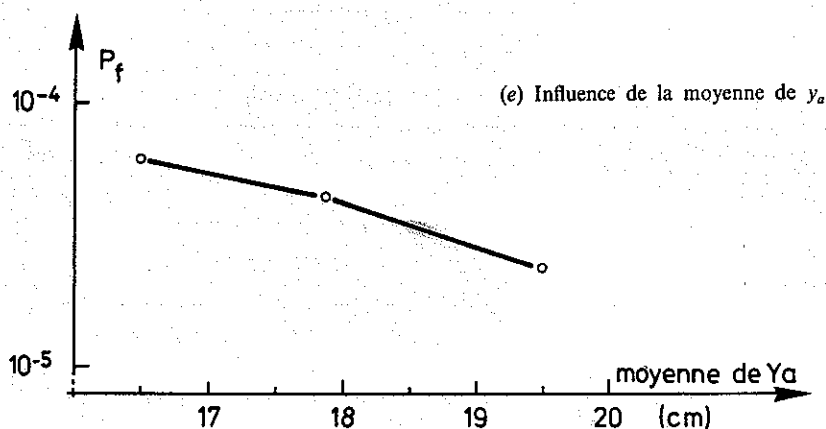
(b) Influence de la moyenne de h



(c) Influence de la moyenne de b



(d) Influence de l'écart-type de y_a



(e) Influence de la moyenne de y_a

Fig. 10. — Influence des variables géométriques sur P_f pour $\tilde{\omega} = 1\%$ et $\alpha_c = 0,33$.

L'influence des incertitudes géométriques sur P_f reste relativement faible dans le domaine des variations que nous avons considérées. Il convient cependant d'insister sur le fait que les variations des écarts-types et des moyennes prises en compte sont restées très faibles et ne peuvent correspondre, à notre avis, qu'à des chantiers soignés. Par ailleurs, il ne faut pas perdre de vue que les résultats obtenus correspondent au cas d'une poutre de 50 cm de hauteur; des éléments plus minces comme les dalles, par exemple, seraient, bien entendu, plus sensibles aux incertitudes géométriques.

3.22 Influence des variables aléatoires mécaniques (f_c et f_e)

Selon la valeur du pourcentage géométrique $\tilde{\omega}$ d'armatures, divers modes de ruine sont possibles. En effet, à l'état limite ultime, l'armature peut avoir ou non atteint sa limite élastique f_e . Nous avons, par conséquent, considéré successivement une section sous-armée ($\tilde{\omega} = 0,5 \%$), une section moyennement armée ($\tilde{\omega} = 1 \%$) et une section sur-armée ($\tilde{\omega} = 2 \%$) pour examiner l'ensemble des configurations de ruine possibles.

L'étude est limitée au cas où le coefficient de charge α_c est égal à 0,33.

3.221 Influence de la résistance en compression du béton f_c

Les différents cas étudiés sont définis dans le tableau V.

Nota : Les calculs à l'état limite ultime sont dans tous les cas effectués en supposant que la résistance caractéristique f_{c28} reste égale à 22 MPa, valeur que l'on peut escompter, *a priori*, pour les bétons des chantiers courants de bâtiments (en 1982).

Les résultats obtenus sont représentés sur les figures 11 et 12.

La figure 11 montre que l'écart-type de la résistance f_c du béton a, selon la valeur du pourcentage d'armature $\tilde{\omega}$, une influence plus ou moins importante sur la probabilité de ruine. Ainsi, dans le cas de poutres sous-armées, l'augmentation de P_f avec l'écart-type reste-t-elle modérée :

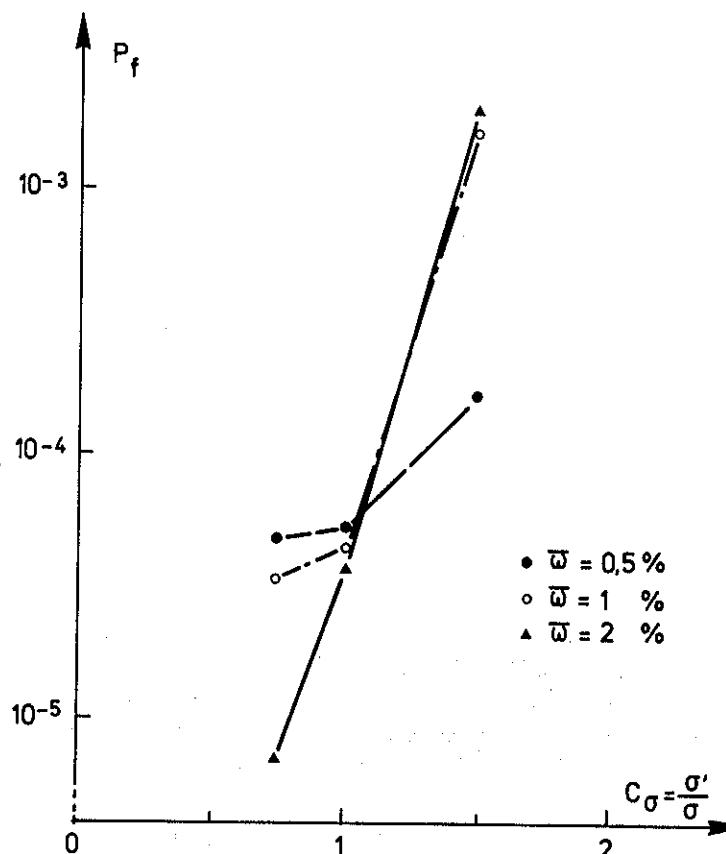


Fig. 11. — Variation de l'écart-type de f_c . Influence de f_c sur P_f pour $\alpha_c = 0,33$ et $\tilde{\omega} = 0,5 \%$, 1% et 2% .

le surdimensionnement relatif du béton conduit en effet à un bras de levier des forces internes pratiquement constant (environ $0,9 d$), de sorte que la ruine dépend surtout de la limite d'élasticité des armatures. Le moment de rupture s'écrit en effet :

$$M_{\max} = A \cdot f_e \cdot (0,9 d) \quad (13)$$

TABLEAU V
Variations de la moyenne et de l'écart-type de f_c

Caractéristiques de la distribution de base				Variations considérées				
Valeur caractéristique f_{c28}	Moyenne \bar{x}	σ	$C_v = \sigma/\bar{x}$	Moyenne		Écart-type		$C_r = \sigma'/\bar{x}'$
				\bar{x}'	$C_{\bar{x}} = \bar{x}'/\bar{x}$	σ'	$C_\sigma = \sigma'/\sigma$	
$f_{c28} = 22 \text{ MPa}$	27,5 MPa	6,3 MPa	0,23	20 MPa	0,75	6,3 MPa	1	0,32
				40,5 MPa	1,5	6,3 MPa	1	0,16
				27,5 MPa	1	4,7 MPa	0,75	0,17
				27,5 MPa	1	9,5 MPa	1,5	0,35

DE L'INSTITUT TECHNIQUE
DU BATIMENT
ET DES TRAVAUX PUBLICS

ANNALES I.T.B.T.P. - 9, rue La Pérouse 75116 PARIS
DISPENSÉ DE TIMBRAGE ROUTAGE 206
700 10 8201 *00011007*8612
INSTITUT INDUSTRIEL DU
NORD
BIBLIOTHEQUE BP 48
59651 VILLENEUVE D ASCQ CEDEX

